

引文格式:徐景中,李均.复杂屋顶平面的RANSAC优化分割方法[J].武汉大学学报(信息科学版),2023,48(9):1531-1537.



DOI:10.13203/j.whugis20210169

**Citation:** XU Jingzhong, LI Jun. Optimal RANSAC Method for Segmentation of Complex Building Roof Planes[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2023, 48(9):1531-1537. DOI:10.13203/j.whugis20210169

# 复杂屋顶平面的RANSAC优化分割方法

徐景中<sup>1</sup> 李均<sup>1</sup>

1 武汉大学遥感信息工程学院,湖北 武汉,430079

**摘要:**针对传统随机采样一致性(random sample consensus, RANSAC)算法对复杂屋顶的分割缺陷,提出一种复杂屋顶平面的RANSAC优化分割方法。首先,在点云法向量估计的基础上,利用点法式方程优化种子点选取过程,提高初始平面选择的有效性;然后,采用距离与法向加权法抑制虚假平面生成,并利用加权函数进行平面内点的迭代修正,提高面片分割的准确性;最后,利用面片竞争方法优化分割结果,实现屋顶点云的分割处理。多组点云分割实验结果表明,该方法能有效抑制虚假平面,对复杂建筑物的屋顶平面分割结果的精确率、召回率和整体精度分别达到96.8%、98.2%和95.1%。相比传统方法,该方法在点云分割结果正确率及耗时方面均有明显优势。

**关键词:**激光雷达;建筑物顶面;点云分割;随机采样一致性;平面检测

中图分类号:P237;TP751

文献标识码:A

收稿日期:2021-04-02

DOI:10.13203/j.whugis20210169

文章编号:1671-8860(2023)09-1531-07

## Optimal RANSAC Method for Segmentation of Complex Building Roof Planes

XU Jingzhong<sup>1</sup> LI Jun<sup>1</sup>

1 School of Remote Sensing and Information Engineering, Wuhan University, Wuhan 430079, China

**Abstract:** Objectives: Aiming at the defects of the traditional random sample consensus (RANSAC) algorithm for complex roof segmentation, this paper proposes an optimal RANSAC method for segmentation of complex building roof planes. Methods: First, the normal vector of the point cloud is estimated based on the  $k$ -nearest neighbor of the point cloud, and the seed selection process is optimized by using the point normal equation to improve the effectiveness of the initial plane generation; Second, the weight function based on the point normal and its distance to the initial plane is used to suppress the false plane generation. And inner points of the plane are modified iteratively by the weight function to improve the correctness of the segmented plane. Finally, the patch competition method is used to optimize the segmentation results and achieve roof point cloud segmentation. Results: Segmentation experiments results of multiple groups of buildings show that the proposed method can effectively suppress false plane, and the precision, recall and overall accuracy of roof plane segmentation of complex buildings are 96.8%, 98.2% and 95.1% respectively. Conclusions: Compared with the traditional method, the proposed method has obvious advantages in the accuracy and time-consuming of point cloud segmentation results.

**Key words:** light detection and ranging; building roofs; point cloud segmentation; random sample consensus; plane detection

建筑物屋顶分割对于建筑物三维特征提取及模型重建等具有重要意义。由于利用光学影像获取目标三维特征过程复杂,且周期长<sup>[1]</sup>,具有

三维信息快速采集能力的机载激光雷达(light detection and ranging, LiDAR)技术已成为目标三维信息获取及建模的重要技术手段<sup>[2-3]</sup>。

