



引文格式:刘滔,钟波,李贤炮,等.GOCE卫星重力梯度数据反演重力场的滤波器设计与比较分析[J].武汉大学学报(信息科学版),2023,48(5):694-701.DOI:10.13203/j.whugis20200705

Citation: LIU Tao, ZHONG Bo, LI Xianpao, et al. Design and Comparison of Filters of Gravity Field Inversion from GOCE Satellite Gravity Gradient Data [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2023, 48(5): 694-701. DOI: 10.13203/j.whugis20200705

## GOCE卫星重力梯度数据反演重力场的 滤波器设计与比较分析

刘 滔<sup>1</sup> 钟 波<sup>1,2</sup> 李贤炮<sup>1</sup> 谭江涛<sup>1</sup>

1 武汉大学测绘学院,湖北 武汉,430079

2 武汉大学地球空间环境与大地测量教育部重点实验室,湖北 武汉,430079

**摘要:**地球重力场和海洋环流探测(gravity field and steady-state ocean circulation explorer, GOCE)卫星重力梯度数据有色噪声和低频系统误差的滤波处理是反演高精度地球重力场的一个关键问题。针对GOCE卫星重力梯度数据的滤波处理,基于移动平均(moving average, MA)方法和CPR(circle per revolution)经验参数方法设计了两类低频系统误差滤波器,并分别将这两类滤波器与基于自回归移动平均(auto-regressive and moving average, ARMA)模型设计的有色噪声滤波器组合起来形成级联滤波器。为了分析滤波器处理的实际效果,基于空域最小二乘法采用70 d的GOCE观测数据,并联合重力恢复与气候实验(gravity recovery and climate experiment, GRACE)数据分别反演了224阶次的重力场模型GOGRA(ARMA+ARMA级联滤波)和GOGRC(ARMA+CPR级联滤波)。将反演模型与采用同期数据求解的第一代GOCE系列模型及GOCE和GRACE联合模型GOCO01S进行比较,并通过高精度的全球定位系统水准数据和稳态海面地形模型进行检核,结果表明:构建的MA和CPR经验参数滤波器均能削弱低频系统误差的影响,并且后者效果更为明显,而ARMA去相关滤波器能够有效地对重力梯度数据有色噪声进行白化处理;反演的联合模型GOGRA和GOGRC的精度接近,并且它们都优于欧空局采用同期数据研制的GOCO01S模型。反演结果验证了设计的级联滤波器的正确性和有效性,可为GOCE卫星重力梯度数据的滤波处理及高精度重力场反演提供参考。

**关键词:**卫星重力梯度;有色噪声;低频系统误差;滤波器设计;地球重力场和海洋环流探测重力场反演

中图分类号:P223

文献标识码:A

收稿日期:2021-04-07

DOI:10.13203/j.whugis20200705

文章编号:1671-8860(2023)05-0694-08

## Design and Comparison of Filters of Gravity Field Inversion from GOCE Satellite Gravity Gradient Data

LIU Tao<sup>1</sup> ZHONG Bo<sup>1,2</sup> LI Xianpao<sup>1</sup> TAN Jiangtao<sup>1</sup>

1 School of Geodesy and Geomatics, Wuhan University, Wuhan 430079, China

2 Key Laboratory of Geospatial Environment and Geodesy, Ministry of Education, Wuhan University, Wuhan 430079, China

**Abstract:** Objectives: The filtering of colored noise and low-frequency systematic errors of gravity gradient data from gravity field and steady-state ocean circulation explorer (GOCE) satellite is a key issue in the inversion of high-precision Earth gravity fields. Methods: For the filtering of GOCE satellite gravity gradient data, we design two kinds of low-frequency systematic error filters based on moving average (MA) method and circle per revolution (CPR) empirical parameter method, and then combine them with the colored noise filter based on auto-regressive moving average (ARMA) model to form cascaded filters. To analyze the actual effect of these filters, the gravity field models GOGRA (MA+ARMA cascade filtering) and GOGRC (CPR+ARMA cascade filtering) gravity field models of order 224 are inverted by using 70 d of GOCE data based on the space-wise least square method, respectively. The inversion models are compared

基金项目:国家重点研发计划(2018YFC1503503);国家自然科学基金(41974015,42061134007)。

第一作者:刘滔,硕士,主要从事卫星重力数据处理与应用研究。ltliutao@whu.edu.cn

通讯作者:钟波,博士,副教授。bzhong@sgg.whu.edu.cn

with the first generation of GOCE series models, and GOCE and GRACE combined model GOCO01S solved by contemporaneous data. Then the model is checked by high-precision global positioning system leveling data and mean dynamic topography model. **Results:** The results show that both the MA filter and CPR empirical parameter filter can weaken the influence of low-frequency system errors, and the latter is better. Moreover, ARMA decorrelation filter can effectively whiten the colored noise of gravity gradient data. The combined models GOGR-MA and GOGR-CPR have similar accuracy and they perform better than GOCO01S model developed by European Space Agency (ESA) using the same period data. **Conclusions:** The inversion results verify the correctness and effectiveness of the proposed cascaded filters, which can provide a reference for filtering of GOCE gravity gradient data and inversion of high-precision gravity field.

