



引文格式:罗涛,何晓业,汪昭义,等.粒子加速器隧道准直测量中激光跟踪仪光束法平差的误差分析和应用研究[J].武汉大学学报(信息科学版),2023,48(6):919-925.DOI:10.13203/j.whugis20200718

Citation:LUO Tao, HE Xiaoye, WANG Zhaoyi, et al. Error Analysis and Application of Laser Tracker's Bundle Adjustment in the Tunnel Alignment Measurement of Particle Accelerator[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2023, 48(6):919-925. DOI:10.13203/j.whugis20200718

粒子加速器隧道准直测量中激光跟踪仪光束法平差的误差分析和应用研究

罗涛^{1,2,3} 何晓业¹ 汪昭义¹ 王巍¹ 李笑¹ 黄晴晴¹
何振强^{2,3} 柯志勇^{2,3} 马娜^{2,3} 王铜^{2,3} 梁静^{2,3}
李波^{2,3} 门铃铃^{2,3} 王小龙^{2,3} 董岚^{2,3}

1 中国科学技术大学国家同步辐射实验室,安徽 合肥,230029

2 中国科学院高能物理研究所,北京,100049

3 散裂中子源科学中心,广东 东莞,523803

摘要:粒子加速器隧道准直测量往往沿直线或环形布设控制网,利用激光跟踪仪进行测站搭接测量时,误差会沿测站前进方向不断积累。为了提高现有跟踪仪控制网测量精度,首先推导了激光跟踪仪光束法测量的误差传递路径公式,分析了未知控制点的误差来源;然后根据激光跟踪仪光束法平差原理得到4种不同方案,即无固定站心参数、固定站心姿态、固定站心位置和固定站心位姿,通过光束法平差解算并对比分析各方案。实验结果显示,4种方案解算点的绝对位置精度从高到低依次为固定站心位姿、固定站心位置、固定站心姿态和无固定站心参数。首尾闭合解算的平面位置均方根误差为0.147 mm,小于未闭合解算的0.163 mm,且在15 m×10 m×3 m的测量范围内,无固定方案平差解算的姿态和平面位置均方根误差分别为3.58 s和0.144 mm。实验结果表明,测站闭合能增强约束,固定站心位姿能有效抑制光束法测量的误差积累,从而提高整网平差解算精度。固定站心位置结果优于固定站心姿态,说明站心位置是影响激光跟踪仪平面光束法平差的重要参数。该研究可为今后高精度激光跟踪仪光束法平差方案设计提供参考。

关键词:粒子加速器;隧道准直测量;激光跟踪仪;光束法平差;固定站心位姿

中图分类号:P258

文献标识码:A

收稿日期:2021-12-05

DOI:10.13203/j.whugis20200718

文章编号:1671-8860(2023)06-0919-07

Error Analysis and Application of Laser Tracker's Bundle Adjustment in the Tunnel Alignment Measurement of Particle Accelerator

LUO Tao^{1,2,3} HE Xiaoye¹ WANG Zhaoyi¹ WANG Wei¹ LI Xiao¹ HUANG Qingqing¹
HE Zhenqiang^{2,3} KE Zhiyong^{2,3} MA Na^{2,3} WANG Tong^{2,3} LIANG Jing^{2,3} LI Bo^{2,3}
MEN Lingling^{2,3} WANG Xiaolong^{2,3} DONG Lan^{2,3}

1 National Synchrotron Radiation Laboratory, University of Science and Technology of China, Hefei 230029, China

2 Institute of High Energy Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

3 Spallation Neutron Source Science Center, Dongguan 523803, China

Abstract: Objectives: The control network in accelerator alignment often forms a straight line or ring. The errors will accumulate as the number of stations increases when performing lap measurements with the laser tracker. To improve the measurement accuracy of the laser tracker control network, we analyze the source of errors and compare four different measurement methods. **Methods:** First, the formulas of error propagation in the bundle adjustment method are derived and the error source of the unknown points is analyzed.

基金项目:国家自然科学基金(12075264,12075264)。

第一作者:罗涛,博士生,高级工程师,主要从事粒子加速器准直测量研究。lt423@mail.ustc.edu.cn

通讯作者:何晓业,博士,教授。xyhe@ustc.edu.cn

Second, the following four schemes are obtained by adopting the bundle adjustment method of laser trackers. Finally, the performances of the above schemes are analyzed in the experiment of bundle adjustment.