基金项目:国家重点研发计划(2018YFD1100405);国家自然科学基金(41671450)。

第一作者:徐景中,博士,副教授,主要从事三维激光遥感理论与方法研究。jz\_xu@whu.edu.cn

针对建筑物点云分割研究,已有一些学者根据LiDAR点云分布特征及屋顶结构特点提出了一系列方法。如文献[4]在估算点云法向量及曲率等特征基础上,以点云的法向角度差、平滑度和连续性等作为条件,采用区域生长方法进行屋顶分割处理,对于人字形、平顶及穹顶建筑物取得了较好的效果,但该方法生长效果依赖法向量和曲率阈值,且面片交接处需要做进一步处理才能保证分割精度。对此,文献[5]在进行法向量和曲率的区域生长后,采用主元分析法估算每个顶面的平面方程,再利用基于距离的区域分割来提取精确的平面,采用面片点数从大到小的策略进行面片分割。该方法展示了基于距离条件改善区域生长方法在面片交界处分割精度的有效性,但仍存在容易漏面的情况。考虑到区域生长方法的局限性,有学者另辟蹊径,将具有较强鲁棒性和抗噪能力的随机采样一致性(random sample consensus, RANSAC)算法应用于屋顶面片的检测<sup>[6-7]</sup>,该算法是从一组含有异常点的数据中准确估计数学模型参数的迭代算法。利用该算法进行点云平面分割时,每次随机采样3个点形成假设平面,以假设平面所判定内部点最多的平面作为分割结果。RANSAC算法是一种抗噪性较强的算法,对于二维空间或三维空间都得到很好的应用<sup>[8-10]</sup>,但该算法也存在算法效率低,易产生虚假平面以及对阈值敏感等问题<sup>[11-14]</sup>。因此,文献[15]在利用RANSAC算法分割平面的基础上,对点到其邻域点的平面距离和高差分别设定阈值进行聚类分析,以剔除平面内的孤立点与异常值,该方法虽然能对分割结果有所改善,但仍存在对阈值敏感的问题。文献[16]在判断平面时采用距离加权方法进行平面内点选取,虽然能排除异常点的干扰,但未考虑相邻面片点影响,抑制虚假平面的能力有限。文献[17]在距离加权RANSAC算法的基础上,引入点法向量约束,可提高相邻面片的区分能力,对虚假平面有一定抑制作用,但该方法对于面片连接处等误分点缺乏有效措施。

本文提出了一种复杂屋顶平面的RANSAC优化分割方法,该方法在点云法向量估计的基础上,通过点法式方程法优化RANSAC初始平面的生成过程,减少无效迭代;接着采用距离与法向加权法抑制虚假平面生成,并结合权函数对平面内点进行迭代修正;最后利用面片竞争优化方法提高分割结果的准确性。

## 1 屋顶平面分割的原理与方法

### 1.1 基于点法式方程的初始平面获取

由于传统RANSAC方法是通过随机抽取点云中3个种子点方式实现初始假设平面的提取,只有当3个种子点均来自同一个平面时,该假设平面才有效,若种子点选择错误,容易出现虚假平面,导致无效迭代。对此,本文利用kd树进行建筑物屋顶点云组织,并根据每个点及其k邻域点进行最小二乘平面拟合估算点的法向量。在此基础上,采用如下方式进行种子点选取,以提高假设平面的有效性。

1) 基于点法式的局部平面估计。根据每个点及其法向量,即利用点法式方程得到该点所决定的局部平面,原理如下:设点 $P_i$ 的三维坐标为 $(x_i, y_i, z_i)$ ,利用该点的邻域点通过平面拟合方法估计得出该点法向量为 $\mathbf{n}(n_x, n_y, n_z)$ ,则根据点法式方程可以得到该点处的假设平面:

$$n_x(x - x_i) + n_y(y - y_i) + n_z(z - z_i) = 0 \quad (1)$$

2) 随机选取一点,利用该点所估计的局部平面及距离阈值,统计属于该平面的内点数目。

3) 重复步骤2),以内点数目最多的点所估计的平面作为分割平面,即可得到本次屋顶点的分割结果。

其中,步骤2)的重复次数可根据复杂屋顶的面片数目进行设置。通过上述处理,可有效避免传统RANSAC算法在选点过程中无效种子点所形成的虚假平面,提高初始平面的选取效率,减少无效迭代。

### 1.2 基于加权迭代法的平面修正

考虑到传统RANSAC方法易受邻近点干扰出现虚假平面的问题,本文采用加权方式抑制邻近点的干扰。方法思路为:基于初始假设平面进行内点判断时,以点到假设平面的距离和点法向量与假设平面法向量夹角作为权重进行内点判断,权函数表示如下:

$$w(d, \theta) = \exp(-d^2/\sigma_d^2) \times \exp(-\theta^2/\sigma_\theta^2) \quad (2)$$

式中, $d$ 为点到平面的距离; $\theta$ 为点法向量与平面的夹角; $\sigma_d$ 为点到平面的距离的标准差; $\sigma_\theta$ 为法向量夹角的标准差。

当初始假设面片越接近真实平面时,点法向量与平面法向量夹角越小,此时,点的权值就越大;反之,当初始假设平面偏离真实平面时,点的法向夹角普遍较大,其权值较小,因而受到抑制。

