



引文格式:黄伟,姜三,刘先铮,等.GNSS约束的长航带无人机影像自检校方法[J].武汉大学学报(信息科学版),2024,49(2):

197-207.DOI:10.13203/j.whugis20210436

Citation:HUANG Wei,JIANG San,LIU Xianzheng,et al.GNSS Constrained Self-Calibration for Long Corridor UAV Image[J].

Geomatics and Information Science of Wuhan University,2024,49(2):197-207.DOI:10.13203/j.whugis20210436

# GNSS约束的长航带无人机影像自检校方法

黄伟<sup>1</sup> 姜三<sup>2</sup> 刘先铮<sup>3</sup> 江万寿<sup>1,4</sup>

1 武汉大学测绘遥感信息工程国家重点实验室,湖北 武汉,430072

2 中国地质大学(武汉)计算机学院,湖北 武汉,430074

3 重庆欣荣土地房屋勘测技术研究所有限责任公司,重庆,401120

4 地球空间信息科学协同创新中心,湖北 武汉,430072

**摘要:**相机自检校直接决定无人机影像空三的精度。沿输电线路走廊采集的长航带结构无人机影像是一种典型的退化配置,对其自检校容易出现“碗状”效应。为解决该问题,传统方法往往依赖较多控制点,而提出的自检校方法仅需一个控制点。首先研究经典物理模型和最新的数学模型;然后在增量式SfM(structure from motion)框架下,设计了一种联合无人机影像相机检校参数初始化和高精度差分全球导航卫星系统(global navigation satellite system, GNSS)位置信息辅助的相机自检校方法。利用两个实验区域不同采集模式下的4组无人机电力走廊影像进行无控制约束以及单个控制点约束的相机自检校实验。结果表明,提出的相机自检校策略在无控制点约束时,可以有效缓解长航带结构空三的“碗状”效应,减轻模型的弯曲程度,提高自检校空三的绝对精度;单个控制点约束自检校时,水平和高程精度均优于0.06 m。与当前主流开源和商业软件对比,该算法能够得到相当或更高精度。

**关键词:**相机自检校;无人机影像;数学模型;增量式SfM(structure from motion);GNSS约束

中图分类号:P237

文献标识码:A

收稿日期:2022-10-24

DOI:10.13203/j.whugis20210436

文章编号:1671-8860(2024)02-0197-11

## GNSS Constrained Self-Calibration for Long Corridor UAV Image

HUANG Wei<sup>1</sup> JIANG San<sup>2</sup> LIU Xianzheng<sup>3</sup> JIANG Wanshou<sup>1,4</sup>

1 State Key Laboratory of Information Engineering in Surveying, Mapping and Remote Sensing, Wuhan University, Wuhan 430072, China

2 School of Computer Science, China University of Geosciences(Wuhan), Wuhan 430074, China

3 Chongqing Xinrong Land Housing Survey Technology Institute Co. Ltd, Chongqing 401120, China

4 Collaborative Innovation Center of Geospatial Technology, Wuhan 430072, China

**Abstract:** Objectives: Camera self-calibration determines the precision of UAV (unmanned aerial vehicle) image AT (aerial triangulation). The UAV images collected from long transmission line corridors are critical configurations, which may lead to the “bowl effect” with camera self-calibration. To solve such problems, traditional methods rely on more than three GCPs (ground control points), while this study designs a new self-calibration method with only one GCP. Methods: First, two categories camera distortion models, i.e., physical and mathematical model, are studies in details. Second, within an incremental SfM (structure from motion) framework, a camera self-calibration method is designed, which combines the strategies for initializing camera distortion parameters and fusing high-precision GNSS (global navigation satellite system) observations. Results: The proposed algorithm is verified by using four UAV datasets collected from two sites based on two data acquisition modes. The experimental results show that the proposed method can dramatically alleviate the “bowl effect” and improve the accuracy of AT, and the horizontal and vertical accuracies reach 0.06 m, respectively, when using one GCP. Conclusions: compared with open-source and commercial software, the proposed method achieves competitive or better performance.

**Key words:** camera self-calibration; unmanned aerial vehicle(UAV) image; mathematical model; incre-

mental structure from motion(SfM); global navigation satellite system(GNSS) constrained

无人机平台具有数据采集灵活、操作简便等特点,成为摄影测量重要的数据采集方式。对于输电线路走廊巡检,无人机摄影测量已经得到广泛应用<sup>[1-3]</sup>。由于平台载荷能力的限制,无人机往往搭载消费级的非量测相机,比专业测绘相机有着更显著的畸变。为了提高空三精度,需要精确计算相机内定向和畸变参数。面向传统测绘的航空摄影测量,无人机平台通常利用具有多条互相平行且重叠的航带结构进行区域状的影像数据采集。但是,面对电力走廊这种特殊场景,出于成本考虑,通常只按两个航带的矩形或S形的模式进行数据采集。针对这种极简的长航带连接结构,由于航带间的约束较弱,相机参数之间及其与外方位元素的相关性得不到外部约束,容易导致空三结果出现“碗状”效应,严重影响重建模型的相对和绝对精度。

针对长航带影像结构的相机自检校,相关研究可分为3类:理论分析<sup>[4-5]</sup>、方法研究<sup>[6-7]</sup>以及精度验证<sup>[8-12]</sup>。文献[4]通过数学理论分析了具有径向畸变的影像在自检校时空三的“碗状”效应问题。文献[5]讨论了在长航带结构中相机自检校时,像主距的估算对模型精度的影响。然而,这些研究仅探讨了长航带结构自检校“碗状”效应形成的原因以及影响因素,并未提出具体解决方法。文献[6]提出联合径向畸变模型和7次多项式模型的混合自检校模型(F15P7),验证了控制点约束下的自检校精度。虽然该方法可以缓解“碗状”效应,但需要依赖较多控制点。而电力走廊分布复杂,在野外山区采集较多控制点耗时费力。文献[7]从相机模型选择的角度入手,针对不同场景的长航带结构影像,选择误差最小的畸变模型来缓解“碗状”效应,但该方法并未考虑最新的数学模型。文献[8]对长航带无人机影像的三维重建精度进行详细分析,实验结果表明,更复杂的畸变模型能够提高自检校精度。在精度验证相关研究领域中,文献[9-12]则主要集中在评估DSM(digital surface model)以及DTM(digital terrain model)的精度问题、控制点分布对重建模型精度的影响以及对数据采集时的建议等方面,但均未给出具体解决方法。针对长航带结构自检校所面临的问题,本文从相机畸变模型以及高精度差分全球导航卫星系统(global navigation satellite system, GNSS)辅助空三自检校两个方面展开相关研究。

在相机畸变模型中,相关学者对其进行了深

入研究,包括物理模型和数学模型。其中,Brown模型<sup>[13]</sup>及其改进模型<sup>[14]</sup>是最经典的相机畸变模型。但是,这类物理模型存在畸变参数高度相关的弊端<sup>[15]</sup>。在计算机视觉领域,除法模型是另外一类常用的物理模型<sup>[16]</sup>,能够拟合简单的相机畸变。近几年,许多研究将除法模型与基础矩阵或本质矩阵相结合,通过建立多项式方程解算相机畸变参数<sup>[17-20]</sup>,然而该模型无法拟合复杂畸变,并不适用于无人机场景。在相机畸变模式未知时,物理模型并不能精确地拟合相机畸变。基于此考虑,数学模型尝试利用函数逼近理论,精确地拟合复杂的相机畸变,比如二次正交多项式模型<sup>[21]</sup>和四次正交多项式模型<sup>[22]</sup>。文献[23-24]提出基于Legendre和Fourier正交多项式的相机畸变模型,将其用于航空相机自检校。在此基础上,文献[25]提出Chebyshev-Fourier和Jacobi-Fourier相机畸变模型,显著提高了航空影像空三的平面和高程精度。但是,很少有研究将Legendre和Fourier畸变模型用于无人机影像自检校空三平差,这将是本文的第一个重点研究内容。