**Key words:** satellite gravity gradient; colored noise; low-frequency systematic error; filter design; gravity field and steady-state ocean circulation explorer (GOCE) gravity field inversion

地球重力场和海洋环流探测(gravity field and steady-state ocean circulation explorer, GOCE)卫星是第一颗搭载重力梯度仪直接测定沿轨重力位二阶导数的重力卫星任务,其科学目标是建立全球高精度、高分辨率的静态地球重力场(大地水准面高的精度达到1~2 cm,重力异常的精度达到1 mGal,相应的空间分辨率为100 km)<sup>[1]</sup>。在GOCE数据处理方面,欧空局GOCE任务下属的高级数据处理部门(high-level processing facility,HPF)采用空域法、时域法和直接法3种解法<sup>[2]</sup>研制了多代GOCE卫星重力场模型,如空域解(space-wise, SPW)、时域解(time-wise, TIM)和直接解(direct, DIR)系列模型,其精度和可靠性随着采用数据的增加及方法的改进不断提高。此外,还有学者通过重力梯度不变量法<sup>[3-4]</sup>、空域最小二乘法<sup>[5-6]</sup>和最小二乘谱组合法<sup>[7]</sup>反演了GOCE重力场模型。

GOCE卫星重力梯度测量误差具有有色噪声的特性,其测量带宽为0.005~0.1 Hz,而在该频段以外含有大量的观测噪声,特别是低频噪声具有频率倒数( $1/f$ )的特性。GOCE卫星姿态控制和轨道摄动等因素导致重力梯度观测值中含有与轨道周期相关的低频系统误差<sup>[8]</sup>,因此如何对其进行滤波处理是反演高精度重力场模型的一个关键问题。直接法是对带通滤波后的重力梯度观测值进行自回归移动平均(auto-regressive and moving average, ARMA)滤波,仅求解中高阶次重力位系数,其低阶位系数主要依赖先验重力场模型。时域法是利用平滑后的重力梯度误差功率谱密度(power spectral density, PSD)建立ARMA模型,在全频带内对重力梯度观测值进行滤波并求解全阶次的重力位系数,其解算结果并不受先验模型的影响。空域法利用先验噪声方差-协方差模型对重力梯度观测值进行Wiener滤

波来求解中高阶次重力位系数,其低阶位系数同样依赖先验重力场模型。文献[9-10]在反演重力场时采用“移去-恢复”和零相位的滤波方法,其滤波通带外的信号则由先验重力场模型提供。

已有研究大多采用带通滤波将GOCE重力梯度数据的低频部分完全滤除,在滤除低频误差的同时也损失了低频中存在的重力场信号,并且解算结果也依赖于先验重力场模型。不同于以往方法,本文基于移动平均(moving average, MA)方法和CPR(circle per revolution)经验参数方法分别设计了两类低频系统误差滤波器,并在削弱低频系统误差的基础上尽量保留低频重力场信号,其解算结果并不依赖先验重力场信息。在此基础上,分别将两类低频系统误差滤波器与基于AR-MA模型设计的有色噪声滤波器串联组成级联滤波器,与仅采用ARMA滤波处理有色噪声相比,这两种级联滤波器均能降低低频系统误差的影响。为了分析级联滤波器的实际效果,本文基于严密的空域最小二乘法<sup>[5-6]</sup>,采用70 d的GOCE重力梯度数据,并联合重力恢复与气候实验(gravity recovery and climate experiment, GRACE)卫星数据反演224阶次的重力场模型。将反演模型与采用同期数据求解的第一代GOCE系列模型及GOCE和GRACE联合模型GOCO01S<sup>[11]</sup>进行比较,采用了高精度的全球定位系统(global positioning system, GPS)水准数据和稳态海面地形(mean dynamic topography, MDT)模型进行核算,检验本文滤波器设计的正确性和有效性。

## 1 GOCE 数据处理方法

### 1.1 卫星重力梯度观测方程及求解

在地固系下,地球外部引力位的球谐级数展开式为:

$$V = \frac{G_{\text{GM}}}{R} \cdot \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n \left(\frac{R}{r}\right)^{n+1} (\bar{C}_{nm} \cos(m\lambda) + \bar{S}_{nm} \sin(m\lambda)) \bar{P}_{nm} \cos \theta \quad (1)$$

式中,  $G_{\text{GM}}$  为地心引力常数;  $R$  为地球平均半径;  $n, m$  分别为展开的阶和次;  $\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$  为规格化的引力位系数;  $r, \theta$  和  $\lambda$  分别表示地心向径、余纬和经度;  $\bar{P}_{nm} \cos \theta$  为规格化的缔合勒让德函数;  $N$  为展开的最大阶数。

在局部指北坐标系(local north-oriented frame, LNOF)下, 重力梯度分量计算公式如下<sup>[12]</sup>:

$$\begin{cases} V_{xx} = \frac{1}{r} V_r + \frac{1}{r^2} V_{\theta\theta} \\ V_{xy} = \frac{1}{r^2 \sin \theta} V_{\theta\lambda} - \frac{\cos \theta}{r^2 \sin^2 \theta} V_\lambda \\ V_{xz} = \frac{1}{r^2} V_\theta - \frac{1}{r} V_{r\theta} \\ V_{yy} = \frac{1}{r} V_r + \frac{\cot \theta}{r^2} V_\theta + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} V_{\lambda\lambda} \\ V_{yz} = \frac{1}{r^2 \sin \theta} V_\lambda - \frac{1}{r \sin \theta} V_{r\lambda} \\ V_{zz} = V_{rr} \end{cases} \quad (2)$$

式中,  $x, y, z$  为 LNOF 下的坐标;  $V_{xx}$  表示引力位  $V$  对  $x$  的二阶偏导数, 其他类似。

根据式(1)、式(2)可以建立重力梯度张量与引力位系数的线性关系, 并采用空域最小二乘法<sup>[5-6]</sup>估计引力位系数参数。该方法可直接采用沿轨重力梯度数据求解, 并不需要对观测数据进行归算与网格化处理, 其解算过程较为严密。假设  $\mathbf{X} = \{\Delta \bar{C}_{nm}; \Delta \bar{S}_{nm}\}$  为未知的位系数参数改正向量, 则 LNOF 下卫星重力梯度数据的误差方程为:

$$\mathbf{v}_{\text{LNOF}} = \frac{\partial V_{\text{LNOF}}}{\partial \mathbf{X}} \mathbf{X} - (V_{\text{LNOF}} - V_{\text{LNOF}}^0) \quad (3)$$