实际点云分布并不总严格贴合于真实平面

(如图 1 所示),为了通过平面内点提取真实屋顶平面,本文在分割过程中进一步利用加权函数进行平面内点的迭代修正,以提高平面分割效果。

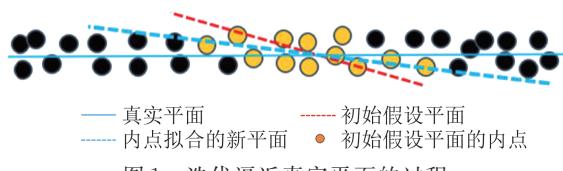


图 1 迭代逼近真实平面的过程

Fig. 1 Iterative Approximation to Real Plane

迭代逼近真实平面的具体过程如下:首先,根据点到平面的距离阈值统计当前待提取平面的内点,计算总权值  $w_1$ ;然后,根据最小二乘方法对内点重新拟合平面,统计新平面的总权值  $w_2$ 。若  $w_2 > w_1$ ,则说明新平面比原始假设平面更接近真实平面,用新平面代替原始假设平面能有效减小假设平面与真实平面之间的差别。

对于新平面,可继续统计内点计算权值,并比较两平面权值的大小,进行平面更新。上述过程迭代直至得到具有最大权值的平面为止。

### 1.3 面片竞争优化

由于 RANSAC 算法一次只能从点集中提取一个平面,而屋脊等连接处的点到相邻面片的距离均满足 RANSAC 分割算法的阈值条件,这些点会被最先检测到的平面直接提取,造成分割结果不稳定。对此,本文采用面片竞争方法进行优化处理,以提高方法稳定性。若平面  $i$  与平面  $j$  相邻,则这两平面连接部分的点集  $P_{ij}$  可以表示为,

$$P_{ij} = P_i \cap P_j \quad (3)$$

式中,  $P_i$  和  $P_j$  分别为属于平面  $i$  与平面  $j$  的点集;  $P_{ij}$  为需要进行面片竞争的点集。属于平面  $i$  的稳定点集可以表示为:

$$\bar{P}_i = P_i - \sum_{k=1, k \neq i}^n P_{ik} \quad (4)$$

以同样方法可以求得属于面片  $j$  的稳定点集  $\bar{P}_j$ 。针对平面  $i$  与平面  $j$  连接处的点集  $P_{ij}$ ,首先,分别利用点集  $\bar{P}_i$  和  $\bar{P}_j$ ,根据最小二乘方法进行平面拟合得到精度更高的平面方程,并由平面方程相交求出平面  $i$  和平面  $j$  的交线  $l_{ij}$ ;接着,以平面交线  $l_{ij}$  为界,可对连接处点集  $P_{ij}$  进行再分割处理。判断方法为:(1)设平面交线  $l_{ij}$  的法向量为  $\mathbf{n}_1$ ,在交线上任取一点与待分割点形成的向量为  $\mathbf{n}_2$ ,设  $\mathbf{n}_3 = \mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2$ 。(2)判断  $\mathbf{n}_3$  与平面  $i$  和平面  $j$  法向量的夹角  $\theta_i$  与  $\theta_j$  的大小:若  $\theta_i < \theta_j$ ,则该点在以交线为边界更靠近平面  $i$  的一侧,即当前点属于平面

$i$ ;否则,该点属于平面  $j$ 。若该待分割点与多个平面相邻,则对这些平面两两之间依次竞争,以其中夹角最小的平面作为该点的所属平面。

此外,传统 RANSAC 算法忽略了分割平面在空间分布上具有连续的特征,导致提取的平面虽然在一个数学平面上,但实际可能并不属于同一屋面片。针对这种问题,本文采用连通性分析方法进行结果优化处理:首先对分割得到的候选平面点集构建 kd 树;接着从任一无标签的点出发,计算其  $k$  邻域点到当前点的距离;若距离小于 3 倍平均点间距,则将邻域点与当前点赋予同一类别标签;继续以该邻域点为当前点进行连通分析,当所有点均有标签,则停止处理。

通过上述连通性分析过程,可以检测候选平面点集是否为一个连续的整体,若该面片存在多个不连通的子集,则统计各子集点的总数,以其中点数最大的子集作为有效平面结果。

## 2 实验与分析

为了验证方法的有效性,本文采用来自不同区域的 LiDAR 点云进行分割结果的定性分析与定量评价。本文实验基于 Windows 10 系统,CPU 为 AMD Ryzen 5 5600X 6-Core Processor @ 3.70 GHz,采用 Python 语言进行程序编码。

### 2.1 分割结果定性分析

1) 数据集 I。数据集 I 为美国 Miami 城郊区域,LiDAR 点云平均密度达采样点 100 个/ $m^2$ ,分割参数设置为:距离阈值  $d_i = 0.2\text{ m}$ ,迭代次数设置为 20 次。实验区域分割结果如图 2 所示,其中图 2(a)为该区域点云高程渲染效果图;图 2(b)为建筑物屋顶分割结果。从图 2 中可以看出,实验区域内具有不同面积的建筑屋顶均得到了正确分割。图 3 为该区域几种典型屋顶点云的分割结果。从图 3 中可以看出,本文方法能正确分割各类屋顶平面,对于天窗等较小屋顶设施和遮挡区域,皆能取得稳定的分割结果,屋脊处点云归属正确,目视效果较好。