Results: The results show that the absolute position accuracy for the scheme with fixed position and orientation is the highest among the four schemes. The average root mean square (RMS) of the position is 0.147 mm in the experiment of the closed measurement, which is less than that of the unclosed measurement with the RMS of 0.163 mm. In the measurement range of $15\text{ m} \times 10\text{ m} \times 3\text{ m}$, the orientation of the non-fixed scheme flat-rate solution and the average RMS of the plane position are 3.58 s and 0.144 mm, respectively. The station closure can enhance the constraint. Besides, the fixed station center position can effectively inhibit the error accumulation of multi-station lap measurement, improving the accuracy of the network adjustment. Moreover, the result of fixed station center position is better than that of the fixed station center orientation, which indicates that the station positions are vital parameters that affect the two-dimensional bundle adjustment of the laser tracker. **Conclusion:** This paper can provide a reference for the design of the high-precision laser tracker bundle adjustment method.

Key words: particle accelerator; tunnel alignment measurement; laser tracker; bundle adjustment; fixing position and orientation of station center

精密工程测量在粒子加速器、卫星和导弹发射轨道、高铁工程和大型射电望远镜等领域发挥着重要的作用。随着第四代光源的发展,粒子加速器领域对准直测量精度要求越来越高,目前激光跟踪仪在该领域控制网测量和准直安装过程中的作用极其重要,以激光跟踪仪为核心进行高精度方案设计已成为该领域的一项研究热点^[1-2]。

许多学者从方案设计、工作效率以及跟踪仪自身特性,开展了许多研究工作。文献[3]分析了激光跟踪仪测角误差的来源,提出了基于S多项式的测角误差矫正方法;文献[4-6]提出了建立激光干涉三维测距网,采用了加权秩亏自由网平差模型,将点位精度提高了约3倍;文献[7]研究了一种激光跟踪仪双面互瞄定向方法;文献[8]研究了一种三联全站仪三维导线,通过增加测站间的约束解决了狭小空间测量仪器定向问题;文献[9]针对由于仪器、反射棱镜加工误差等造成测距存在系统误差,采用了将测距常数作为系统未知参数参与最终的平差解算;文献[10]针对激光跟踪仪测量重复性高的特性,提出了基于长度标准装置对激光跟踪仪测量观测值进行误差补偿,进一步提高了测量精度;文献[11]研究了空间点分布对坐标转换精度的影响,分析了公共点的测量精度及其几何分布是影响坐标转换精度的主要因素;文献[12]分析了激光跟踪仪测量误差对光束法参数求解精度的影响,提出了基于多站位下单台激光跟踪仪测量误差的转站误差模型与转站参数修正的补偿方法。以上围绕激光跟踪仪的原理和结果开展的研究,对提高激光跟踪仪的空间点测量精度均具有重要意义。

在前期的研究基础上^[13-19],针对激光跟踪仪光束法测量误差不断积累的问题,本文首先推导了激光跟踪仪光束法平差测量的误差传递路径公式,分析了影响未知控制点的误差来源,详细介绍了激光跟踪仪光束法模型的4种平差方案,并通过实例解算对比分析各方案。

1 光束法平差测量原理

1.1 平面误差分析

光束法测量的误差传递如图1所示,其中A、B为已知控制点, $P_i(i=1,2,3,4)$ 表示未知控制点, $St_j(j=1,2)$ 表示测站中心, lu_i 、 lp_i 分别表示仪器瞄准时视点、前视点的距离观测值, α_j 、 α_{AP_1} 和 α_{AP_2} 表示两控制点间的水平角观测值。

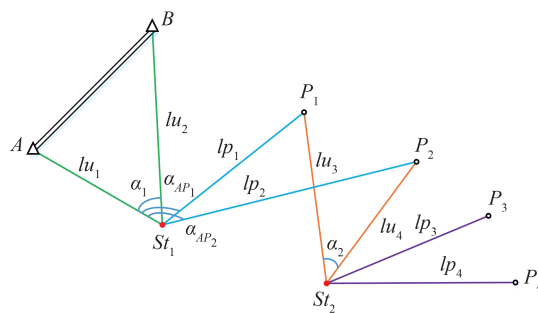


图1 光束法测量的误差传递示意图

Fig. 1 Sketch Map of Error Propagation of Multi-station Measurement

以A、B两已知控制点所建立的平面直角坐标系作为全局坐标系。光束法测量以每测站中心作为原点建立局部坐标系,该局部坐标系与全局坐标系间存在一个水平旋转角度(即站心姿

态)。在第 1 个测站时,站心姿态 β_1 的计算式为:

$$\beta_1 = \alpha_{AB} + \arcsin\left(\frac{lu_2}{l_{AB}} \sin \alpha_1\right) \pm \pi \quad (1)$$

第 1 个测站的站心位置,即测站中心 S_{t_1} 的坐标 $(X_{S_{t_1}}, Y_{S_{t_1}})$ 计算式为:

$$\begin{cases} X_{S_{t_1}} = X_A + lu_1 \cos \beta_1 \\ Y_{S_{t_1}} = Y_A + lu_1 \sin \beta_1 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} X_{P_1} = X_A + lu_1 \cos(\beta_1 + \pi) + lp_1 \cos(\beta_1 + \alpha_{AP_1} \pm \pi) \\ Y_{P_1} = Y_A + lu_1 \sin(\beta_1 + \pi) + lp_1 \sin(\beta_1 + \alpha_{AP_1} \pm \pi) \end{cases} \quad (5)$$

$$\sigma_{P_1}^2 = \sigma_{lu_1}^2 + \sigma_{lp_1}^2 + \frac{(lu_1^2 + lp_1^2)\sigma_{\beta_1}^2 + lp_1^2\sigma_{\alpha_{AP_1}}^2}{\rho''^2} \quad (6)$$

