



引文格式:马越原,杨元喜,曾安敏,等.顾及偏移参数先验信息的海底控制点贝叶斯估计模型[J].武汉大学学报(信息科学版),2023,48(9):1465-1472.DOI:10.13203/j.whugis20200662
Citation: MA Yueyuan, YANG Yuanxi, ZENG Anmin, et al. Bayesian Estimation Model for Seafloor Geodetic Positioning Based on Prior Information of Offset Parameters[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2023, 48(9): 1465-1472. DOI:10.13203/j.whugis20200662

顾及偏移参数先验信息的海底控制点 贝叶斯估计模型

马越原^{1,2} 杨元喜^{3,4} 曾安敏^{3,4} 许扬胤^{3,4}

1 北京跟踪与通信技术研究所,北京,100094

2 信息工程大学,河南 郑州,450001

3 地理信息工程国家重点实验室,陕西 西安,710054

4 西安测绘研究所,陕西 西安,710054

摘要:在全球导航卫星系统(global navigation satellite system,GNSS)/声学定位系统中,声学换能器的位置由GNSS接收机天线位置通过偏移参数和姿态观测信息计算得到,偏移参数的测量误差必然会影响声学换能器的位置,从而影响海底控制点的定位精度。若不考虑偏移参数的先验信息,直接将其作为未知数与海底控制点坐标一起解算,可能会因参数之间强相关而出现观测方程病态的问题,导致解算结果不可靠。首先给出了GNSS/A定位的一种顾及偏移参数的贝叶斯估计模型,分析了偏移参数误差对定位结果的影响;其次推导了位置参数和偏移参数之间的相关性,从理论上阐述了观测方程产生病态的原因,进而构建了一种顾及偏移参数先验信息的贝叶斯估计模型。算例结果表明,该模型可以解决参数之间因强相关而引起的观测方程病态问题,能有效提高海底控制点三维坐标和偏移参数的解算精度。

关键词:全球导航卫星系统/声学定位;偏移参数;相关性;先验信息;贝叶斯估计

中图分类号:P229

文献标识码:A

收稿日期:2021-02-22

DOI:10.13203/j.whugis20200662

文章编号:1671-8860(2023)09-1465-08

Bayesian Estimation Model for Seafloor Geodetic Positioning Based on Prior Information of Offset Parameters

MA Yueyuan^{1,2} YANG Yuanxi^{3,4} ZENG Anmin^{3,4} XU Yangyin^{3,4}

1 Beijing Institute of Tracking and Telecommunication Technology, Beijing 100094, China

2 Information Engineering University, Zhengzhou 450001, China

3 State Key Laboratory of Geo-Information Engineering, Xi'an 710054, China

4 Xi'an Research Institute of Surveying and Mapping, Xi'an 710054, China

Abstract: Objectives: In the global navigation satellite system (GNSS) /acoustic positioning system, the transducer position needs to be obtained by rotating the GNSS (global navigation satellite system) receiver position through the offset parameter and attitude observation information. The measurement error of the offset parameter will inevitably affect the position of the transducer and thus the positioning accuracy of the seafloor control point. If the offset parameter is taken as unknown to be solved together with the seafloor control point coordinates without considering the priori information of the offset parameters, the problem of unreliable results of the observation equation due to the strong correlation between the parameters. Methods: First, a Bayesian estimation model of GNSS-A was proposed, the influence of offset parameter error on positioning results is analyzed. Second, we derive the correlation between the position parameters and the offset parameters, explain the reasons for the ill-posed observation equation theoretically, and then a Bayesian estimation model based on prior information of offset parameters is established. Results and

基金项目:国家自然科学基金(41931076,41874016);国家重点研发计划(2020YFB0505801,2016YFB0501700)。

第一作者:马越原,博士,主要研究方向为海洋大地测量。mayueyuanieu@163.com

Conclusions: The result shows that the model can improve the equation's ill-posed problem caused by the strong correlation between the parameters, and can effectively improve the accuracy of the three-dimensional coordinates and offset parameters of the seafloor control points.

Key words: global navigation satellite system (GNSS)/acoustic positioning; offset parameters; correlation; prior information; Bayesian estimation