2) 数据集 II。数据集 II 来自于中国荆州城区,LiDAR 点云平均密度为采样点 3 个/ $m^2$ ,其分割参数设置为:距离阈值  $d_i = 0.25\text{ m}$ ,迭代次数为 20 次。点云分割结果如图 4 所示。该区域含有不同尺寸的建筑物,建筑物外形既有规则矩形,也有复杂多边形;不同尺寸的建筑物屋顶平面均被分割,人字形屋顶以及复杂屋顶平面均得到正确分割,屋脊处点云归属合理。

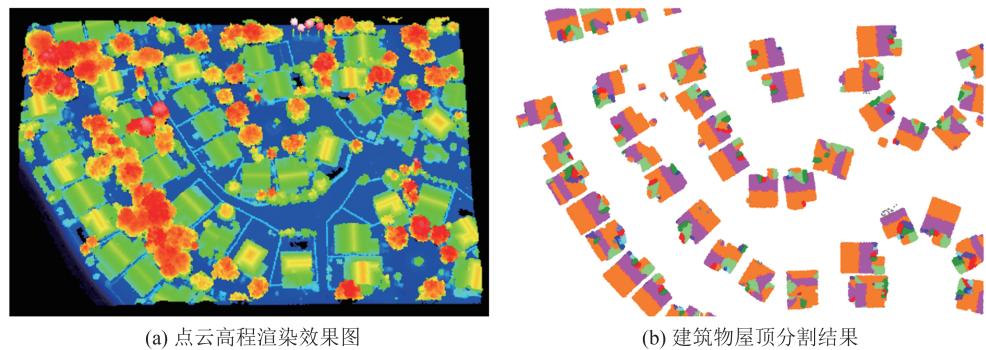


Fig. 2 Point Cloud Segmentation Results of Dataset I

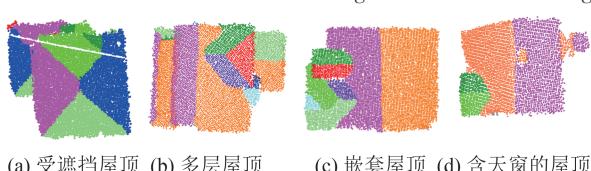


图3 不同类型房屋分割效果

Fig. 3 Segmentation Results of Different Types of Roofs

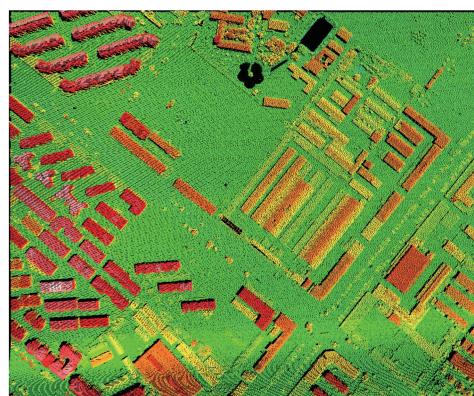


图4 数据集 II 点云分割结果

Fig. 4 Point Cloud Segmentation Results of Dataset II

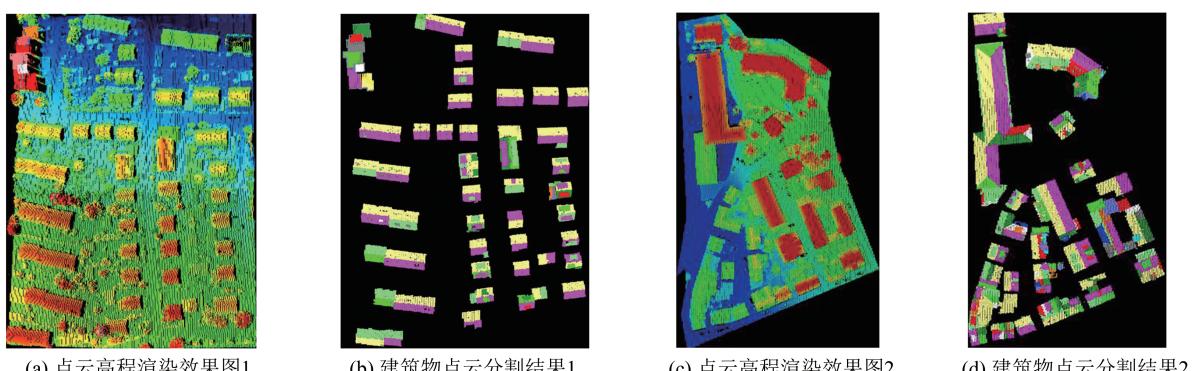


Fig. 5 Point Cloud Segmentation Results of Dataset III

从图5中可以看出,该区域含有大小不一的建筑物屋顶(图5(a)),屋顶结构复杂(图5(c)),且存在较多天窗等小目标。从分割结果(图5(b)、图5(d))中可以看出,所有屋顶面片以及天窗等小目标均被正确分割,屋脊处点云分布合理。

## 2.2 分割结果定量评价

为了定量分析本文方法效果,实验采用德国Vaihingen区域LiDAR点云作为数据集III进行方法验证,该点云平均密度为采样点4个/m<sup>2</sup>,其分割参数设置为:距离阈值 $d_t=0.15$  m,迭代次数为20次,点云分割结果如图5所示。