式中,  $\mathbf{v}_{\text{LNOF}}$  为 LNOF 下的改正向量;  $V_{\text{LNOF}} - V_{\text{LNOF}}^0$  为 LNOF 下的重力梯度观测值残差向量;  $\frac{\partial V_{\text{LNOF}}}{\partial \mathbf{X}}$  为设计矩阵。

由于 GOCE 重力梯度数据是在梯度仪坐标系(gradiometer reference frame, GRF)下观测得到的, 并且  $V_{xy}$  和  $V_{yz}$  的精度比其他分量约低 2 个量级, 若将重力梯度张量从 GRF 转换至 LNOF, 则这两个低精度的梯度分量将会导致其他分量的精度降低。为了避免坐标转换引起的精度损失, 可将式(3)转换至 GRF, 从而得到:

$$\mathbf{v}_{\text{GRF}} = \frac{\partial V_{\text{GRF}}}{\partial \mathbf{X}} \mathbf{X} - (V_{\text{GRF}} - V_{\text{GRF}}^0) \quad (4)$$

式中,  $\mathbf{v}_{\text{GRF}}$  为 GRF 下的改正向量;  $V_{\text{GRF}} - V_{\text{GRF}}^0$  为 GRF 下的重力梯度观测值残差向量;  $\frac{\partial V_{\text{GRF}}}{\partial \mathbf{X}}$  为设

计矩阵, 计算如下:

$$\frac{\partial V_{\text{GRF}}}{\partial \mathbf{X}} = \mathbf{R}_{\text{GRF}}^{\text{LNOF}} \frac{\partial V_{\text{LNOF}}}{\partial \mathbf{X}} (\mathbf{R}_{\text{GRF}}^{\text{LNOF}})^T \quad (5)$$

式中,  $\mathbf{R}_{\text{GRF}}^{\text{LNOF}} = \mathbf{R}_{\text{GRF}}^{\text{IRF}} \mathbf{R}_{\text{IRF}}^{\text{ERF}} \mathbf{R}_{\text{ERF}}^{\text{LNOF}}$ , 表示 LNOF 至 GRF 的转换矩阵, 其中,  $\mathbf{R}_{\text{GRF}}^{\text{IRF}}$  为惯性基准坐标系(inertial reference frame, IRF)至 GRF 的转换矩阵, 可由 EGG\_NOM\_2 数据提供的卫星姿态四元素计算;  $\mathbf{R}_{\text{IRF}}^{\text{ERF}}$  为地固坐标系(earth-fixed reference frame, ERF)至 IRF 的转换矩阵, 可从 SST\_PSO\_2I 数据中获取;  $\mathbf{R}_{\text{ERF}}^{\text{LNOF}}$  为 LNOF 至 ERF 的转换矩阵, 具体形式为<sup>[12]</sup>:

$$\mathbf{R}_{\text{ERF}}^{\text{LNOF}} = \begin{pmatrix} -\cos \theta \cos \lambda & \sin \lambda & \sin \theta \cos \lambda \\ -\cos \theta \sin \lambda & -\cos \lambda & \sin \theta \sin \lambda \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (6)$$

重力梯度观测数据包含有色噪声, 因此需要设计白化滤波器对式(4)的观测值残差向量和设计矩阵的各列进行卷积, 而滤波处理后的式(4)就可以采用最小二乘法求解位系数参数。由于 GOCE 数据的极空白问题及重力场信号向下延拓的不稳定性, 其法方程的求解是一个严重的病态问题。采用 Kaula 正则化方法<sup>[6,12]</sup>可以有效提高求解的稳定性, 为确定最优的正则化参数, 以及考虑到  $V_{xx}, V_{yy}, V_{zz}$  和  $V_{xz}$  分量滤波处理后给定的精度不一定准确, 本文采用方差分量估计方法<sup>[13]</sup>进行迭代求解, 其法方程为:

$$\left( \sum_{i=1}^4 \frac{1}{\sigma_i^2} \mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_i \mathbf{A}_i + \frac{1}{\sigma_K^2} \mathbf{K} \right) \hat{\mathbf{X}} = \sum_{i=1}^4 \frac{1}{\sigma_i^2} \mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_i \mathbf{l}_i \quad (7)$$

式中,  $i$  表示不同的重力梯度分量;  $\mathbf{A}_i, \mathbf{P}_i$  和  $\mathbf{l}_i$  分别为第  $i$  个梯度分量对应的设计矩阵、观测值权阵和残差向量;  $\mathbf{K}$  为 Kaula 正则化矩阵;  $\hat{\mathbf{X}}$  为位系数改正向量的估值;  $\sigma_i^2$  为第  $i$  个梯度分量的方差;  $\sigma_K^2$  为正则化参数对应的方差。

## 1.2 重力梯度误差分析与滤波器设计

文献[7]指出重力梯度数据误差具有有色噪声特性以及存在与轨道周期有关的系统误差, 并且在测量带宽内重力梯度  $V_{xx}, V_{yy}$  分量的误差约为 10 mE,  $V_{zz}, V_{xz}$  分量的误差约为 20 mE。以 2009-11-02 的 GOCE 重力梯度观测数据为例, 图 1 给出了  $V_{zz}$  分量的误差 PSD。在测量带宽内(图 1 两条黑色虚线之间)误差约为 20 mE, 并且在低频 1 CPR(约 1/5 400 s)及其倍数频率处存在明显的系统偏差。因此, 利用 GOCE 重力梯度数据反演重力场除了要设计合适的滤波器对有色噪声进行处理外, 还要考虑重力梯度数据低频系统误