另外,差分GNSS定位技术为无人机平台提供厘米级的高精度定位信息<sup>[26-27]</sup>。这类信息可以作为相机自检校和影像绝对定向的有效辅助信息<sup>[28]</sup>,用来缓解长航带影像空三的“碗状”效应。利用已定向的影像参数与高精度差分GNSS位置信息进行融合时,传统的方法是采用加权的方式,最小化投影中心与差分GNSS位置信息的误差。然而,在航带不稳定的退化结构中,仅利用连接点信息进行空三自检校,此时重建的模型易变得弯曲。在这种情形中,传统GNSS加权的方式不能将投影中心与GNSS位置对齐。如何利用高精度差分GNSS位置信息来缓解“碗状”效应,这是本文的第二个重点研究内容。

针对上述问题,本文首先研究相机畸变模型中经典物理模型和数学模型;然后在增量式SfM(structure from motion)空三框架下,提出了一种联合无人机影像相机检校参数初始化和高精度差分GNSS位置信息辅助的相机自检校方法;最后利用多组无人机数据进行空三自检校对比实验,以验证本文方案的可靠性。

## 1 方法原理

本文在增量式SfM框架下,从相机畸变模型以及高精度GNSS辅助空三自检校两个方面展

开研究,提出一种新的无人机影像自检校光束法平差策略,用于缓解长航带影像结构自检校的“碗状”效应。首先分析了相机畸变模型,包括物理模型和数学模型;其次详细研究了基于不等式约束的 GNSS 辅助光束法平差;最后提出了面向长航带无人机影像自检校算法,包括相机检校参数初始化以及高精度差分 GNSS 位置信息辅助自检校。本文的主要研究内容如图 1 所示。

### 1.1 相机畸变模型

本文重点对 Fourier 和 Jacobi-Fourier 正交多项式模型进行描述分析,其相机畸变模型的数学

$$\begin{cases} \Delta x_f = a_0 c_{1,0} + a_1 c_{0,1} + a_2 c_{1,-1} + a_3 c_{1,1} + a_4 s_{1,0} + a_5 s_{0,1} + a_6 s_{1,-1} + a_7 s_{1,1} \\ \Delta y_f = a_8 c_{1,0} + a_9 c_{0,1} + a_{10} c_{1,-1} + a_{11} c_{1,1} + a_{12} s_{1,0} + a_{13} s_{0,1} + a_{14} s_{1,-1} + a_{15} s_{1,1} \end{cases} \quad (1)$$

式中,  $\bar{x}_f = \frac{x - W/2}{W}\pi$ ;  $\bar{y}_f = \frac{y - H/2}{H}\pi$ ;  $c_{m,n} = 10^{-6} \cos(m\bar{x}_f + n\bar{y}_f)$ ;  $s_{m,n} = 10^{-6} \sin(m\bar{x}_f + n\bar{y}_f)$ ;

$$\begin{cases} \Delta x_{rg} = \bar{x}_r(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) + b_0 \bar{x}_g + b_1 \bar{y}_g - 2b_2 \bar{x}_g^2 + b_3 \bar{x}_g \bar{y}_g + b_4 \bar{y}_g^2 \\ \Delta y_{rg} = \bar{y}_r(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) - b_0 \bar{y}_g + b_1 \bar{x}_g + b_2 \bar{x}_g \bar{y}_g - 2b_3 \bar{y}_g^2 + b_5 \bar{x}_g^2 \\ r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} = \sqrt{\bar{x}^2 + \bar{y}^2} \end{cases} \quad (2)$$

式中,  $b_0, b_1, \dots, b_5$  为二次多项式系数;  $\bar{x}_g = \bar{x}_f/\pi$ ,  $\bar{y}_g = \bar{y}_f/\pi$ 。混合模型为:

$$\begin{cases} \Delta x = \Delta x_f + \Delta x_{rg} \\ \Delta y = \Delta y_f + \Delta y_{rg} \\ \Delta x_{if} = \sum_{i=0}^{N_j} \sum_{m=0}^{M_F} \sum_{n=1}^{N_F} a_{i,m,n} J_i(\alpha, \beta, r) \sin(m\pi\bar{x} + n\pi\bar{y}) + \sum_{i=0}^{N_j} \sum_{m=0}^{M_F} \sum_{n=1}^{N_F} b_{i,m,n} J_i(\alpha, \beta, r) \cos(m\pi\bar{x} + n\pi\bar{y}) \\ \Delta y_{if} = \sum_{i=0}^{N_j} \sum_{m=0}^{M_F} \sum_{n=1}^{N_F} a'_{i,m,n} J_i(\alpha, \beta, r) \sin(m\pi\bar{x} + n\pi\bar{y}) + \sum_{i=0}^{N_j} \sum_{m=0}^{M_F} \sum_{n=1}^{N_F} b'_{i,m,n} J_i(\alpha, \beta, r) \cos(m\pi\bar{x} + n\pi\bar{y}) \end{cases} \quad (3)$$

式中,  $\bar{x}, \bar{y} \in [0, 1]$ , 为归一化影像坐标;  $r$  为归一化像素坐标到原点距离,  $r^2 = \bar{x}^2 + \bar{y}^2$ ;  $N_j, M_F, N_F$  为 Jacobi 和 Fourier 可变参数;  $a_{i,m,n}, b_{i,m,n}, a'_{i,m,n}, b'_{i,m,n}$  为多项式系数。

$$\begin{cases} J_n(\alpha, \beta, \tau) = \sqrt{\frac{\omega(\alpha, \beta, \tau)}{b_n(\alpha, \beta)\tau}} G_n(\alpha, \beta, \tau), G_n(\alpha, \beta, \tau) = \frac{n!(\beta-1)!}{(\alpha+n-1)!} \sum_{s=0}^n (-1)^s \frac{(\alpha+n+s-1)!}{(n-s)!s!(\beta+s-1)!} \tau^s \\ b_n(\alpha, \beta) = \frac{n![(\beta-1)!]^2(\alpha-\beta+n)!}{(\beta+n-1)!(\alpha+n-1)!(\alpha+2n)}, \omega(\alpha, \beta, \tau) = (1-\tau)^{\alpha-\beta}\tau^{\beta-1} \end{cases} \quad (5)$$

式中,  $\alpha, \beta$  参数与文献[25]保持一致, 设置为 7 和 3;  $\tau \in [0, 1]$ ;  $G_n, b_n, \omega$  分别为多项式、归一化常量和加权函数。与 Fourier 畸变模型类似, 径向畸变 2 次多项式模型与 Jacobi-Fourier 模型混合为:

$$\begin{cases} \Delta x = \Delta x_{if} + \Delta x_{rg} \\ \Delta y = \Delta y_{if} + \Delta y_{rg} \end{cases} \quad (6)$$

### 1.2 不等式约束光束法平差

GNSS 辅助光束法平差是摄影测量领域的常规手段。传统空三通过最小化重投影误差, 实现相机内外参数和连接点三维坐标的优化求解。GNSS 辅助光束法平差考虑了影像投影中心  $X_c$

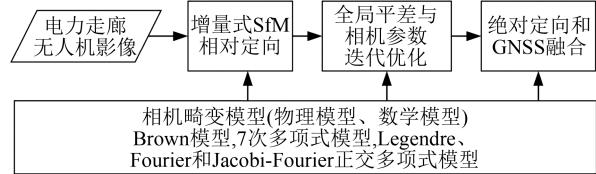


Fig. 1 Workflow of Self-Calibration for Unmanned Aerial Vehicle Images

形式如下所述。

1) Fourier 模型。基于二元 Fourier 级数的 16 参数正交多项式模型<sup>[24]</sup>的数学公式如下:

$$\begin{cases} \Delta x_f = a_0 c_{1,0} + a_1 c_{0,1} + a_2 c_{1,-1} + a_3 c_{1,1} + a_4 s_{1,0} + a_5 s_{0,1} + a_6 s_{1,-1} + a_7 s_{1,1} \\ \Delta y_f = a_8 c_{1,0} + a_9 c_{0,1} + a_{10} c_{1,-1} + a_{11} c_{1,1} + a_{12} s_{1,0} + a_{13} s_{0,1} + a_{14} s_{1,-1} + a_{15} s_{1,1} \end{cases} \quad (1)$$