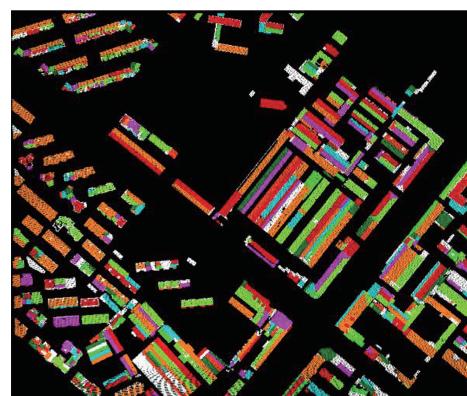


图5 数据集 III 点云分割结果

Fig. 5 Point Cloud Segmentation Results of Dataset III

本文以人工判别的屋顶面片点为参考点云,采用精确率( $P$ )、召回率( $R$ )和整体精度(overall accuracy, OA)指标进行点云分割结果的精度评价,计算公式为:

$$\begin{cases} P = N_{TP} / (N_{TP} + N_{FP}), R = N_{TP} / (N_{TP} + N_{FN}) \\ OA = N_{TP} / (N_{TP} + N_{FP} + N_{FN}) \end{cases} \quad (5)$$

式中, TP(true positive)、FN(false negative)、FP(false positive)分别表示真正例、假反例、假正例;  $N_{TP}$  表示真实建筑物顶面和分割结果中所共有的点数;  $N_{FN}$  表示应该在真实建筑物顶面内但没有被成功提取的点;  $N_{FP}$  表示被算法提取但是不在真实建筑物顶面内的点数;  $T_{OA}$  为整体精度。

典型复杂屋顶点云分割结果对比见图6。可以看出,这些建筑物屋顶结构复杂、屋顶面片较

多,一些屋顶相邻面片倾角接近,一些屋顶面片大小差异大。对于复杂屋顶,传统 RANSAC 方法分割结果出现面片未分割、分割面片零碎及屋脊位置不准确等现象(图6圆圈位置),难以得到正确的分割结果。而本文方法能有效分割出倾角接近的面片,且在一定程度上抑制相邻面片点的干扰,使得分割的面片更完整、细节上更合理,分割结果整体上优于传统 RANSAC 方法。