同理,在第 j 个测站,站心姿态 β_j 和站心位置 $(X_{S_{t_j}}, Y_{S_{t_j}})$ 的计算式分别为:

$$\beta_j = \alpha_{P_{2j-3}P_{2j-2}} + \arcsin\left(\frac{lu_{2j}}{lp_{2j-3}p_{2j-2}} \sin \alpha_j\right) \pm \pi \quad (7)$$

$$\begin{cases} X_{S_{t_j}} = X_{P_{2j-3}} + lu_{2j-1} \cos(\beta_j + \pi) \\ Y_{S_{t_j}} = Y_{P_{2j-3}} + lu_{2j-1} \sin(\beta_j + \pi) \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} X_{P_{2j-1}} = X_A + lu_1 \cos \beta_1 + lp_1 \cos(\beta_1 + \alpha_{AP_1} \pm \pi) + \dots + lu_{2j-1} \cos \beta_j + lp_{2j-1} \cos(\beta_j + \alpha_{P_{2j-3}P_{2j-1}} \pm \pi) \\ Y_{P_{2j-1}} = Y_A + lu_1 \sin \beta_1 + lp_1 \sin(\beta_1 + \alpha_{AP_1} \pm \pi) + \dots + lu_{2j-1} \sin \beta_j + lp_{2j-1} \sin(\beta_j + \alpha_{P_{2j-3}P_{2j-1}} \pm \pi) \end{cases} \quad (11)$$

$$\sigma_{P_{2j-1}}^2 = \sum_{i=1}^j \left[\sigma_{lu_{2i-1}}^2 + \sigma_{lp_{2i-1}}^2 + (lu_{2i-1}^2 + lp_{2i-1}^2)\sigma_{\beta_i}^2 + lp_{2i-1}^2\sigma_{\alpha_{P_{2j-3}P_{2j-1}}}}^2 \right] \quad (12)$$

由式(1)和式(7)可知,站心姿态误差与单站的测角和测距误差有关;由式(2)和式(8)可知,站心位置误差与单站的测距、站心姿态和后视点误差有关。再由式(4)和式(10)可知,固定站心位置时,待定控制点误差仅与单站的测角、测距误差有关;由式(6)和式(12)可知,固定站心姿态时,待定控制点误差与每一测站的测角和测距误差均有关。

1.2 高程误差分析

由于粒子加速器隧道准直测量的特殊性,隧道控制网点的布设为严格分层布局,主要由地面层控制点和磁铁设备顶层基准点构成。在激光跟踪仪测量中,该分层布设控制点能在一定程度上抑制垂直度盘的测角误差。

在粒子加速器隧道准直中开展光束法测量时,由于激光跟踪仪在每站严格调平,可将激光跟踪仪当作水准仪,在每站进行多线路的三角高程测量。其高差值由激光跟踪仪测距和垂直角计算而来,由于激光跟踪仪测距精度极高,故其高程误差主要源自垂直角误差。

根据中科院高能物理研究所北京正负电子对撞机(Beijing electron positron collider, BEPC)2001—2006年的激光跟踪仪测量数据和传统几何水准仪测量的高程值,进行大量对比和统计分析,

S_{t_1} 测量的前视点 P_1 的坐标计算式为:

$$\begin{cases} X_{P_1} = X_{S_{t_1}} + lp_1 \cos(\beta_1 + \alpha_{AP_1} \pm \pi) \\ Y_{P_1} = Y_{S_{t_1}} + lp_1 \sin(\beta_1 + \alpha_{AP_1} \pm \pi) \end{cases} \quad (3)$$

$$\sigma_{P_1}^2 = \sigma_{S_{t_1}}^2 + \sigma_{lp_1}^2 + \frac{lp_1^2(\sigma_{\beta_1}^2 + \sigma_{\alpha_{AP_1}}^2)}{\rho''^2} \quad (4)$$

式中, ρ'' 为弧度与角度的转换单位; $\sigma_{P_1}^2$ 为 P_1 点的中误差的平方。将式(2)代入式(3)得到:

测站 S_{t_j} 测量的前视点 P_{2j-1} 的坐标计算式为:

$$\begin{cases} X_{P_{2j-1}} = X_{S_{t_j}} + lp_{2j-1} \cos(\beta_j + \alpha_{P_{2j-3}P_{2j-1}}) \\ Y_{P_{2j-1}} = Y_{S_{t_j}} + lp_{2j-1} \sin(\beta_j + \alpha_{P_{2j-3}P_{2j-1}}) \end{cases} \quad (9)$$

$$\sigma_{P_{2j-1}}^2 = \sigma_{S_{t_j}}^2 + \sigma_{lp_{2j-1}}^2 + \frac{\sigma_{P_{2j-1}}^2(\sigma_{\beta_j}^2 + \sigma_{\alpha_{P_{2j-3}P_{2j-1}}}}^2)}{\rho''^2} \quad (10)$$

将式(8)分别代入式(9)和式(10),得到坐标计算式为:

得到激光跟踪仪光束法平差高程测量与几何水准仪高程测量值的统计差值的平均值为0.087 mm。自2007年开始,BEPC隧道准直测量中激光跟踪仪光束法获取平面和高程值,基本上代替水准仪的全环水准闭合测量工作。

1.3 平差模型

平差模型分4种方案进行解算,即无固定、固定站心姿态、固定站心位置和固定站心位姿,各方案的概述见表1。假设在光束法测量时共布设了 n 个测站,控制点总数为 t 个,将未知控制点在局部坐标系下坐标值作为观测值。令第 i 个测站观测的控制点个数为 m_i ,根据式(1)可列出 $\sum_{i=1}^n 2m_i$

个误差方程式,以方案1为例,未知参数包括所有控制点在全局坐标系下 $2t$ 个坐标值、 n 个站心姿态参数和 $2n$ 个站心位置参数,多余观测数为 $\sum_{i=1}^n 2m_i - (2t + n + 2n)$ 。

1.3.1 函数模型

实施控制网测量时,通常有单站和光束法两种测量方式。单站测量是将仪器固定在测量区域中央位置,单站测完所有点;光束法测量是将仪器沿环形布设多个测站,每个测站测量足够多的控制点,各测站间通过公共点完成搭接^[9,19]。

表1 各方案的概述

Tab. 1 The Details of Several Schemes

方案	内容	未知参数	多余观测数
1	采用公共点完成测站间的搭接测量	所有控制点坐标(除去两已知点)、站心位置、站心姿态	$\sum_{i=1}^n 2m_i - (2t + n + 2n)$
2	方案1的基础上固定各测站间转换的姿态参数	所有控制点坐标(除去两已知点)、站心位置	$\sum_{i=1}^n 2m_i - (2t + 2n)$
3	方案1的基础上固定各测站间转换的位置参数	所有控制点坐标(除去两已知点)、站心姿态	$\sum_{i=1}^n 2m_i - (2t + n)$
4	方案1的基础上固定各测站间转换的位姿参数	所有控制点坐标	$\sum_{i=1}^n 2m_i - 2t$

对应的函数模型为:

$$\begin{bmatrix} X_{jk} \\ Y_{jk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \hat{\alpha}_i & \sin \hat{\alpha}_i \\ -\sin \hat{\alpha}_i & \cos \hat{\alpha}_i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{X}_k - \hat{X}_j \\ \hat{Y}_k - \hat{Y}_j \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中, (\hat{X}_k, \hat{Y}_k) 表示测量点在全局坐标系下的坐标平差值; α_i 表示第 i 个测站相对于全局坐标系的旋转角度(即站心姿态)的平差值; (X_{jk}, Y_{jk}) 表示在第 i 个测站测量点在局部坐标系下的坐标值。 (\hat{X}_j, \hat{Y}_j) 表示第 i 个测站中心在全局坐标系下的坐标(即站心位置)的平差值。将测量点在全局坐标系下的坐标值、站心姿态和站心位置均作为未知参数时,根据式(13)列出误差方程:

$$V = Ax - L \quad (14)$$

其中,系数矩阵 A 由站心姿态近似值 α 、站心位置近似值 (X_j, Y_j) 和测站全局坐标 (X_k, Y_k) 组成,具体参见文献[9];向量 x 的具体元素分别为相应参数的改正值, $x = [\Delta\alpha \quad \Delta x_j \quad \Delta y_j \quad \Delta x_k \quad \Delta y_k]^T$; $L = [X_{11} - X_{11}^0 \quad Y_{11} - Y_{11}^0 \quad \cdots \quad X_{jk} - X_{jk}^0 \quad Y_{jk} - Y_{jk}^0]^T$, (X_{jk}^0, Y_{jk}^0) 表示第 i 个测站的测量点在局部坐标系下的坐标初值,计算式为:

$$\begin{cases} X_{jk}^0 = (X_k - X_j) \cos \alpha + (Y_k - Y_j) \sin \alpha \\ Y_{jk}^0 = -(X_k - X_j) \sin \alpha + (Y_k - Y_j) \cos \alpha \end{cases} \quad (15)$$