$x, y$  为像素坐标;  $W$  和  $H$  为影像的宽度和高度。在有明显畸变情况下, 需与径向畸变模型混合使用。本文考虑径向畸变-2 次多项式模型:

2) Jacobi-Fourier 模型。相比单个 Fourier 模型, Jacobi-Fourier 模型具有更高的平面和高程精度。本文所采用的 Jacobi-Fourier 组合模型数学公式和 Jacobi 的多项式  $J_n(\alpha, \beta, r)$  为:

$$\begin{cases} \Delta x_{if} = \sum_{i=0}^{N_j} \sum_{m=0}^{M_F} \sum_{n=1}^{N_F} a_{i,m,n} J_i(\alpha, \beta, r) \sin(m\pi\bar{x} + n\pi\bar{y}) + \sum_{i=0}^{N_j} \sum_{m=0}^{M_F} \sum_{n=1}^{N_F} b_{i,m,n} J_i(\alpha, \beta, r) \cos(m\pi\bar{x} + n\pi\bar{y}) \\ \Delta y_{if} = \sum_{i=0}^{N_j} \sum_{m=0}^{M_F} \sum_{n=1}^{N_F} a'_{i,m,n} J_i(\alpha, \beta, r) \sin(m\pi\bar{x} + n\pi\bar{y}) + \sum_{i=0}^{N_j} \sum_{m=0}^{M_F} \sum_{n=1}^{N_F} b'_{i,m,n} J_i(\alpha, \beta, r) \cos(m\pi\bar{x} + n\pi\bar{y}) \end{cases} \quad (4)$$

与 GNSS 相位中心  $X_{GPS}$  的偏差, 联合优化的误差函数如下:

$$e_u = \sum_j \rho_j (\|\pi(P_c, X_k) - x_j\|_2^2) + \sum_n \rho_n (\|w(X_c - X_{GPS})\|_2^2) \quad (7)$$

式中,  $w$  为 GNSS 的权值。

与传统 GNSS 加权光束法平差不同, 文献[26]提出基于不等式约束光束法平差(bundle adjustment with inequality constraint, IBA) 的 GNSS 融合方法, 用以解决影像投影中心  $X_c$  与 GNSS 相位中心坐标  $X_{GPS}$  的坐标偏差随误差累积

而增加的问题。IBA的基本思想是在适当增加重投影误差的前提下,提高GNSS约束光束法平差的绝对精度。假设 $\mathbf{X}^* = (\mathbf{X}_c^T, \mathbf{X}_a^T, \mathbf{X}_k^T)$ 为不加GNSS约束的最优解,其中, $\mathbf{X}_c, \mathbf{X}_a, \mathbf{X}_k$ 分别为影像投影中心、旋转角度和连接点三维坐标。设 $e(\mathbf{X}^*)$ 为此时的累加误差,则对于任何 $\mathbf{X}$ ,都满足 $e(\mathbf{X}^*) \leq e(\mathbf{X})$ 。假设 $e_t$ 是比 $e(\mathbf{X}^*)$ 稍大一些的重投影误差阈值,即 $e(\mathbf{X}^*) < e_t$ ,IBA假设在GNSS误差有界时,联合GNSS约束的光束法平差重投影误差 $e(\mathbf{X})$ 在小于 $e_t$ 范围内,即 $e(\mathbf{X}) \leq e_t$ ,所求解的投影中心参数应尽量与GNSS位置靠近,即 $\mathbf{X}_c \approx \mathbf{X}_{GPS}$ 。

假设 $\mathbf{X}_2 = (\mathbf{X}_a, \mathbf{X}_k)$ ,则光束法平差未知数可表示为 $\mathbf{X} = (\mathbf{X}_c^T, \mathbf{X}_2^T)$ ;设 $P = (I, 0)$ ,则 $\mathbf{X}_c = \mathbf{P}\mathbf{X}$ 。IBA通过结合罚函数和不等式约束来建立优化方程:

$$e_I(\mathbf{X}) = \frac{\gamma}{c_I(\mathbf{X})} + \|\mathbf{P}\mathbf{X} - \mathbf{X}_{GPS}\|^2 \quad (8)$$

式中, $\gamma > 0$ 为自定义权值; $c_I(\mathbf{X}) = e_t - e(\mathbf{X})$ 且 $c_I(\mathbf{X}) > 0$ 。通过不等式和罚函数 $\gamma/c_I(\mathbf{X})$ 强制约束来迭代优化目标函数。罚函数值在 $c_I = 0$ 的邻域内接近正无穷大。在文献[26]中,参数 $\gamma$ 设为 $\gamma = \frac{e_t - e(\mathbf{X}^*)}{10} \|\mathbf{P}\mathbf{X}^* - \mathbf{X}_{GPS}\|^2$ 。

### 1.3 长航带影像自检校算法

本文提出的GNSS约束无人机影像自检校光束法平差方法在增量式SfM框架中实现。在增量式SfM流程中,为减少误差累积,迭代进行局部和平差优化。

1)对最近添加的影像进行局部平差优化。

2)当新增加影像数量超过给定阈值时,对重建模型进行全局平差优化。长航带影像自检校流程如图2所示。

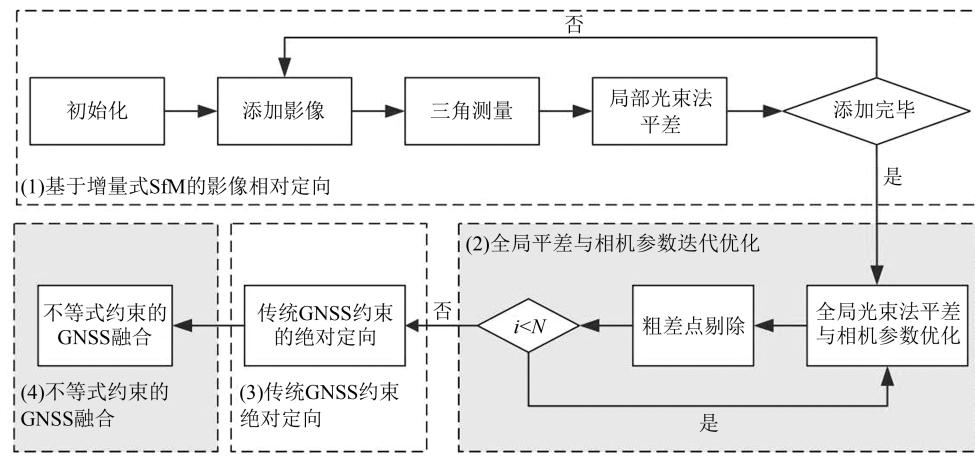


图2 长航带影像自检校流程

Fig. 2 Self-Calibration Workflow for Long-Corridor Images

针对长航带无人机影像进行空三重建,现有SfM框架存在以下不足:(1)从自检校的角度分析,最优影像的选择未考虑场景结构是否退化。若种子影像结构较差或场景缺乏高度变化,自检校参数在初期解算不稳定,严重影响最终重建模型的精度;(2)无人机影像通常记录了高精度GNSS位置信息,能用来辅助缓解长航带影像结构空三自检校的“碗状”效应。现有SfM自检校方法未充分利用高精度GNSS位置信息进行绝对定向。

针对上述问题,本文提出联合无人机影像相机检校参数初始化和高精度差分GNSS位置信息融合的相机自检校方法,具体流程如图2所示。关键步骤如下所述:

1)基于增量式SfM的影像相对定向。只进

行局部光束法平差,减少累积误差,且保持相机主距、像主点、畸变参数固定不变,以避免影像结构不稳定和场景退化所导致的畸变参数和相机内方位元素解算不稳定、变化幅度大的问题。

2)全局平差与相机参数迭代优化。迭代全局光束法平差和粗差剔除,并且采取相机内方位元素和畸变参数逐步放开的优化策略,即逐步放开(1)畸变参数;(2)像主距;(3)像主点。该策略可以缓解像主距、像主点和畸变参数之间的相关性。通过实验发现,当迭代优化超过两次时,所求解的相机畸变参数变得较为稳定。因此,本文的全局光束法平差共迭代 $N=3$ 次。每次迭代按照参数逐步放开策略优化畸变参数、像主距和像主点,为GNSS约束光束法平差提供较好初值。

3)传统GNSS约束的绝对定向。此时,

GNSS约束光束法平差把相机内方位元素、畸变

$$e_u = \sum_j \rho_j (\|\pi(P_c, X_k, \theta) - x_j\|_2^2) + \sum_n \rho_n (\|w(X_c - X_{GPS})\|_2^2) \quad (9)$$

式中,  $\theta = (f, c_x, c_y, \text{Dist})$ , 包含了像主距  $f$ , 像主点  $c_x, c_y$ , 以及相机畸变参数  $\text{Dist}$ ; 具体畸变参数  $\text{Dist}$  取决于所选择的畸变模型; GNSS 的权重  $w$  与文献[26]保持一致, 设置为 10; 代价函数  $\rho$  为抗噪能力强的 Cauchy 函数如下:

$$\rho(s) = \ln(1+s) \quad (10)$$

4) 基于 IBA 不等式约束平差的 GNSS 融合。本文结合 IBA 实现 GNSS 进一步融合。与文献[26]的不同之处为:(1)本文将相机内方位元素和畸变参数作为未知数, 进行相机自检校平差优化;(2)本文的初始输入参数  $e(X^*)$  为 GNSS 加权的重投影误差,  $X^*$  为 GNSS 加权光束法平差所求解的未知数;(3)本文将所有影像的投影中心坐标和对应的 GNSS 位置信息作为约束, 进行全局式 IBA 迭代求解。

## 2 实验与分析

### 2.1 实验数据

利用大疆精灵 4 RTK 无人机采集两组输电线路影像, 如图 3 所示。

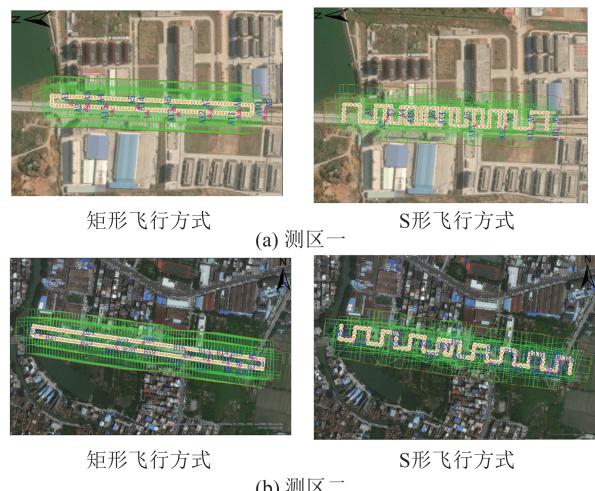


图 3 电力走廊无人机影像

Fig. 3 Unmanned Aerial Vehicle Images of Test Sites

图 3 利用矩形和 S 形飞行方式采集。无人机飞行高度统一设置为 70 m, 相机垂直向下拍摄; 获取的影像地面分辨率为 2.1 cm; 4 种模式下采集的影像数量分别为 140、166、165 和 132。为了验证空三的绝对定向精度, 利用中海达 iRTK2 GNSS 接收机和千寻 CORS 基站采集这两个实验区域的高精度坐标点。测区一采集了 15 个坐标点, 依次编号为 A1~A15; 测区二采集了 27 个坐

参数作为未知数来进行优化。误差方程如下:

标点, 依次编号为 B1~B27。在无控制约束相机自检校实验中, 所有坐标点均作为检查点, 用于验证自检校的精度。在单个控制点约束相机自检校实验中, A14 和 B20 作为控制点, 剩余作为检查点来进行精度验证。

### 2.2 结果与分析

本文分析了不同采集方式和相机畸变模型对自检校空三精度的影响。对于混合 Fourier 和 Jacobi-Fourier 模型, 利用所有影像计算出径向畸变和 2 次多项式畸变参数, 固定已计算的畸变参数, 估算 Fourier 和 Jacobi-Fourier 模型的畸变参数。其他畸变模型一次估算所有参数, 采用均值、标准差和均方根误差评价检查点的精度。

表 1 列出了自检校空三检查点残差的统计结果, 图 4 和图 5 分别列出了自检校空三检查点的残差分布结果。可以看出, 对于不同模式采集的影像数据, S 形影像的自检校空三的平面精度明显优于矩形影像数据。主要原因在于 S 形模式采集数据时, 影像之间的角度变化大, 可减少畸变参数与相机内外方位元素的相关性, 进而提高水平精度。进一步分析可知:(1)对于测区一的矩形数据, Brown 模型的水平和高程精度均高于其他畸变模型; 但对于其他 3 组数据, Brown 模型的精度均比其他模型差。(2)对于普通多项式模型, Poly7 模型的平面精度均优于 Legendre 模型。在测区一的两组数据以及测区二的矩形数据中, Legendre 模型的高程精度均优于 Poly7 模型。主要原因在于 Legendre 模型的正交性能够提高像主距的估算精度, 进而提高高程精度, 但损失了平面精度。(3)对于 Fourier 正交多项式的混合畸变模型, Jacobi-Fourier 混合模型的平面精度与 Fourier 混合模型相当。

4 种数学畸变模型的自检校空三均达到厘米级的平面精度, 而高程精度有较大差异, 没有某种畸变模型能在所有数据中均取得最优精度。整体上看, 数学模型水平精度和高程精度均比物理模型更优, 且混合 Jacobi-Fourier 模型的高程精度整体优于其他 3 种数学畸变模型。由于 Brown 模型畸变参数最少, 该模型的运行效率要优于数学模型。而 Poly7 和 Legendre 模型都有 66 个系数, 这两个模型整体运行效率最慢。虽然混合 Fourier 模型和混合 Jacobi-Fourier 模型需要分两次计算畸变参数, 但这两个模型的参数比

Poly7模型和Legendre模型少42个参数。因此,在数学模型中,混合Fourier模型和混合Jacobi-

Fourier模型运行效率要优于Poly7模型和Legendre模型。

表1 不同相机畸变模型自检校平差精度统计/m

Tab. 1 Statistical Results of Self-Calibration for Different Camera Distortion Models/m