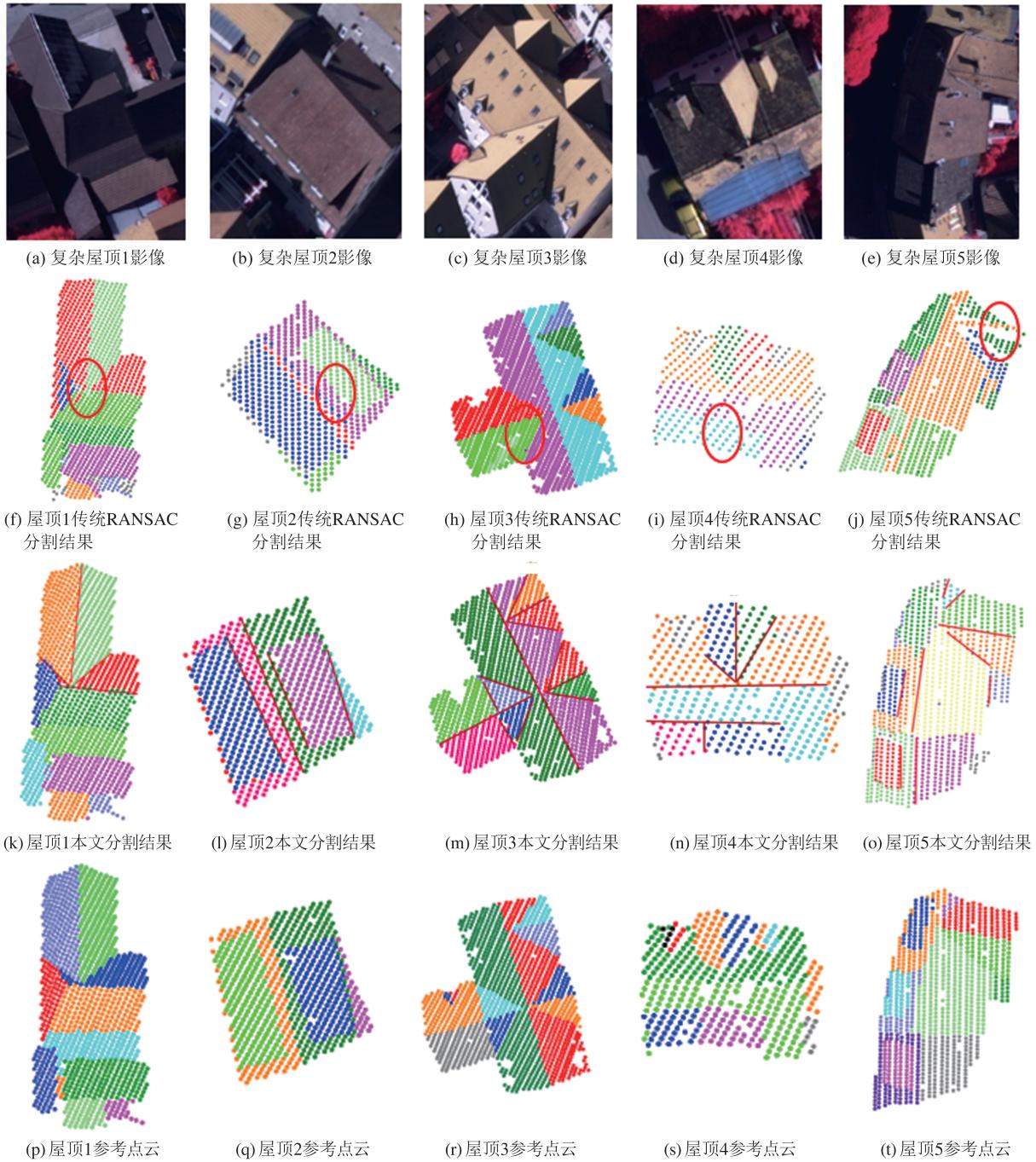


图 6 典型复杂屋顶点云分割结果对比

Fig. 6 Comparison of Typical Complex Roof Point Cloud Segmentation Results

表1为本文方法及传统 RANSAC 方法对于复杂屋顶点云分割性能对比。

从表1中可以看出:相比传统 RANSAC 算

法,本文方法在精确率、召回率以及整体精度方面均有较大提升,说明本文方法通过种子点选取、加权修正以及面片竞争优化处理,不仅能有

效抑制虚假平面的产生,同时克服了面片欠分割现象;在耗时方面,本文方法明显优于传统RANSAC算法,说明本文方法通过点法式方程获取初始假设平面,极大提高了有效平面的检测效率,避免了无效迭代过程,降低了耗时。

表1 复杂屋顶点云分割性能对比

Tab. 1 Performance Comparison of Complex Roof Point Cloud Segmentation

屋顶	传统RANSAC方法				本文方法			
	序号	P	R	$T_{OA}$	耗时/s	P	R	$T_{OA}$
1	0.948	0.908	0.865	3.45	0.989	0.991	0.980	1.31
2	0.923	0.853	0.784	1.64	0.997	0.990	0.987	0.63
3	0.970	0.969	0.937	4.73	0.989	0.996	0.985	1.42
4	0.963	0.928	0.896	1.09	0.979	0.969	0.950	0.38
5	0.847	0.842	0.731	2.79	0.983	0.967	0.952	1.81

表2为本文方法与I-RANSAC算法<sup>[15]</sup>及OD-RANSAC算法<sup>[17]</sup>的分割精度对比。

表2 数据集Ⅱ屋顶点云分割精度对比

Tab. 2 Performance Comparison of Roof Point Cloud in Dataset II

方法	P	R	$T_{OA}$
I-RANSAC	0.885	0.904	0.809
OD-RANSAC	0.841	0.943	0.765
本文方法	0.968	0.982	0.951