差的影响。

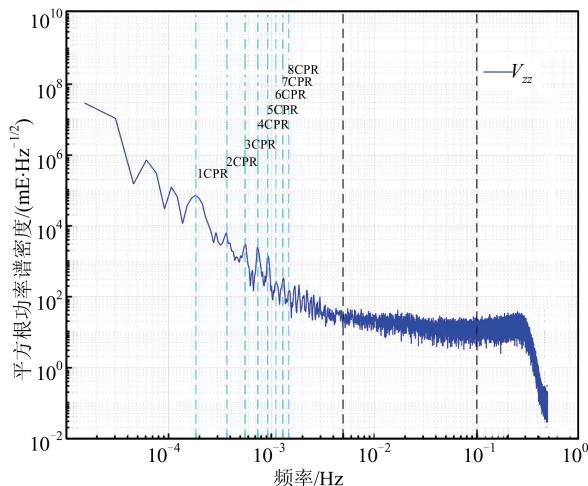


图 1 GOCE 卫星重力梯度  $V_{zz}$  分量的误差 PSD

Fig.1 Error PSD of Gravity Gradient Component  $V_{zz}$  of GOCE Satellite

通过 MA 方法可以获取时间序列中的低频部分。因此,将重力梯度误差时间序列减去其移动平均值就能削弱低频系统误差。基于该方法,可以设计 MA 滤波器,它是一种等效的高通滤波器,对应的线性差分方程如下:

$$c(n) = e(n) - \frac{1}{d+1} \sum_{i=0}^d e(n+i) \quad (8)$$

式中,  $c(n)$  表示滤波处理后输出的误差时间序列;  $e(n)$  表示输入的重力梯度误差时间序列;  $d$  表示滤波窗口,本文根据测量带宽下界选取的滤波窗口为 60 s。与通常的高通滤波器相比,MA 滤波器具有计算量低和便于编程实现的特点。另外,为避免滤波可能带来相位漂移的影响,该滤波器要同时处理式(4)的观测值残差向量和设计矩阵。

低频系统误差主要出现在 1 CPR 及其倍数频率处,因此可考虑获取重力梯度误差时间序列在这些频率的拟合值,该拟合值可看作低频系统误差,再将其从原始误差时间序列中减去,从而削弱低频系统误差的影响。基于该方法可设计 CPR 经验参数滤波器,其拟合低频系统误差的方程为<sup>[14]</sup>:

$$r(n) = x_0 + x_1 n + \sum_{i=1}^k (x_{2i} \cos(i\omega n) + x_{2i+1} \sin(i\omega n)) \quad (9)$$

式中,  $r(n)$  为拟合的低频系统误差时间序列;  $\omega \approx 2\pi/5400$  s, 为卫星轨道角速度;  $x_0, x_1, \dots, x_{2i+1}$  为经验参数,可通过最小二乘在每个轨道周期内估计一组,  $k$  最大取 27(即频率为 27 CPR, 对应测量带宽的下界)。需要指出的是,在实际滤波处理

时要对  $k$  的取值进行进一步分析,这是由于式(9)在吸收低频系统误差的同时也会削弱重力场信号。另外,设计矩阵中没有低频系统误差,所以只需要对观测值残差向量进行滤波处理。

以  $V_{zz}$  分量为例,图 2 给出了 MA 滤波器处理后的误差 PSD。可以看出,滤波处理后测量带宽内及高频部分的误差保持不变,而低频部分的误差被有效削弱。同时,该滤波器只是将低频误差削弱至测量带宽的误差水平,并没有将其完全滤除,这样可以避免滤除低频重力场信号。

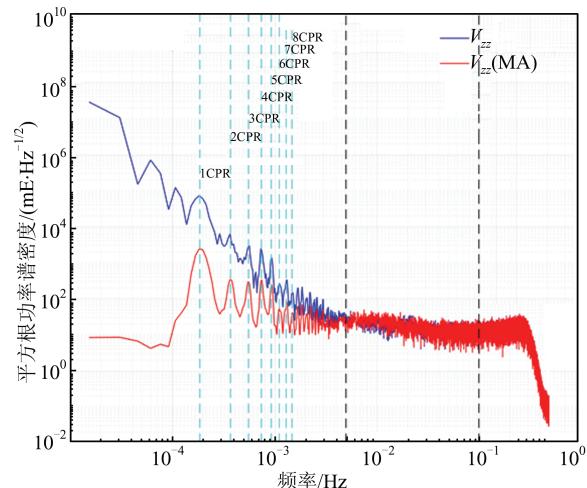


图 2 MA 滤波器处理后的  $V_{zz}$  分量误差 PSD

Fig.2 Error PSD of  $V_{zz}$  Processed by MA Filter

同样以  $V_{zz}$  分量为例,图 3 给出了 CPR 滤波器中参数  $k$  分别取 2、5、8(2 CPR、5 CPR、8 CPR) 时,滤波处理后的误差 PSD。可以看出,在对应 CPR 频率处,低频误差被有效削弱,但也削弱了 CPR 频率之间的误差,并且随着  $k$  的增大,低频部分削弱更为明显。因此,为避免完全滤除低频部分,  $k$  值不宜过大。此外,当  $k$  取 5 和 8 时,高频部分保持不变,而  $k$  取 2 时,高频部分出现明显的误差,并且当  $k$  值过小时,低频系统误差的滤除效果不足。综合以上分析,后续  $k$  值均取 5。