1.3.2 随机模型

已知水平角 H 和距离观测值 S 的协方差阵为 D_{LL} ,以控制点局部坐标作为观测值进行平差解算时对应的协方差阵为 D_{XX} ,计算式为:

$$D_{XX} = K \cdot D_{LL} \cdot K^T \quad (16)$$

$$K = \begin{bmatrix} \frac{\partial X}{\partial H} & \frac{\partial X}{\partial S} \\ \frac{\partial Y}{\partial H} & \frac{\partial Y}{\partial S} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -S \cdot \sin H & \cos H \\ S \cdot \cos H & \sin H \end{bmatrix} \quad (17)$$

根据式(14)和式(15)可得到权矩阵 P_{XX} :

$$P_{XX} = \begin{bmatrix} \sigma_0^2 / \sigma_{11}^2 & & & \\ & \sigma_0^2 / \sigma_{22}^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \sigma_0^2 / \sigma_{nm}^2 \end{bmatrix} \quad (18)$$

式中, σ_0 为单位权中误差; $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \cdots, \sigma_{nm}$ 为 D_{XX} 的对角线元素^[16]。

2 实例分析

2.1 实验方案

为验证上述误差分析,在 $15 \text{ m} \times 10 \text{ m} \times 3 \text{ m}$ 实验范围内,布设了内地面控制点、外地面控制点和外墙面控制点共 36 个,组成环形控制网。单站测量点分布情况如图 2 所示。实验过程采用了单站和光束法两种测量方式,前者将仪器严格整平后固定在中央位置,测量所有控制点;后者将仪器沿环形依次布设 12 个测站,测站均匀分布整个圆周且每站严格整平,每个测站分别向前、后各测 3 段,其中每段对应的内地面控制点、外地面控制点和外墙面控制点数量均为 1 个,即单站测量点数为 18 个,下一测站向后挪一段,相邻测站间的公共点个数为 15 个。在数据采集时,为避免粗差,单站测量采集两次数据并进行拟合检核,光束法测量将每站数据与单站测量数据进行拟合检核。多站测量数据基于光束法平差的 4 种方案进行解算,采用内符合和外符合两种方式评定 4 种方案的精度,后续将展开具体分析。

2.2 结果分析

2.2.1 内符合精度

利用平差解算的点位中误差(mean square error, MSE)作为内符合精度分析的衡量指标,各方案解算结果见表 2。由表 2 可知,固定参数的方案 2、3、4 中的平面中误差平均值数值均小于无固定参数的方案 1,说明固定参数有利于提高光束法平差解算的点位内符合精度。方案 2、3、4 的平面中误差平均值在一个量级,但固定站心位姿的平面中误差平均值大于固定站心位置,推测可能存在过约束情况,导致前者求解的点位精度差于后者。

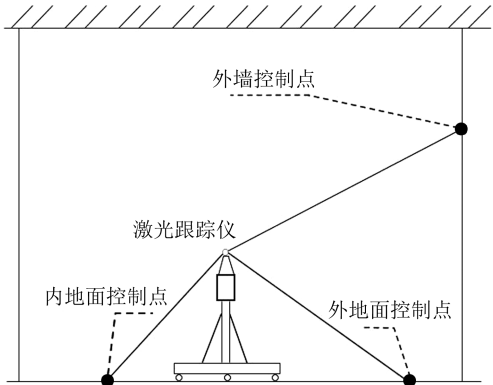


图 2 单站测量点位分布图
Fig. 2 Point Distribution in Single-station Measurement

表 2 各方案解算的点位中误差
Tab. 2 MSE of Points by Four Schemes

方案	σ_x 平均值/mm	σ_y 平均值/mm	平均中误差/mm
1	0.074	0.073	0.109
2	0.039	0.041	0.057
3	0.035	0.037	0.053
4	0.036	0.039	0.055

2.2.2 外符合精度

在无粗差的情况下,光束法测量方式的数据误差通常除了单站测量误差之外,还存在光束法坐标转换误差,故认为单站测量数据精度优于光束法测量数据精度。对光束法测量解算结果进行外符合精度分析时,将单站测量数据作为设计真值,各方案平差解算的控制点坐标与设计真值间进行求差比较,并分别用 ΔX 和 ΔY 表示 X 和 Y 方向的坐标差值。在无固定参数情况下进行两次实验解算,其中第一次实验没有首尾闭合,第二次实验首尾闭合。两次实验解算的控制点坐标平差值偏差见表 3。从表 3 可以看出,闭合方式优于未闭合方式的解算结果。

表 3 两次实验的坐标偏差/mm
Tab. 3 Bias of Coordinates in Two Experiments/mm

实验	ΔX 平均值	ΔY 平均值	ΔX 均方根	ΔY 均方根	平面均方根
第一次	-0.103	0.021	0.131	0.097	0.163
第二次	-0.092	0.083	0.117	0.088	0.147