从表2可以看出,本文方法在精确率、召回率及整体精度方面优于其他两种RANSAC优化算法,表明本文方法通过种子点选取、加权修正以及面片竞争等优化处理能得到更准确的平面分割结果。

### 2.3 分割参数对结果精度的影响

本文方法进行点云分割需要设置距离阈值以及迭代次数。为了分析不同参数对于点云分割精度的影响,本文采用不同距离阈值以及迭代次数开展分析实验。由于点云密度以及质量差异,平面分割时需要合理设置距离阈值以得到更准确的平面分割结果。为了获取合理的距离阈值,本文分别从Miami点云(数据集I)和Vaihingen点云(数据集III)中各选取一组点云,并利用不同的距离阈值进行平面分割,得到分割精度随距离阈值变化关系图,如图7所示。

从图7中可以看出,当距离阈值过小时两组点集分割精度均偏低,随着距离阈值增大分割精度逐步提高;对于数据集I,当距离阈值在0.15~0.35 m可以得到相对稳定的分割结果,说明本文加权迭代平面修正过程能在一定程度上降低分割结果对于距离阈值的敏感性;同样对于数据

集III,当距离阈值在0.15~0.25 m时可以取得相对稳定的分割结果;当距离阈值进一步增大时,点云分割精度开始逐步下降。因此,考虑到距离阈值设置在0.15~0.25 m时,两组点集均能得到较好的分割结果,本文方法以该区间值作为距离阈值设置的参考依据。

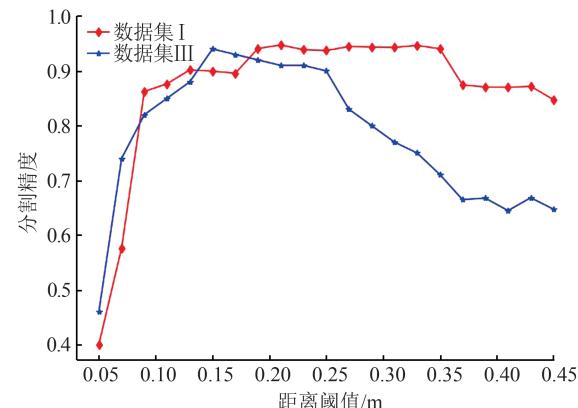


图7 分割精度随距离阈值变化关系图

Fig. 7 Diagram of Segmentation Accuracy Changing with Distance Threshold

迭代次数表示每提取一个平面必须选择的初始假设平面的个数。由于本文方法采用点法向量来估计初始假设平面,极大提高了初始假设平面的正确率,能有效减少迭代次数。

为了分析不同迭代次数对于分割精度的影响,本文分别从数据集I和数据集III中选取一组点云,通过设置不同的迭代次数得到点云的分割结果,迭代次数与点云分割精度变化关系见图8。

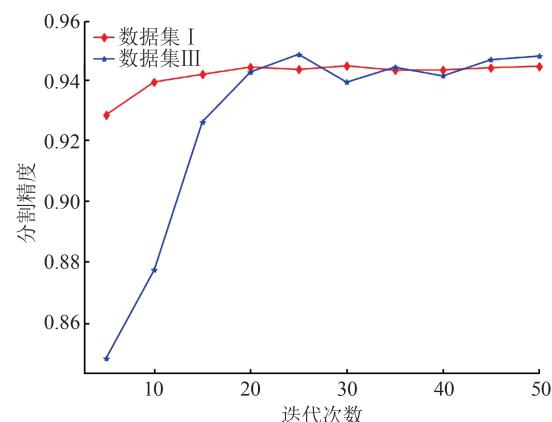


图8 分割精度随迭代次数变化关系图

Fig. 8 Diagram of Segmentation Accuracy Changing with Iteration Number

从图8可以看出,数据集I只需少量迭代即可得到相对稳定的分割精度,说明利用点法式方式获取初始假设平面,能极大提高有效平面的生成效率,避免无效迭代;数据集III点云相对稀疏,但在迭代次数达20次以后也能得到稳定的分割结

果。为保证不同点集均能得到稳定的分割结果,本文方法以 20 次作为迭代次数设置的参考依据。

### 3 结语

针对传统 RANSAC 方法在复杂屋顶平面分割中存在迭代次数高、易产生虚假平面等问题,本文提出了一种复杂屋顶平面的 RANSAC 优化分割方法。该方法首先采用点法式方程优化种子点的选取,提高初始假设平面选择的有效性;然后通过加权修正处理,提高分割平面的准确性;最后对屋顶平面连接处的点进行面片竞争优化,提高分割结果稳定性。多组点云分割实验结果表明,本文方法能快速、正确分割复杂建筑物屋顶平面;相比已有 RANSAC 算法,本文方法克服了传统 RANSAC 算法的无效迭代过程,能有效抑制虚假平面产生,快速得到更准确的平面分割结果,可为复杂建筑物点云的快速分割及特征提取提供一种有效解决方案。