针对重力梯度误差中的有色噪声,本文基于 ARMA 模型构建了 ARMA 去相关滤波器,其线性差分方程如下<sup>[15]</sup>:

$$\sum_{i=0}^p a_i c(n-i) = \sum_{j=0}^q b_j w(n-j) \quad (10)$$

式中,  $c(n)$  表示输入的有色噪声序列;  $w(n)$  表示 ARMA 滤波器处理后输出的白噪声序列;  $p$  和  $q$  为 ARMA 模型的阶数,可通过赤池信息准则(Akaike information criterion, AIC)来确定;  $a_i$  和  $b_j$  为滤波系数,可通过 ARMA 模型拟合  $c(n)$  来确定。与 MA 滤波器类似,ARMA 滤波器需要同时

处理观测值残差向量和设计矩阵。

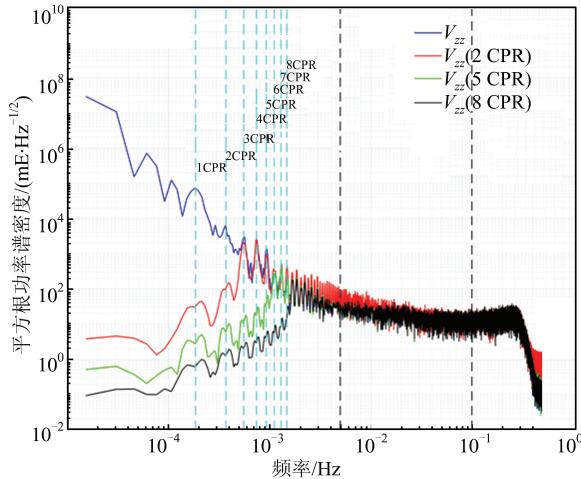


图3 CPR滤波器处理后的 $V_{zz}$ 误差PSD

Fig.3 Error PSD of  $V_{zz}$  Processed by CPR Filter

图4为MA+ARMA级联滤波处理后的 $V_{xx}$ 、 $V_{yy}$ 、 $V_{zz}$ 和 $V_{xz}$ 重力梯度分量误差PSD。滤波后4个分量的误差均表现出明显的白噪声特征,则此时式(7)中的权阵可近似为对角阵直接进行求解。

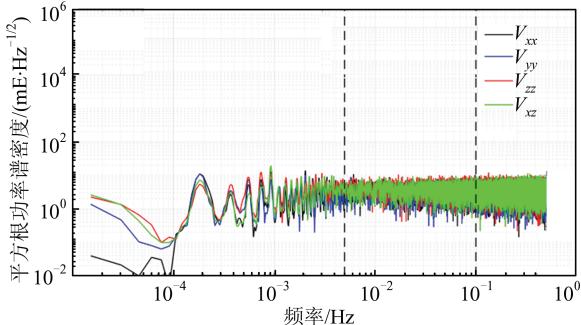


图4 MA+ARMA级联滤波器处理后

4个重力梯度各分量的误差PSD

Fig.4 Error PSD of 4 Gravity Gradient Components  
Processed by MA+ARMA Cascaded Filter

图5为CPR+ARMA级联滤波处理后的 $V_{xx}$ 、 $V_{yy}$ 、 $V_{zz}$ 、 $V_{xz}$ 重力梯度分量误差PSD,滤波后4个分量的误差同样表现出明显的白噪声特征,但其低频部分与图4有差异,这是由于CPR经验参数滤波器滤掉了更多低频系统误差。

### 1.3 GOCE和GRACE数据联合反演

由于GOCE数据和GRACE数据在重力场反演中具有频谱互补性<sup>[12]</sup>,同时为了与已发布的联合模型进行比较,本文将联合GOCE数据和GRACE数据反演重力场模型。将这两类数据视为不同类型的观测值,可采用最小二乘联合平差方法估计引力位系数,其实质是将GOCE数据和GRACE数据形成的法方程进行叠加求解。式(7)为GOCE数据法方程,由于GOCO01S的研制采

用了ITG-GRACE2010S<sup>[16]</sup>的法方程进行联合求解,为便于比较,本文也采用ITG-GRACE2010S模型的法方程进行联合求解。此外,在法方程叠加的过程中要合理确定GOCE数据和GRACE数据的权重,由于无法获取GRACE数据的观测方程(不能采用方差分量估计进行定权),本文采用经验定权的方法。

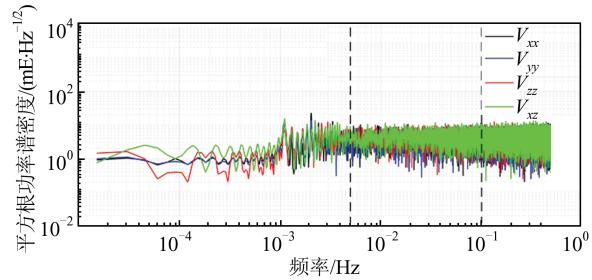


图5 CPR+ARMA级联滤波器处理后

4个重力梯度分量的误差PSD  
Fig.5 Error PSD of 4 Gravity Gradient Components  
Processed by CPR+ARMA Cascaded Filter

## 2 反演结果验证与分析

### 2.1 反演结果及与现有模型比较

本文采用2009-11-02—2010-01-10共70 d的GOCE观测数据进行重力场反演,以1 d时间为一个弧段,对每个弧段的重力梯度数据形成的观测方程进行级联滤波处理,将各个弧段形成的法方程累加求解224阶次的重力场模型GOCE-MA(MA+ARMA级联滤波)和GOCE-CPR(CPR+ARMA级联滤波)。