海底大地基准网是中国空间基准的重要组成部分,是陆地基准网在海底的延伸和拓展,高精度地确定海底控制点坐标是建设海底大地基准网的关键^[1-6]。目前使用最广泛的海底控制点测定技术是全球导航卫星系统(global navigation satellite system, GNSS)/声学定位技术^[7-11],该技术通过安装在测量船上的GNSS接收机和安装在测量船底部的声学换能器对固定在海底控制点上的声学应答器进行测量,进而得到海底控制点的位置参数^[12-13]。要得到海底控制点的精确位置,需要准确知道声学换能器的位置,而声学换能器的位置无法被直接测量,通常由测得的GNSS天线位置、姿态数据和标定的GNSS接收机天线相对于声学换能器的偏移参数,通过旋转矩阵转换得到^[14-18],因而偏移参数成为确定换能器位置必不可少的关键参数。目前,处理换能器偏移参数主要有两种方法:(1)事先通过精密工程测量标定其参数,并将其作为已知值对声学距离观测进行改正;(2)将偏移参数模型化,与海底控制点坐标参数一起解算。这两种方法各有优缺点。前者取决于换能器标定参数的测量精度,偏移参数的任何测量误差都将影响观测值的改正精度^[19],尤其是大型化测量船,容易产生较大偏移量;后者由于引入了新的系统参数,又容易导致参数之间的强相关,进而引起观测方程病态。有学者提出了一种样本搜索法^[20],即首先固定偏移参数的水平分量,搜索垂直分量估计值,使单位权方差最小,将此值看作偏移参数垂直分量的最佳值;然后将其视作固定值,将海底控制点坐标与偏移参数的水平分量一同求解,解算精度有所改善。

通过工程测量标定和附加参数补偿均可弱化观测值偏移参数误差的影响。如果将工程测量标定的偏移参数作为先验信息与实际声学观测量一起求解海底控制点位坐标和偏移参数的修正参数,不仅可以提高偏移参数的解算精度,还可以避免观测方程秩亏,进而改善定位模型精度。本文首先给出了GNSS/声学定位的基本定位模型,详细推导了偏移参数误差对定位结果的影响;然后建立了顾及偏移参数的定位模型,从

理论上分析了该模型参数间的相关性,构造了顾及偏移参数先验信息的定位模型;最后利用实测数据验证了模型的有效性。

1 偏移参数误差的影响分析

GNSS/声学定位模型可描述为^[21]:

$$\rho_i = f(x_T, x_i) + \delta\rho_{d,i} + \delta\rho_{v,i} + \epsilon_i \quad (1)$$

式中, ρ_i 表示第*i*个历元声学换能器与海底控制点的水声时延测距观测值; $f(x_T, x_i)$ 表示第*i*个历元声学换能器与海底控制点之间的几何距离; x_T 表示海底控制点的三维坐标; x_i 表示第*i*个历元声学换能器的三维坐标; $\delta\rho_{d,i}$ 表示由应答器转发信号时延引起的系统误差; $\delta\rho_{v,i}$ 表示由声速不确定性引起的系统误差; ϵ_i 表示随机误差。

利用GNSS/声学定位模型计算海底控制点坐标时,采用当地水平坐标系NEU有利于分析系统误差在不同方向上对坐标参数估计的影响,故本文坐标参数均相对于NEU坐标系,其中,*n*表示北向分量,*e*表示东向分量,*u*表示天顶分量。

设海底控制点的坐标为 $x_T = (n_T, e_T, u_T)^T$,若将坐标写成初值加改正量的形式,则有:

$$x_T = x_{T_0} + dx_T \quad (2)$$

式中, $x_{T_0} = (n_{T_0}, e_{T_0}, u_{T_0})^T$ 为海底控制点三维坐标的初始值; $dx_T = (dn_T, de_T, du_T)^T$ 为海底控制点坐标的改正数。在 $x_T = x_{T_0}$ 处对式(1)线性展开:

$$\rho_i = \frac{\partial f(x_T, x_i)}{\partial x_T} \Big|_{x_T=x_{T_0}} \times dx_T + f(x_{T_0}, x_i) + \delta\rho_{d,i} + \delta\rho_{v,i} + \epsilon_i \quad (3)$$

式中, $\frac{\partial f(x_T, x_i)}{\partial x_T} \Big|_{x_T=x_{T_0}}$ 为 $f(x_T, x_i)$ 相对于海底控制点三维坐标分量的偏导数,其表达式为:

$$\frac{\partial f(x_T, x_i)}{\partial x_T} \Big|_{x_T=x_{T_0}} = \begin{pmatrix} \frac{n_i - n_{T_0}}{f(x_{T_0}, x_i)} \\ \frac{e_i - e_{T_0}}{f(x_{T_0}, x_i)} \\ \frac{u_i - u_{T_0}}{f(x_{T_0}, x_i)} \end{pmatrix} = a_i \quad (4)$$

式中,

$$f(x_{T_0}, x_i) = \sqrt{(n_i - n_{T_0})^2 + (e_i - e_{T_0})^2 + (u_i - u_{T_0})^2} \quad (5)$$