区域	飞行方式	相机模型	均值			标准差			均方根误差		
			X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
测区一	矩形	Brown	0.004	-0.001	0.174	0.011	0.036	0.037	0.012	0.036	0.178
		Poly7	0.008	0.018	2.456	0.018	0.050	0.032	0.020	0.053	2.456
		Legendre	-0.006	-0.002	0.829	0.026	0.082	0.032	0.027	0.082	0.830
		Fourier	0.001	0.000	0.755	0.013	0.054	0.032	0.013	0.054	0.755
	S形	Jacobi-Fourier	-0.001	0.003	0.481	0.020	0.040	0.032	0.020	0.040	0.482
		Brown	0.011	0.002	-0.348	0.014	0.018	0.022	0.018	0.018	0.349
		Poly7	0.004	0.001	0.084	0.012	0.028	0.025	0.012	0.028	0.088
		Legendre	0.003	-0.000	-0.061	0.012	0.030	0.026	0.012	0.030	0.066
测区二	矩形	Fourier	0.010	0.007	0.054	0.013	0.013	0.018	0.016	0.015	0.057
		Jacobi-Fourier	0.019	0.007	0.031	0.020	0.014	0.022	0.028	0.015	0.038
		Brown	-0.018	0.028	0.753	0.030	0.025	0.036	0.035	0.037	0.754
		Poly7	0.001	0.014	0.240	0.022	0.032	0.028	0.022	0.035	0.242
	S形	Legendre	-0.018	0.027	0.223	0.033	0.027	0.033	0.038	0.038	0.226
		Fourier	0.000	0.004	0.208	0.022	0.035	0.028	0.022	0.035	0.210
		Jacobi-Fourier	-0.011	0.024	0.104	0.023	0.025	0.029	0.026	0.035	0.108
		Brown	0.016	-0.006	-1.259	0.012	0.012	0.041	0.020	0.013	1.260
测区二	S形	Poly7	0.004	0.003	0.058	0.016	0.012	0.018	0.017	0.012	0.061
		Legendre	0.003	0.004	0.125	0.017	0.012	0.018	0.017	0.013	0.127
		Fourier	0.005	0.005	0.098	0.014	0.012	0.015	0.013	0.013	0.099
		Jacobi-Fourier	0.022	0.003	-0.724	0.016	0.012	0.035	0.027	0.013	0.725

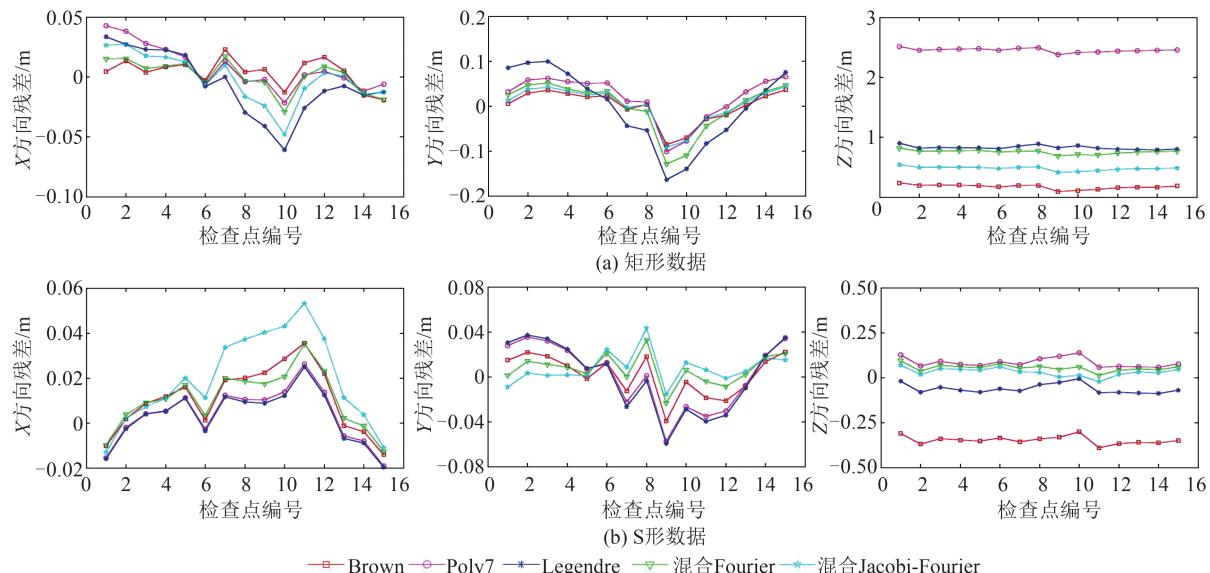


图4 测区一中矩形和S形数据空三自检校检查点残差

Fig. 4 Residuals of Check Points After Self-Calibration for Test Site 1

为了验证相机自检校策略的有效性,本文与ColMap<sup>[29]</sup>自检校方案进行对比。由于ColMap并未实现联合GNSS辅助平差,本文在ColMap增量式光束法平差完成之后,对影像的投影中心与GNSS位置进行相似变换,再利用式(9)进行GNSS辅助光束法平差。考虑到ColMap并未提

供数学畸变模型,因此本实验选择Brown模型进行对比。自检校平差精度统计结果见表2。

实验结果表明,本文自检校策略在两个测区的水平精度均优于ColMap。在高程方向的均方根误差中,本文自检校策略在测区一的两组数据以及测区二的S形数据中均比ColMap有显著提

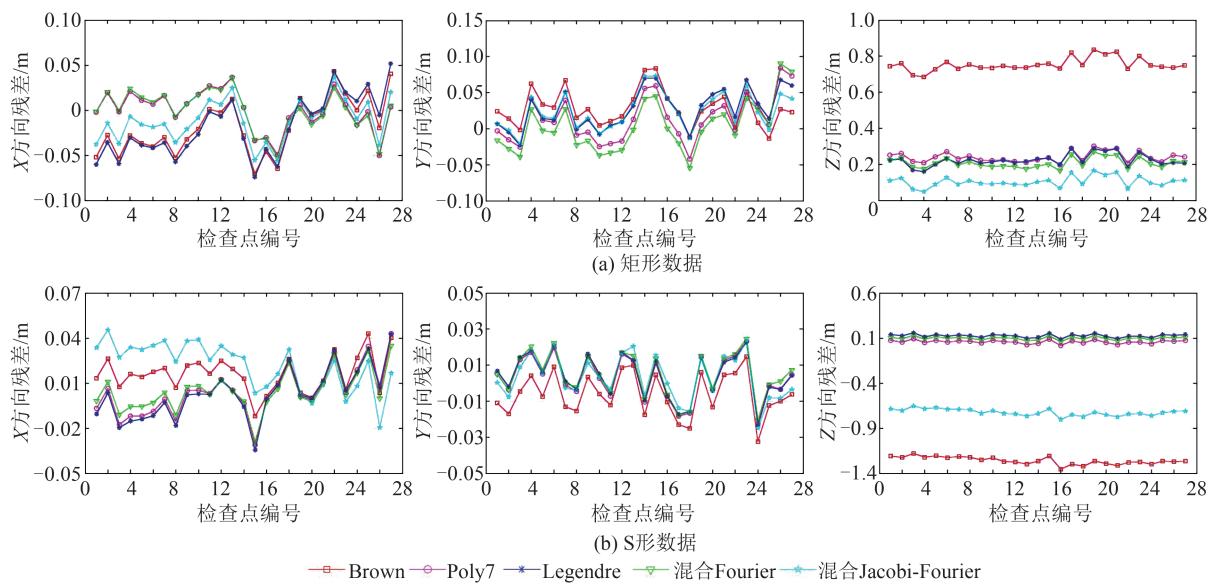


图5 测区二中矩形和S形数据空三自检校检查点残差

Fig. 5 Residuals of Check Points After Self-Calibration for Test Site 2

表2 不同自检校策略平差精度统计结果/m

Tab. 2 Statistical Results of Self-Calibration for Different Calibration Methods/m

区域	飞行方式	方法	平均值			标准差			均方根误差		
			X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
测区一	矩形	ColMap	0.006	-0.007	0.574	0.015	0.050	0.036	0.016	0.050	0.575
		本文算法	0.004	-0.001	0.174	0.011	0.036	0.037	0.012	0.036	0.178
	S形	ColMap	0.107	0.103	0.055	0.040	0.320	0.404	0.114	0.337	0.407
		本文算法	0.011	0.002	-0.348	0.014	0.018	0.022	0.018	0.018	0.349
测区二	矩形	ColMap	-0.038	0.033	0.239	0.055	0.026	0.091	0.067	0.042	0.256
		本文算法	-0.018	0.028	0.753	0.030	0.025	0.036	0.035	0.037	0.754
	S形	ColMap	0.012	-0.005	-1.380	0.018	0.011	0.019	0.021	0.012	1.381
		本文算法	0.016	-0.006	-1.259	0.012	0.012	0.041	0.020	0.013	1.260