GOCO06S模型的研制使用了约4 a的GOCE数据和15.5 a的GRACE等数据<sup>[17]</sup>,是目前精度较高的联合重力场模型,因此可采用GOCO06S模型来检验反演模型的精度。图6为GOCE-MA和GOCE-CPR模型相比GOCO06S模型的阶误差均方根(root mean square, RMS)。在约50阶以下的部分,GOCE-CPR明显优于GOCE-MA,这说明CPR滤波器相比MA滤波器能滤除更多低频系统误差;在5阶以内,GOCE-CPR的曲线趋势不同于GOCE-MA,这是因为CPR滤波器在5 CPR频率以下滤除了过多低频部分,则对应解算的5阶以内的位系数改正值趋于0,进而趋近于参考模型的低阶系数。另外,即使在级联滤波处理后,由于低频误差的影响,低阶系数的精度仍然较低;在100~150阶,GOCE-MA略优于GOCE-CPR,而在高阶部分,Kaula正则化的贡献更明显<sup>[11]</sup>,曲线也趋于一致。

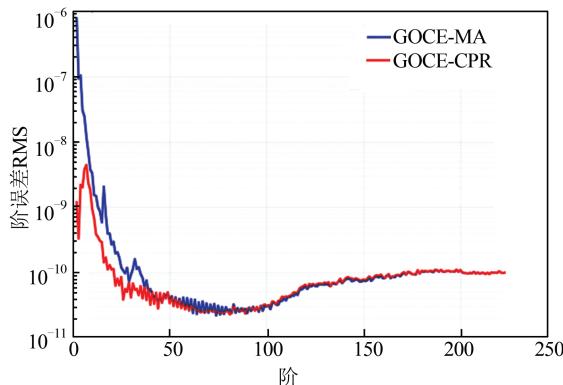


图6 GOCE-MA和GOCE-CPR相比  
GOCO06S模型的阶误差 RMS

Fig.6 Degree-Error RMS of GOCE-MA and GOCE-CPR Compared with GOCO06S

将GOCE数据和GRACE数据进行联合反演,这两类数据的权重比取1:1时,分别反演得到联合重力场模型GOGC-MA和GOGC-CPR。图7为第一代GOCE系列模型(SPW\_R1、TIM\_R1、DIR\_R1)和GOCO01S、GOGC-MA、GOGC-CPR相比GOCO06S的阶误差 RMS。在约150阶以下,GOCO01S、GOGC-MA和GOGC-CPR都要优于SPW\_R1、TIM\_R1和DIR\_R1,其原因是GRACE星间距离变率数据比GOCE轨道摄动数据反演中长波重力场的精度更高;在高阶部分,DIR\_R1精度较高是因为该模型以EIGEN-51C为先验模型进行了球冠谐正则化约束,其解算结果包含的先验约束信息较强<sup>[2]</sup>;虽然在约50阶以下,GOCE-CPR要明显优于GOCE-MA,但在联合GRACE数据后,GOGC-CPR除了在约50~150阶略差于GOGC-MA以外,其余部分完全一致,这表明在低阶部分几乎完全由GRACE贡献。与GOCO01S模型相比,本文反演的两个联合模型GOGC-MA和GOGC-CPR由于使用了同样的GRACE数据,所以在低阶部分基本一致,但在约120~170阶,GOCO01S略优,而在约170阶以上,GOGC-MA和GOGC-CPR更优。

表1为各模型相比GOCO06S模型得到的全球 $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ 格网大地水准面和重力异常的统计结果。可以看出,GOGC-MA和GOGC-CPR模型的精度均优于GOCO01S、SPW\_R1和TIM\_R1模型,与DIR\_R1模型精度更接近;GOGC-MA模型的精度略优于GOGC-CPR。

## 2.2 GPS水准检核

为了进一步验证和比较反演模型的精度,采用美国本土5377个、欧洲地区63个和中国西南

地区200个GPS水准点数据对模型精度进行外部检核。表2给出了GPS水准外部检核统计结果。可以看出,除了SPW\_R1在中国西南地区的精度较高以外,GOGC-MA和GOGC-CPR模型的精度总体上优于GOCO01S、SPW\_R1和TIM\_R1,更接近DIR\_R1。此外,各模型结果与GPS水准数据都有一定的系统偏差。

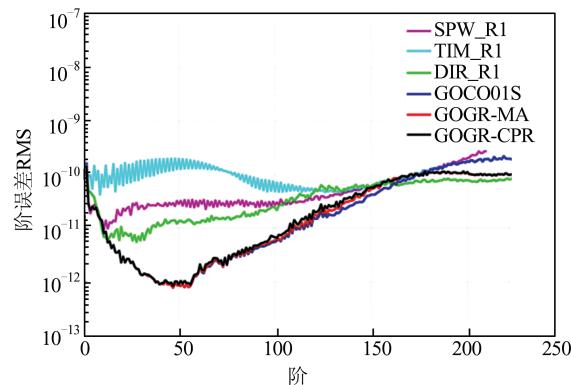


图7 6种模型相比GOCO06S模型的阶误差 RMS

Fig.7 Degree-Error RMS of 6 Models  
Compared with GOCO06S

表1 全球 $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ 格网大地水准面和重力异常误差

Tab.1 Statistical Results of Global  $1^{\circ} \times 1^{\circ}$  Grid Geoid Errors and Gravity Anomaly Errors

阶次	模型	大地水准面误差/m		重力异常误差/mGal	
		平均值	RMS	平均值	RMS
224	GOCO01S	0.003	0.208	0.046	6.510
224	GOGC-MA	0.001	0.155	0.001	4.664
224	GOGC-CPR	0.001	0.168	-0.003	4.980
224	DIR_R1	0.000	0.134	0.013	3.988
224	TIM_R1	-0.053	0.595	-0.359	8.436
210	SPW_R1	0.003	0.219	0.032	6.134