将各方案进行光束法平差解算,得到的控制点坐标与单站测量控制点坐标求差,其结果见表 4。对比方案 2 和方案 3 可知,固定站心位置求解的平面均方根小于固定站心姿态求解结果,与§2.1 的理论分析一致,即固定站心位置时待定控制点误差仅与单站测量误差有关,而固定站心姿态时待定控制点误差与每一测站测量误差均有关,但二者解算精度区别不大,可能与激光跟踪仪的高

精度测距有关。结合方案 4 可知,站心位置误差是影响跟踪仪光束法平差平面解算精度的重要因素。此外,对比方案 1 和方案 4 可知,固定站心姿态和站心位置解算的控制点外符合精度高于无固定解算结果,表明固定位姿可提高控制点的绝对位置精度。

表 4 各方案平差解算控制点坐标与设计真值的坐标差
Tab. 4 Differences Between Calculation Results and Designed True Values by Four Schemes

方案	ΔX 平均值/mm	ΔY 平均值/mm	ΔX 均方根/mm	ΔY 均方根/mm	平面均方根/mm
1	-0.103	0.021	0.131	0.097	0.163
2	-0.023	-0.051	0.064	0.058	0.086
3	0.015	0.008	0.064	0.050	0.081
4	-0.002	0.004	0.062	0.044	0.076

将光束法中的每一测站数据与单站测量数据拟合,得到每一测站的转换参数,由于此过程不涉及光束法,认为该项精度高于光束法的解算精度。表 5 是采用方案 1 解算得到的转换参数与单站拟合参数间的偏差,其对应的平面旋转角差值 $\Delta\alpha$ 均方根为 3.58",平面均方根为 0.144 mm。此外,表 5 中姿态参数的相对误差精度高于位置参数的相对误差精度,该结果同样验证了§2.1 的理论分析。

表 5 各测站转换参数偏差
Tab. 5 The Bias of the Transformation Parameters

$\Delta\alpha$ 均方根/s	姿态相对误差	ΔX 均方根/mm	ΔY 均方根/mm	平面均方根/mm	位置相对误差
3.58	1/82 591	0.103	0.102	0.144	1/47 199

各测站站心位置的固定值与解算值的差值如图 3 所示。由图 3 可知,激光跟踪仪光束法测量中测站站心误差会累积变大,由于实验数据为环型闭合测量,其最大积累误差在中间,均符合理论情况,6 站后累积误差达到 0.2 mm。

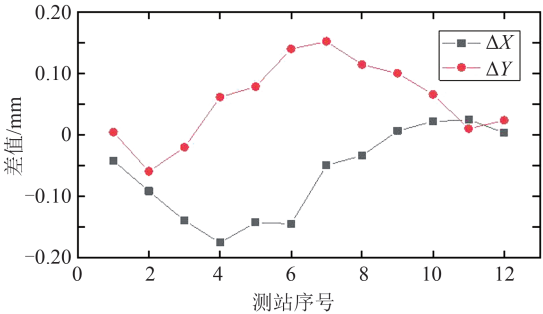


图 3 各测站站心位置的固定值与解算值的差值
Fig. 3 Differences Between Calculation Results and Fixed Values at Every Station