高。由于 ColMap 自检校中存在“碗状”效应,在测区一的 S 形数据中,均值比本文算法小,但具有较大标准差。在测区二的矩形数据中,ColMap 在高程方向的均值和均方根误差均比本文算法高,是在 ColMap 增量式重建过程中,选择的初始影像对的结构较好,像主距估算值较平稳。但需要指出的是,在该组数据中,ColMap 的高程标准差比本文算法大 0.055,表明高程误差波动仍比较大,存在“碗状”效应。总之,与 ColMap 相比,本文算法在平面精度上整体具有一定的优势,在高程方面,有 3 组数据比 ColMap 表现更优。

大疆精灵 4 RTK 无人机记录了具有厘米级定位精度的差分 GNSS 位置信息。利用相机自检校空三所计算的投影中心与差分 GNSS 坐标的偏移量,分析所使用的 GNSS 约束光束法平差算法的相对精度。由于投影中心与差分 GNSS 在 X、Y 方向的相对误差分布无明显规律,本文仅列出了 Z 方向相对误差分布图,如图 6 所示。ColMap 在高程方向存在明显弯曲。其中,在测区一

的矩形数据表现为中间高两边低的凸状分布;在测区一的 S 形数据和测区二的矩形数据表现为中间低而两边高的凹状分布。本文算法整体变化较小,明显缓解了“碗状”效应。对于测区二的 S 形数据,本文算法与 ColMap 均存在两处断裂状跳跃分布,可能原因是此处光照变化大,导致影像错误匹配点增加,进而影响自检校空三精度。但是与 ColMap 相比,本文算法在高程方向的波动范围更小。利用本文自检校策略可以提高投影中心的相对位置精度,能够缓解“碗状”效应。

本文算法与开源软件 MicMac 以及商业软件 Pix4D Mapper 进行了对比分析。基于上述不同畸变模型的对比实验,发现 Jacobi-Fourier 模型整体表现最优。因此,本文的自检校策略选择 Jacobi-Fourier 模型进行对比分析,MicMac 采用 F15P7 多项式相机畸变模型,Pix4D Mapper 4.3 的畸变模型未知。表 3 统计了实验结果,图 7 列出了不同软件相机自检校空三影像投影中心与差分 GNSS 坐标在 Z 方向的偏移量。

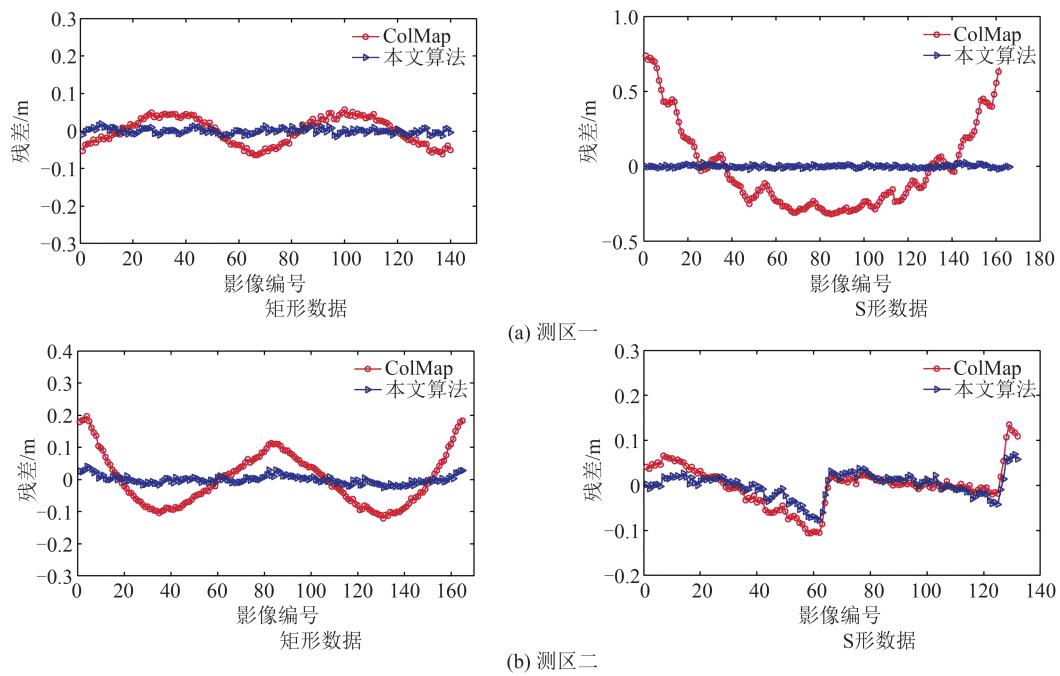


图6 不同策略下影像投影中心与差分GNSS在Z方向的坐标偏差

Fig. 6 Coordinate Offsets Between Image Projection Center and Differential Global Navigation Satellite System for Test Site in Z Direction

表3 不同软件无控制约束自检校平差精度统计结果

Tab. 3 Statistical Results of Self-Calibration for Different Softwares Without GCP Constraint

区域	飞行方式	不同软件	均值			标准差			均方根误差		
			X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
测区一	矩形	MicMac	-0.007	-0.023	0.301	0.017	0.125	0.095	0.019	0.127	0.315
		Pix4D	-0.012	-0.024	-1.266	0.020	0.066	0.088	0.024	0.070	1.269
		本文算法	-0.001	0.003	0.481	0.020	0.040	0.032	0.020	0.040	0.482
	S形	MicMac	-0.029	-0.050	-0.075	0.013	0.155	0.157	0.031	0.163	0.174
		Pix4D	0.021	0.013	0.360	0.017	0.016	0.029	0.027	0.021	0.362
		本文算法	0.019	0.007	0.031	0.020	0.014	0.022	0.028	0.015	0.038
测区二	矩形	MicMac	-0.016	0.047	0.716	0.037	0.043	0.056	0.041	0.064	0.718
		Pix4D	0.008	-0.013	-0.847	0.025	0.048	0.037	0.026	0.050	0.848
		本文算法	-0.011	0.024	0.104	0.023	0.025	0.029	0.026	0.035	0.108
	S形	MicMac	0.056	-0.023	-1.425	0.076	0.021	0.108	0.095	0.031	1.429
		Pix4D	0.011	0.005	-0.111	0.013	0.023	0.025	0.018	0.023	0.113
		本文算法	0.022	0.003	-0.724	0.016	0.012	0.035	0.027	0.013	0.725

从平面精度分析,可以看出:(1)本文算法在测区一的两组数据均值最小,Pix4D在测区二的两组数据表现最优。对于测区一的两组数据,MicMac在Y方向的标准差最大,达到0.1 m; Pix4D和本文算法均小于0.07 m。因此,MicMac整体表现最差。(2)在测区一的矩形数据和测区二的两组数据中,本文算法和Pix4D在X方向的均方根误差相当。Pix4D在Y方向的均方根误差分别比本文算法大0.03 m、0.015 m、0.010 m。因此,本文算法的水平精度整体优于Pix4D。

从高程精度分析,可以看出:(1)对于测区一的两组数据和测区二的矩形数据,本文算法均具

有最小的标准差; Pix4D在测区二的S形数据中标准差最小; MicMac在4组数据的标准差均最大,精度波动较大。(2)对于测区一的矩形数据,MicMac的均方根误差最小,但具有最大的标准差,且模型存在一定扭曲; Pix4D在测区二的S形数据中均方根误差和标准差均最小。

整体上看,在无控制约束空三自检校下,由于像主距与相机畸变等参数的高度相关性,MicMac、Pix4D以及本文算法高程精度在4组数据中均存在较大波动,高程均方根误差整体大于10 cm(除本文算法在测区一中S型数据外),无法满足实际生产要求。同时,可以看出MicMac在