表2 GPS水准外部检核统计结果

Tab.2 External Checking Results of GPS Leveling

阶次	模型	美国		欧洲		中国西南地区	
		平均值/m	标准差/m	平均值/m	标准差/m	平均值/m	标准差/m
224	GOCO01S	1.039	0.525	-0.030	0.296	0.622	0.783
224	GOGC-MA	1.049	0.515	-0.028	0.278	0.613	0.769
224	GOGC-CPR	1.042	0.510	-0.028	0.291	0.670	0.777
224	DIR_R1	1.036	0.509	0.000	0.274	0.633	0.691
224	TIM_R1	1.038	0.529	-0.015	0.299	0.601	0.778
210	SPW_R1	1.034	0.544	-0.028	0.294	0.589	0.749

## 2.3 表层地转流检核

GOCE重力场模型的一个主要科学应用是联合平均海面高模型研究MDT和大洋环流模式<sup>[12]</sup>。本文分别采用GOCO01S、GOGC-MA和

GOGC-CPR模型,结合法国空间中心(Centre National d'Etudes Spatiales,CNES)提供的平均海面高模型CNES-CLS11MSS<sup>[18]</sup>,利用GOCE USER Toolbox(GUT)软件<sup>[19]</sup>计算 $15'\times 15'$ 空间分辨率的黑潮表层地转流,如图8所示。

为便于比较,图8还给出了由MDT模型CNES-CLS18 MDT计算的黑潮表层地转流及其与上述3个模型计算结果在东西方向( $u$ )和南北方向( $v$ )的差值RMS。图8中,箭头的长度和指向分别表示表层地转流速度的大小和方向。CNES-CLS18 MDT采用CNES-CLS15 MSS平均海面高模型和GOCO05S重力场模型进行计算,并联合了浮标、水文等物理海洋数据,分辨率

为 $7.5'\times 7.5'$ ,是CNES最新发布且精度较高的MDT模型,因此可将其计算的表层地转流作为检验值。GOCO01S、GOGC-MA和GOGC-CPR模型的计算结果均可以展现出黑潮的基本特征,但与CNES-CLS18 MDT的计算结果相比,仍然有较大差异,这主要是因为CNES-CLS18 MDT使用了大量浮标和水文观测数据。将GOCO01S、GOGC-MA和GOGC-CPR模型的计算结果与CNES-CLS18 MDT模型的计算结果进行比较可知,通过GOGC-MA和GOGC-CPR模型计算得到的表层地转流在东西和南北方向的差异都小于GOCO01S,因此GOGC-MA和GOGC-CPR模型相对更优。

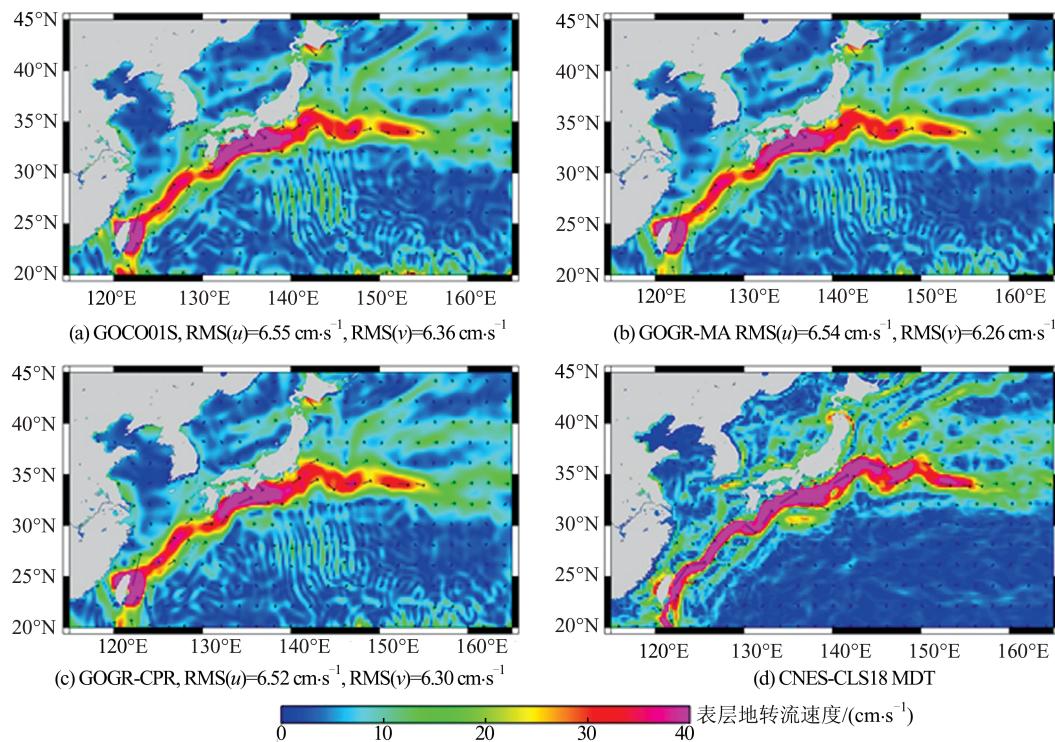


图8 不同模型计算的黑潮表层地转流

Fig.8 Surface Geostrophic Current of Kuroshio Calculated by Different Models

### 3 结语

本文设计了MA+ARMA和CPR+ARMA两种级联滤波器来处理GOCE重力梯度数据中的低频系统误差和有色噪声,并以联合GOCE和GRACE数据反演重力场模型为例,对级联滤波器的实际效果进行了对比。结果表明,MA和CPR经验参数滤波器均能削弱GOCE重力梯度数据中的低频系统误差,且后者滤波效果更明显,但为了避免过度滤除低频重力场信号,需要选取合适的滤波参数 $k$ ;在处理低频系统误差之后,ARMA去相关滤波器能有效地对重力梯度有色噪

声进行白化处理。基于MA+ARMA和CPR+ARMA两种级联滤波器分别反演了224阶次的GOCE和GRACE联合模型GOGC-MA和GOGC-CPR,其精度接近,且都优于使用同期数据研制的GOCO01S,这验证了级联滤波器的正确性和有效性,可为GOCE重力梯度数据的滤波处理及高精度重力场反演提供参考。后续将考虑处理更长时间段的观测数据,并反演更高阶次的重力场模型以进行进一步分析与验证。

### 参 考 文 献

- [1] Floberghagen R, Fehringer M, Lamarre D, et al.