图4是Matlab和StarNet程序计算结果对比。由图4可以看出,二者的趋势具有极大的相似性,

且得出以上相同的结论,在一定程度上验证了Matlab编写程序的可靠性。

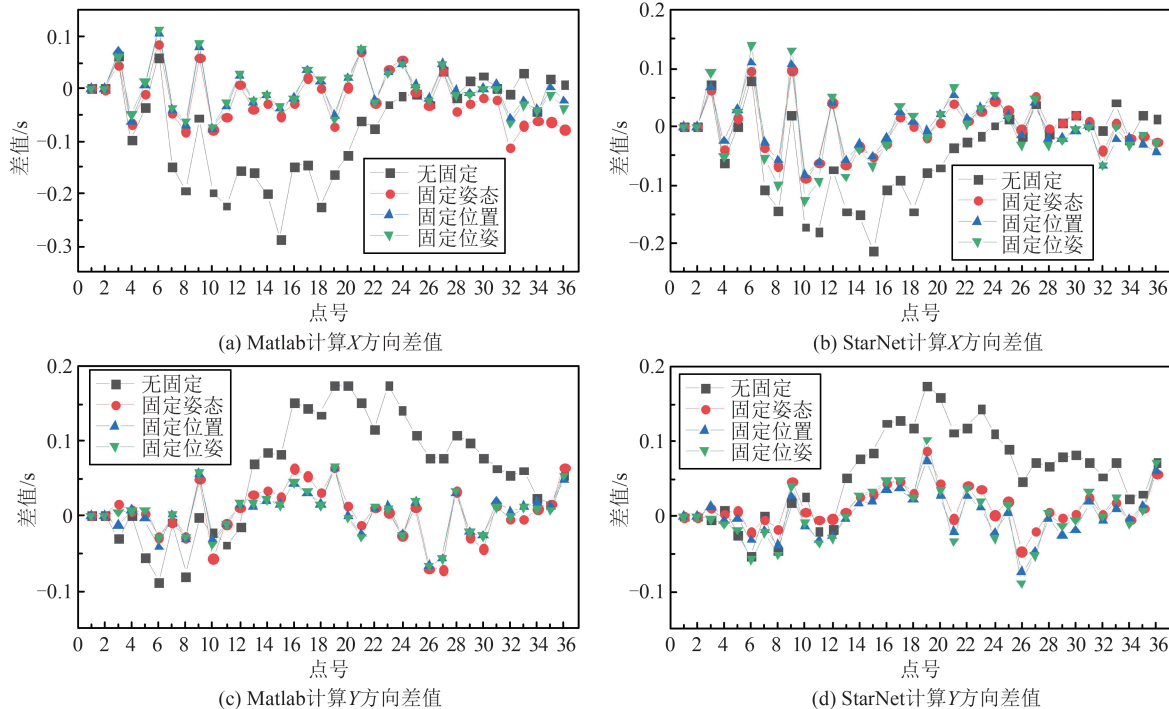


图4 Matlab和StarNet程序计算结果

Fig. 4 Calculation Results of Program Written in Matlab and StarNet Softwares

3 结 语

本文针对跟踪仪光束法测量中误差不断积累放大的问题,首先推导了激光跟踪仪光束法测量的误差传递路径公式,分析了站心姿态和站心位置误差的来源,然后阐述了基于4种不同方案的激光跟踪仪光束法平差原理。考虑激光跟踪仪测角精度约为 $1.5''$,其测距精度为 $10\text{ }\mu\text{m}$,相比之下可以忽略测距误差,得出以下结论:

1)由式(8)可知,待定控制点误差随测站数和测距长度(控制点和测站分布空间)增加而变大,且与实验测量数据分析结论相符。

2)由式(7)可知,当跟踪仪测站站心固定时,对测站仪器姿态和测角误差有约束作用,实验数据的点位精度较无固定提升47.7%;由式(1)顺推可知,当跟踪仪测站姿态固定时,对仪器测角误差有约束作用,实验数据的点位精度较无固定提升51.3%,测站站心固定较姿态固定约束更有效。

3)同时固定位置和姿态,其点位精度相较于只固定站心位置提升不足10%。因此,激光跟踪仪光束法测量中对仪器站心位置进行相应的固定约束,是同时保证测量效率和精度的方法。

4)在激光跟踪仪三角高程测量中,大量实测

数据得到与几何水准测量标准偏差为 0.087 mm 。其主要误差来源垂直角度误差和仪器水平误差,符合平均测距长度 7.5 m 以下的水平。

综上所述,粒子加速器隧道准直中激光跟踪仪光束法测量固定仪器站心位置具有控制测量误差积累、便于实施等优点,在一定程度上解决了跟踪仪测角精度差的影响,通过实例解算并对比各方案,在以后的粒子加速器隧道测量方案设计中予以考虑和进一步深入研究。

参 考 文 献

- [1] Wang Zhaoyi, He Xiaoye, Wang Wei, et al. High Precision Pre-alignment Method Based on Laser Tracker[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2021, 46(4): 555-560. (汪昭义, 何晓业, 王巍, 等. 激光跟踪仪的高精度预准直方法和精度分析[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2021, 46(4): 555-560.)
- [2] Fan Baixing, Li Guangyun, Zhou Weihu, et al. Precision Analysis of the Unified Spatial Metrology Network Adjustment Model[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2018, 43(1): 120-126. (范百兴, 李广云, 周维虎, 等. 激光跟踪仪空间联合平差模型及精度分析[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2018, 43(1): 120-126.)