4组数据中均存在“碗状”效应,Pix4D与本文算法均有效缓解“碗状”效应。由于MicMac采用F15P7多项式相机畸变模型,存在较多参数,具有

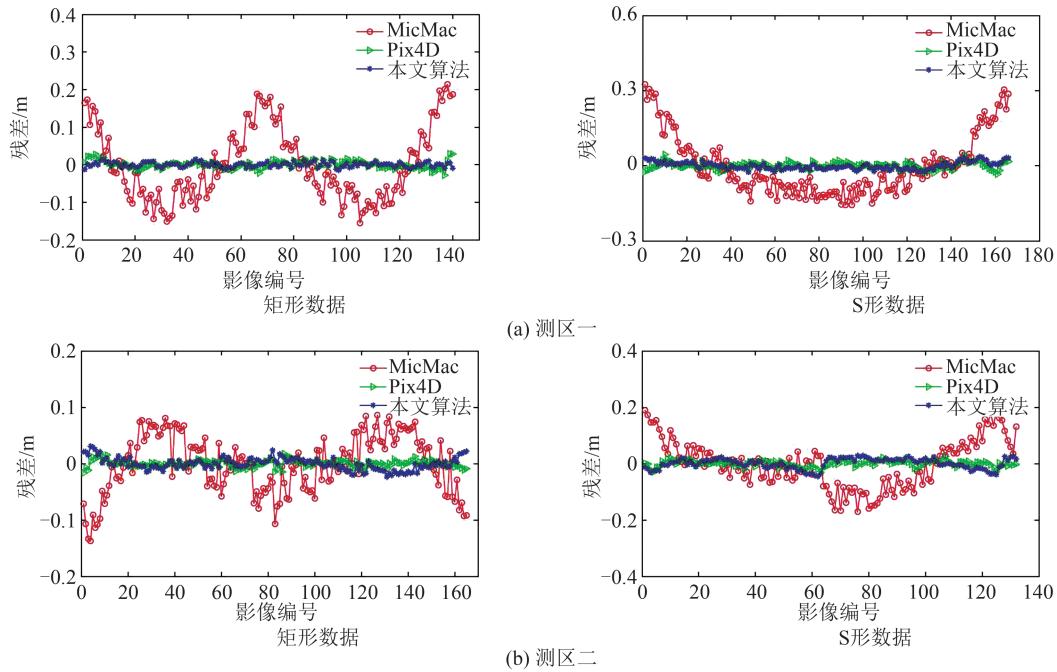


图7 不同软件中影像投影中心与差分GNSS在Z方向的坐标偏差

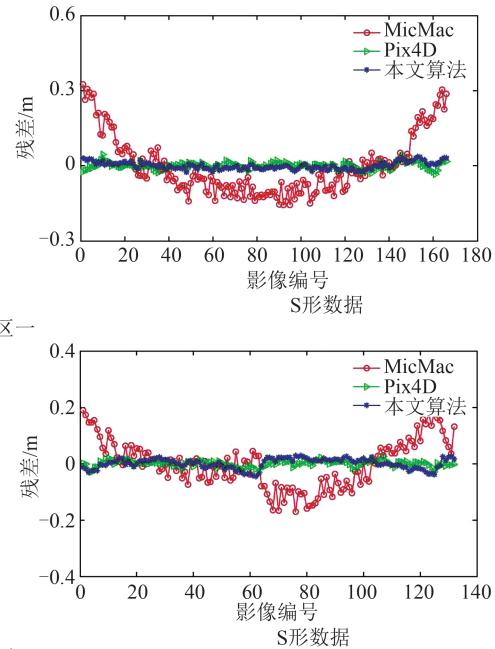
Fig. 7 Coordinate Offsets Between Image Projection Center and Differential Global Navigation Satellite System with Different Softwares in Z Direction

利用单个控制点进行相机自检校实验,并与MicMac和Pix4D Mapper进行对比。在单个控制点约束自检校中,本文先利用上述无控制约束自检校算法的结果作为初值,再固定相机外方位元素,利用控制点加权优化剩余参数,控制点权重设置为10。表4统计了实验结果。

分析平面精度,可以看出本文自检校策略下5种畸变模型的精度相当。在测区一的矩形数据以及测区二的两组数据中,MicMac在平面X、Y方向的均值最大。在4组数据中,MicMac平面方向的均方根以及标准差同样最大。在测区一的两组数据中,Pix4D在平面X、Y方向的均值以及均方根误差均大于本文算法;在测区二的两组数据中,本文算法的5种模型在平面精度上与Pix4D较为接近。本文算法的5种畸变模型在平面精度的均方根误差上均优于0.06 m,而MicMac则在0.5 m以内,Pix4D的均方根误差在0.08 m以内。

分析高程精度,本文算法的5种模型均方根误差均小于0.06 m,MicMac的高程均方根误差大于0.1 m,Pix4D的均方根误差小于0.1 m。因此,在有单个控制点约束情况下,本文自检校策略精度整体优于MicMac和Pix4D。与表1对比可知,在

最低的运行效率。商业软件Pix4D的运行效率则最高,本文算法运行效率介于MicMac和Pix4D之间。



(b) 测区二

无控制点约束时,不同相机模型的高程精度差异较大;但在加入单个控制点约束后,5种相机畸变模型自检校后空三的高程精度均优于3倍GSD。同样与表3对比可知,在无控制点约束相机自检校中,MicMac在测区一的矩形数据中,高程Z方向具有最小均方根误差。Pix4D在测区二的S形数据中,高程Z中具有最小均方根误差。在加入单个控制点约束后,本文算法的两种模型在高程Z方向的均方根误差均优于MicMac和Pix4D。

### 3 结语

针对输电线路走廊无人机影像的长航带结构特征,在分析不同相机畸变模型的基础上,本研究提出一种充分考虑无人机影像相机内参和畸变参数初始化和高精度差分GNSS位置信息融合的光束法平差相机自检校方法。通过对两个测区利用不同采集模式获取的输电线路无人机影像,进行无控制约束以及单个控制点约束的相机自检校实验。结果表明,在无控制约束下,本文提出的相机自检校策略可以有效缓解长航带影像空三的“碗状”效应,减少重建模型的扭曲程度,提高自检校空三的绝对精度;进而在单个控制点约束,即可达到优于当前主流开源和商业

软件的精度。

考虑到不同畸变模型在不同场景的数据中

表现各异,本文将根据场景的特点选择合适的畸变模型。

表4 单个控制点约束下不同软件自检校平差精度统计结果/m

Tab. 4 Statistical Results of Self-Calibration for Different Softwares with One GCP Constraint/m