- Mission Design, Operation and Exploitation of the Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer Mission[J]. *Journal of Geodesy*, 2011, 85(11): 749–758.
- [2] Pail R, Bruinsma S, Migliaccio F, et al. First GOCE Gravity Field Models Derived by Three Different Approaches[J]. *Journal of Geodesy*, 2011, 85(11): 819–843.
- [3] Yu J H, Wan X Y. Recovery of the Gravity Field from GOCE Data by Using the Invariants of Gradient Tensor [J]. *Science China Earth Sciences*, 2013, 56(7): 1193–1199.
- [4] Lu B, Luo Z C, Zhong B, et al. The Gravity Field Model IGGT\_R1 Based on the Second Invariant of the GOCE Gravitational Gradient Tensor[J]. *Journal of Geodesy*, 2018, 92(5): 561–572.
- [5] Xu Xinyu, Li Jiancheng, Jiang Weiping, et al. Simulation Study for Recovering GOCE Satellite Gravity Model Based on Space-Wise LS Method [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2011, 40(6): 697–702. (徐新禹, 李建成, 姜卫平, 等. 基于空域最小二乘法求解GOCE卫星重力场的模拟研究[J]. 测绘学报, 2011, 40(6): 697–702.)
- [6] Zhong Bo, Ning Jinsheng, Luo Zhicai, et al. Simulation Study of Rigorous Gravity Field Recovery by Combining GOCE Satellite Orbit and Gravity Gradient Data[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2012, 37(10): 1215–1220. (钟波, 宁津生, 罗志才, 等. 联合GOCE卫星轨道和重力梯度数据严密求解重力场的模拟研究[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2012, 37(10): 1215–1220.)
- [7] Zhong Bo, Luo Zhicai, Li Jiancheng, et al. Spectral Combination Method for Recovering the Earth's Gravity Field from High-Low SST and SGG Data [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2012, 41(5): 735–742. (钟波, 罗志才, 李建成, 等. 联合高低卫-卫跟踪和卫星重力梯度数据恢复地球重力场的谱组合法[J]. 测绘学报, 2012, 41(5): 735–742.)
- [8] Rummel R, Yi W Y, Stummer C. GOCE Gravitational Gradiometry [J]. *Journal of Geodesy*, 2011, 85(11): 777.
- [9] Wan Xiaoyun, Yu Jinhai, Zeng Yanyan. Frequency Analysis and Filtering Processing of Gravity Gradients Data from GOCE[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2012, 55(9): 2909–2916. (万晓云, 于锦海, 曾艳艳. GOCE引力梯度的频谱分析及滤波[J]. 地球物理学报, 2012, 55(9): 2909–2916.)
- [10] Su Yong, Fan Dongming, Pu Xinggang, et al. New Static Gravity Field Model SWJTU-GOGR01S Derived from GOCE Data and GRACE Normal Equation[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2018, 43(3): 457–463. (苏勇, 范东明, 蒲星钢, 等. 联合GOCE卫星数据和GRACE法方程确定SWJTU-GOGR01S全球重力场模型[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2018, 43(3): 457–463.)
- [11] Pail R, Goiginger H, Schuh W D, et al. Combined Satellite Gravity Field Model GOCO01S Derived from GOCE and GRACE[J]. *Geophysical Research Letters*, 2010, 37(20), DOI: 10.1029/2010GL044906.
- [12] Luo Zhicai, Zhong Bo, Ning Jinsheng. Theory and Method for Determining the Earth's Gravity Field from Satellite Gravity Gradiometry [M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2015. (罗志才, 钟波, 宁津生. 卫星重力梯度测量确定地球重力场的理论与方法[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2015.)
- [13] Koch K, Kusche J. Regularization of Geopotential Determination from Satellite Data by Variance Components [J]. *Journal of Geodesy*, 2002, 76(5): 259–268.
- [14] Hashemi F H, Ditmar P, Klees R, et al. Validation of Static Gravity Field Models Using GRACE K-Band Ranging and GOCE Gradiometry Data [J]. *Geophysical Journal International*, 2013, 194(2): 751–771.
- [15] Schuh W D. The Processing of Band-Limited Measurements; Filtering Techniques in the Least Squares Context and in the Presence of Data Gaps[J]. *Space Science Reviews*, 2003, 108(1/2): 67–78.
- [16] Mayer-Gürr T, Kurtenbach E, Eicker A. The Satellite-Only Gravity Field Model ITG-GRACE 2010s [EB/OL]. [2020-10-20]. <http://www.igg.uni-bonn.de/apmg/index.php?id=itg-grace2010>, 2010.
- [17] Kvas A, Mayer G T, Krauss S, et al. The Satellite-Only Gravity Field Model GOCO06S [EB/OL]. [2020-06-30]. <https://doi.org/10.5880/ICGEM.2019.002>.
- [18] Schaeffer P, Faugére Y, Legeais J F, et al. The CNES\_CLS11 Global Mean Sea Surface Computed from 16 Years of Satellite Altimeter Data [J]. *Marine Geodesy*, 2012, 35(sup1): 3–19.
- [19] Dinardo S. GUT Tutorial Version 6.4[R]. ESA, 2012.