- [3] Liu Li, Chen Xindong, Xiong Ling, et al. Angle Error Investigation in Laser Tracker Testing Large Aspheric Mirrors[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2016, 43(11): 160-170. (刘力, 陈新东, 熊玲, 等. 大口径非球面镜检测中激光跟踪仪测角误差研究[J]. 中国激光, 2016, 43(11): 160-170.)
- [4] Fan Baixing, Li Guangyun, Li Peizhen, et al. Adjustment of a Laser Interferometer 3D Rank-defect Free-network[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2015, 40(2): 222-226. (范百兴, 李广云, 李佩臻, 等. 利用激光干涉测距三维网的加权秩亏自由网平差[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2015, 40(2): 222-226.)
- [5] Ren Yu, Liu Fangfang, Zhang Feng, et al. Evaluation of Uncertainty in Multilateration with Laser Tracker[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2018, 26(10): 2415-2422. (任瑜, 刘芳芳, 张丰, 等. 激光跟踪仪多边测量的不确定度评定[J]. 光学精密工程, 2018, 26(10): 2415-2422.)
- [6] Takatsuji T, Koseki Y, Goto M, et al. Restriction on the Arrangement of Laser Trackers in Laser Trilateration[J]. *Measurement Science and Technology*, 1998, 9(8): 1357-1359.
- [7] Lin Jiarui, Meng Wei, Yang Linghui, et al. Two-face Reciprocal Orientation for Laser Tracker[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2017, 25(10): 2752-2758. (林嘉睿, 孟伟, 杨凌辉, 等. 激光跟踪仪的双面互瞄定向[J]. 光学精密工程, 2017, 25(10): 2752-2758.)
- [8] Li Zongchun, Guo Yinggang, Tang Jinjiu, et al. High Precision 3D Traverse Established by Trigonometry Total Station Method[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2021, 46(4): 546-554. (李宗春, 郭迎钢, 汤进九, 等. 用三联全站仪法建立高精度三维导线[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2021, 46(4): 546-554.)
- [9] Fan Baixing. Research and Realization of the High Precision Coordinate Measurement Technique Using Laser Tracker[D]. Zhengzhou: Information Engineering University, 2013. (范百兴. 激光跟踪仪高精度坐标测量技术研究与实现[D]. 郑州: 信息工程大学, 2013.)
- [10] Liang Jing, Wang Tong, Dong Lan. Method to Improve the Measurement Accuracy of Laser Tracker Based on the Length Standard Device[J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2019, 39(3): 325-330. (梁静, 王铜, 董岚. 基于长度标准装置提高激光跟踪仪测量精度的方法[J]. 大地测量与地球动力学, 2019, 39(3): 325-330.)
- [11] Zhang Haolin, Lin Jiarui, Zhu Jigui. Three-dimensional Coordinate Transformation Accuracy and Its Influencing Factors[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2012, 39(10): 26-31. (张皓琳, 林嘉睿, 郑继贵. 三维坐标转换精度及其影响因素的研究[J]. 光电工程, 2012, 39(10): 26-31.)
- [12] Li Hui, Liu Wei, Zhang Yang, et al. Model Establishment and Error Compensation of Laser Tracker Station-transfer[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2019, 27(4): 771-783. (李辉, 刘巍, 张洋, 等. 激光跟踪仪多基站转站精度模型与误差补偿[J]. 光学精密工程, 2019, 27(4): 771-783.)
- [13] Pan Tingyao, Fan Baixing, Yi Wangmin, et al. Research on Evaluation Method of Laser Tracker Dynamic Accuracy[J]. *Bulletin of Surveying and Mapping*, 2016(5): 54-56. (潘廷耀, 范百兴, 易旺民, 等. 激光跟踪仪动态精度评定方法研究[J]. 测绘通报, 2016(5): 54-56.)
- [14] Sun Haili, Yao Lianbi, Zhou Yueyin, et al. Analysis of Measurement Accuracy of Laser Tracker[J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2015, 35(1): 177-181. (孙海丽, 姚连璧, 周跃寅, 等. 激光跟踪仪测量精度分析[J]. 大地测量与地球动力学, 2015, 35(1): 177-181.)
- [15] Muralikrishnan B, Phillips S, Sawyer D. Laser Trackers for Large-scale Dimensional Metrology: A Review[J]. *Precision Engineering*, 2016, 44: 13-28.
- [16] Yang Longqiang, Wang Bin, Xing Xiaofei, et al. Calculation Error Analysis in Three-dimensional Measurement Based on Free-stationing of a Total Station[J]. *Modern Tunnelling Technology*, 2018, 55(S2): 295-300. (杨龙强, 王斌, 邢晓飞, 等. 全站仪自由设站三维量测中的计算误差分析[J]. 现代隧道技术, 2018, 55(S2): 295-300.)
- [17] Luo Tao. Research on Adjustment Model and Software Realization of Laser Tracker by Beam Method[D]. Wuhan: Wuhan University, 2009. (罗涛. 激光跟踪仪光束法平差模型和软件实现研究[D]. 武汉: 武汉大学, 2009.)
- [18] Zhou Weihua, Ding Lei, Wang Yawei, et al. Application of Bundle Adjustment to Accuracy Evaluation of Laser Tracker[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2012, 20(4): 851-857. (周维虎, 丁蕾, 王亚伟, 等. 光束平差在激光跟踪仪系统精度评定中的应用[J]. 光学精密工程, 2012, 20(4): 851-857.)
- [19] Yu Chenghao, Ke Ming, Zhao Zhentang. The Accuracy Assessment for the Measurement of Laser Tracker[J]. *Engineering of Surveying and Mapping*, 2006, 15(6): 39-42. (于成浩, 柯明, 赵振堂. 激光跟踪仪测量精度的评定[J]. 测绘工程, 2006, 15(6): 39-42.)