区域	飞行方式	不同软件	平均值			标准差			均方根误差		
			X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
测区一	矩形	Brown	-0.005	0.003	0.016	0.011	0.036	0.040	0.012	0.036	0.043
		Poly7	-0.007	-0.005	0.002	0.022	0.051	0.056	0.023	0.051	0.056
		Legendre	-0.012	0.002	-0.015	0.023	0.041	0.046	0.026	0.041	0.049
		Fourier	-0.009	-0.006	0.002	0.018	0.051	0.052	0.021	0.051	0.052
		Jacobi-Fourier	0.000	0.000	0.016	0.021	0.041	0.038	0.021	0.041	0.042
		MicMac	0.020	-0.081	0.169	0.019	0.200	0.119	0.027	0.216	0.207
		Pix4D	0.018	-0.019	0.018	0.020	0.073	0.083	0.027	0.076	0.085
测区二	S形	Brown	-0.011	-0.001	-0.014	0.014	0.018	0.022	0.018	0.018	0.026
		Poly7	-0.014	0.007	-0.026	0.014	0.022	0.022	0.020	0.023	0.034
		Legendre	-0.012	0.004	-0.015	0.013	0.014	0.016	0.018	0.015	0.022
		Fourier	-0.013	0.003	-0.016	0.014	0.015	0.017	0.019	0.015	0.023
		Jacobi-Fourier	-0.019	-0.004	-0.024	0.017	0.016	0.019	0.026	0.016	0.030
		MicMac	0.017	-0.029	0.164	0.017	0.044	0.142	0.024	0.053	0.217
		Pix4D	0.020	0.013	0.034	0.019	0.017	0.027	0.027	0.022	0.043
测区三	矩形	Brown	0.018	-0.027	0.005	0.030	0.026	0.029	0.035	0.038	0.029
		Poly7	0.004	0.023	0.033	0.021	0.029	0.026	0.021	0.037	0.042
		Legendre	0.018	0.026	0.043	0.027	0.027	0.028	0.033	0.038	0.052
		Fourier	0.015	0.018	0.036	0.026	0.026	0.029	0.030	0.032	0.046
		Jacobi-Fourier	0.012	-0.024	0.003	0.024	0.026	0.028	0.027	0.035	0.028
		MicMac	0.154	-0.071	0.016	0.214	0.067	0.105	0.264	0.098	0.106
		Pix4D	0.005	-0.010	-0.023	0.023	0.048	0.033	0.024	0.049	0.040
测区四	S形	Brown	-0.018	0.007	0.024	0.014	0.013	0.017	0.023	0.015	0.029
		Poly7	-0.002	-0.003	-0.010	0.018	0.012	0.019	0.018	0.013	0.022
		Legendre	-0.002	-0.004	-0.012	0.018	0.012	0.020	0.018	0.013	0.023
		Fourier	-0.019	-0.005	-0.026	0.016	0.012	0.024	0.024	0.013	0.036
		Jacobi-Fourier	-0.023	-0.002	0.005	0.018	0.013	0.019	0.029	0.013	0.019
		MicMac	-0.283	0.057	0.022	0.381	0.053	0.190	0.475	0.078	0.191
		Pix4D	0.012	0.017	-0.017	0.013	0.021	0.024	0.017	0.027	0.030

## 参 考 文 献

- [1] Pei Huikun, Jiang San, Lin Guoan, et al. 3D Reconstruction of Transmission Route Based on UAV Oblique Photogrammetry [J]. *Science of Surveying and Mapping*, 2016, 41(12): 292-296. (裴慧坤, 姜三, 林国安, 等. 依托无人机倾斜摄影的电力走廊三维重建 [J]. 测绘科学, 2016, 41(12): 292-296.)
- [2] Jiang S, Jiang W S, Huang W, et al. UAV-Based Oblique Photogrammetry for Outdoor Data Acquisition and Offsite Visual Inspection of Transmission Line[J]. *Remote Sensing*, 2017, 9(3): 278.
- [3] Li Deren, Li Ming. Research Advance and Application Prospect of Unmanned Aerial Vehicle Remote Sensing System [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2014, 39(5): 505-513. (李德仁, 李明. 无人机遥感系统的研究进展与应用前景 [J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2014, 39(5): 505-513.)
- [4] Wu C C. Critical Configurations for Radial Distortion Self-Calibration [C]//IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Columbus, USA, 2014.
- [5] Zhou Y L, Rupnik E, Meynard C, et al. Simulation and Analysis of Photogrammetric UAV Image Blocks: Influence of Camera Calibration Error [J]. *Remote Sensing*, 2019, 12(1): 22.
- [6] Tournadre V, Pierrot-Deseilligny M, Faure P H. UAV Linear Photogrammetry[J]. *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, 2015, 3: 327-333.

- [7] Polic M, Steidl S, Albl C, et al. Uncertainty Based Camera Model Selection [C]// IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Seattle, USA, 2020.
- [8] Griffiths D, Burningham H. Comparison of Pre- and Self-Calibrated Camera Calibration Models for UAS-Derived Nadir Imagery for a SfM Application [J]. *Progress in Physical Geography: Earth and Environment*, 2019, 43(2): 215–235.
- [9] Jaud M, Passot S, Le Bivic R, et al. Assessing the Accuracy of High Resolution Digital Surface Models Computed by PhotoScan® and MicMac® in Sub-optimal Survey Conditions [J]. *Remote Sensing*, 2016, 8(6): 465.
- [10] Salach A, Bakuła K, Pilarska M, et al. Accuracy Assessment of Point Clouds from LiDAR and Dense Image Matching Acquired Using the UAV Platform for DTM Creation[J]. *ISPRS International Journal of Geo-Information*, 2018, 7(9): 342.
- [11] Jaud M, Passot S, Allemand P, et al. Suggestions to Limit Geometric Distortions in the Reconstruction of Linear Coastal Landforms by SfM Photogrammetry with PhotoScan® and MicMac® for UAV Surveys with Restricted GCPs Pattern [J]. *Drones*, 2018, 3(1): 2.
- [12] Nahon A, Molina P, Blázquez M, et al. Corridor Mapping of Sandy Coastal Foredunes with UAS Photogrammetry and Mobile Laser Scanning[J]. *Remote Sensing*, 2019, 11(11): 1352.
- [13] Duane C B. Close-Range Camera Calibration [J]. *Photogramm Eng*, 1971, 37(8): 855–866.
- [14] Fraser C S. Digital Camera Self-Calibration[J]. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 1997, 52(4): 149–159.
- [15] Luhmann T, Robson S, Kyle S, et al. Close Range Photogrammetry: Principles, Techniques and Applications [M]. Dunbeath, UK: Whittles publishing, 2006.
- [16] Fitzgibbon A W. Simultaneous Linear Estimation of Multiple View Geometry and Lens Distortion[C]// IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Kauai, USA, 2003.
- [17] Kukelova Z, Pajdla T. A Minimal Solution to the Autocalibration of Radial Distortion [C]// IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Minneapolis, USA, 2007.
- [18] Kukelova Z, Pajdla T. A Minimal Solution to Radial Distortion Autocalibration [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2011, 33(12): 2410–2422.
- [19] Jiang F Y, Kuang Y B, Solem J E, et al. A Minimal Solution to Relative Pose with Unknown Focal Length and Radial Distortion [M]//Computer Vision: ACCV 2014. Cham: Springer International Publishing, 2015.
- [20] Kukelova Z, Heller J, Bujnak M, et al. Efficient Solution to the Epipolar Geometry for Radially Distorted Cameras[C]//IEEE International Conference on Computer Vision, Santiago, Chile, 2015.
- [21] Ebner H. Self Calibrating Block Adjustment [J]. *Bildmessung und Luftbildwesen*, 1976(5):123–128.
- [22] Gruen A. Accuracy, Reliability and Statistics in Close-Range Photogrammetry [C]. Inter-Congress Symposium of ISP Commission V, Stockholm, Sweden, 1978.
- [23] Tang R F, Fritsch D, Cramer M, et al. A Flexible Mathematical Method for Camera Calibration in Digital Aerial Photogrammetry [J]. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, 2012, 78 (10) : 1069–1077.
- [24] Tang R F, Fritsch D, Cramer M. New Rigorous and Flexible Fourier Self-Calibration Models for Airborne Camera Calibration [J]. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 2012, 71: 76–85.
- [25] Babapour H, Mokhtarzade M, Valadan Zoej M J. Self-Calibration of Digital Aerial Camera Using Combined Orthogonal Models [J]. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 2016, 117: 29–39.
- [26] Lhuillier M. Incremental Fusion of Structure-from-Motion and GPS Using Constrained Bundle Adjustments [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2012, 34(12):2489–2495.
- [27] Gopaul N S, Wang J G, Hu B X. Camera Auto-Calibration in GPS/INS/Stereo Camera Integrated Kinematic Positioning and Navigation System [J]. *The Journal of Global Positioning Systems*, 2016, 14(1): 3.
- [28] Yuan Xiuxiao, Zhu Wu, Wu Junli, et al. GPS-Supported Bundle Block Adjustment Without Ground Control Points [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2004, 29(10) : 852–857. (袁修孝, 朱武, 武军郦, 等. 无地面控制GPS辅助光束法区域网平差[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2004, 29(10): 852–857. )
- [29] Schönberger J L, Frahm J M. Structure-from-Motion Revisited [C]//IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Las Vegas, USA, 2016.