### 参考文献

- [1] Yu D, Ji S, Liu J, et al. Automatic 3D Building Reconstruction from Multi-view Aerial Images with Deep Learning[J]. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 2021, 171: 155–170.
- [2] Huang Ronggang, Yang Bisheng, Li Jianping, et al. Building Points Detection from Airborne LiDAR Point Clouds Using Topological Relationship Graph Within Each Object Region[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2017, 42(4): 475–481. (黄荣刚, 杨必胜, 李健平, 等. 利用目标区域拓扑关系图提取建筑物点云[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2017, 42(4): 475–481.)
- [3] Wen Xuedong, Chen Weimin, Xie Hong, et al. A Method for Building Model Reconstruction Based on Multi-source Feature Fusion[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2019, 44(5): 731–736. (文学东, 陈为民, 谢洪, 等. 一种融合多源特征的建筑物三维模型重建方法[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2019, 44(5): 731–736.)
- [4] Zhao C, Guo H T, Lu J, et al. A New Approach for Roof Segmentation from Airborne LiDAR Point Clouds[J]. *Remote Sensing Letters*, 2021, 12(4): 377–386.
- [5] Xu Y, Yao W, Hoegner L, et al. Segmentation of Building Roofs from Airborne LiDAR Point Clouds Using Robust Voxel-Based Region Growing[J]. *Remote Sensing Letters*, 2017, 8(11): 1062–1071.
- [6] Zhao Ruibin, Pang Mingyong, Zhang Yanling, et al. Progressively Extracting Accurate Building Roofs from Airborne LiDAR Data[J]. *Journal of Computer - Aided Design & Computer Graphics*, 2017, 29(4): 624–631. (赵瑞斌, 庞明勇, 张燕玲, 等. 机载 LiDAR 点云中精细建筑物顶面的渐进提取[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2017, 29(4): 624–631.)
- [7] Li Z, Shan J. RANSAC-Based Multi Primitive Building Reconstruction from 3D Point Clouds[J]. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 2022, 185: 247–260.
- [8] Wang X S, Chan T O, Liu K, et al. A Robust Segmentation Framework for Closely Packed Buildings from Airborne LiDAR Point Clouds[J]. *International Journal of Remote Sensing*, 2020, 41(14): 5147–5165.
- [9] Albano R. Investigation on Roof Segmentation for 3D Building Reconstruction from Aerial LiDAR Point Clouds[J]. *Applied Sciences*, 2019, 9(21): 4674.
- [10] Cao R J, Zhang Y J, Liu X Y, et al. Roof Plane Extraction from Airborne LiDAR Point Clouds[J]. *International Journal of Remote Sensing*, 2017, 38(12): 3684–3703.
- [11] Demir N. Automated Detection of 3D Roof Planes from LiDAR Data[J]. *Journal of the Indian Society of Remote Sensing*, 2018, 46(8): 1265–1272.
- [12] Dal P A P, Yano M S. Ransac-Based Segmentation for Building Roof Face Detection in LiDAR Point Cloud[C]// IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, Valencia, Spain, 2018.
- [13] Dehbi Y, Henn A, Gröger G, et al. Robust and Fast Reconstruction of Complex Roofs with Active Sampling from 3D Point Clouds[J]. *Transactions in GIS*, 2021, 25(1): 112–133.
- [14] Yi Z, Wang H, Duan G, et al. An Airborne LiDAR Building-Extraction Method Based on the Naive Bayes-RANSAC Method for Proportional Segmentation of Quantitative Features[J]. *Journal of the Indian Society of Remote Sensing*, 2021, 49(2): 393–404.
- [15] Canaz Sevgen S, Karsli F. An Improved RANSAC Algorithm for Extracting Roof Planes from Airborne Lidar Data[J]. *The Photogrammetric Record*, 2020, 35(169): 40–57.
- [16] Dey E K, Awrangjeb M, Stantic B. Outlier Detection and Robust Plane Fitting for Building Roof Extraction from LiDAR Data[J]. *International Journal of Remote Sensing*, 2020, 41(16): 6325–6354.
- [17] Xu B, Jiang W S, Shan J, et al. Investigation on the Weighted RANSAC Approaches for Building Roof Plane Segmentation from LiDAR Point Clouds[J]. *Remote Sensing*, 2015, 8(1): 5.