根据式(2)~式(5)可得定位模型式(1)的误差方程:

$$v_i = a_i \times d\hat{x}_T - l_i \quad (6)$$

式中, $l_i = \rho_i - f(x_{T_0}, x_i) - \delta\rho_{d,i} - \delta\rho_{v,i}$

海底大地基准点坐标改正量 $d\hat{x}_T$ 的最小二乘解为:

$$d\hat{x}_T = (A^T P A)^{-1} A^T P L \quad (7)$$

式中, $A = [a_1, a_2, \dots, a_n]^T$; $L = [l_1, l_2, \dots, l_n]^T$; P 为其观测权。

其位置参数的精度衰减因子为:

$$D_1 = \sqrt{\text{tr}(A^T P A)^{-1}} \quad (8)$$

$$\begin{cases} r_{11} = \cos h \times \cos p, r_{21} = \sin h \times \cos p, r_{31} = \sin p \\ r_{12} = -\sin h \times \cos r - \cos h \times \sin p \times \sin r \\ r_{22} = \cos h \times \cos r - \sin h \times \sin p \times \sin r, r_{32} = \cos p \times \sin r \\ r_{13} = \sin h \times \sin r - \cos h \times \sin p \times \cos r \\ r_{23} = -\cos h \times \sin r - \sin h \times \sin p \times \cos r, r_{33} = \cos p \times \cos r \end{cases} \quad (11)$$

式中, h, p, r 分别为测量船瞬时的船艏方向、纵摇和横摇参数。在船体坐标系下, h 指测量船船艏与定义的 0° 方向之间的夹角; p 指测量船绕纵轴旋转的角度; r 指测量船绕横轴旋转的角度^[23]。

偏移参数通常通过事前工程测量方法确定, 但很难准确获取 GNSS 天线相位中心到声学换能器中心的偏移参数, 尤其当要求海底定位精度达到分米级或厘米级时, 就必须对偏移参数进行精细标校与改正。假设偏移参数 T 含有误差 $\delta T = [\delta t_n, \delta t_e, \delta t_u]^T$, 则换能器位置可写成:

$$\tilde{x}_i = \begin{bmatrix} n_{\text{GNSS},i} \\ e_{\text{GNSS},i} \\ u_{\text{GNSS},i} \end{bmatrix} + R \times \begin{bmatrix} T_n + \delta t_n \\ T_e + \delta t_e \\ T_u + \delta t_u \end{bmatrix} = x_i + R \times \delta T \quad (12)$$

偏移参数误差 δT 引起换能器位置偏差为

$$\delta f_i = \begin{bmatrix} \frac{n_i - n_{T_0}}{f(x_{T_0}, x_i)} \times r_{11} + \frac{e_i - e_{T_0}}{f(x_{T_0}, x_i)} \times r_{21} + \frac{u_i - u_{T_0}}{f(x_{T_0}, x_i)} \times r_{31} \\ \frac{n_i - n_{T_0}}{f(x_{T_0}, x_i)} \times r_{12} + \frac{e_i - e_{T_0}}{f(x_{T_0}, x_i)} \times r_{22} + \frac{u_i - u_{T_0}}{f(x_{T_0}, x_i)} \times r_{32} \\ \frac{n_i - n_{T_0}}{f(x_{T_0}, x_i)} \times r_{13} + \frac{e_i - e_{T_0}}{f(x_{T_0}, x_i)} \times r_{23} + \frac{u_i - u_{T_0}}{f(x_{T_0}, x_i)} \times r_{33} \end{bmatrix} \times \begin{pmatrix} \delta t_n \\ \delta t_e \\ \delta t_u \end{pmatrix} \quad (16)$$

由于 δT 对系数矩阵 a_i 影响较小, 为便于描述, a_i 可近似认为不变。由式(7)可得, 在偏移参数误差影响下, 坐标参数改正数估值 $d\hat{x}_T$ 为:

声学换能器的坐标是由 GNSS 天线位置、姿态观测量和声学换能器相对于 GNSS 天线相位中心的偏移参数计算得到的。第 i 个历元处声学换能器的坐标 x_i 可表示为^[22]:

$$x_i = \begin{bmatrix} n_i \\ e_i \\ u_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_{\text{GNSS},i} \\ e_{\text{GNSS},i} \\ u_{\text{GNSS},i} \end{bmatrix} + R \times \begin{bmatrix} T_n \\ T_e \\ T_u \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中, $n_{\text{GNSS}} = [n_{\text{GNSS},i}, e_{\text{GNSS},i}, u_{\text{GNSS},i}]^T$, 为第 i 个历元处 GNSS 天线在 NEU 坐标系下的坐标; $T = [T_n, T_e, T_u]^T$, 为船体坐标系下声学换能器相对于 GNSS 天线相位中心的偏移参数; R 为由姿态参数确定的归化旋转矩阵,

$$R = R_h \times R_p \times R_r = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix} \quad (10)$$

$R \times \delta T$ 。误差方程式(6)中 a_i 和 l_i 均受偏移参数误差 δT 的影响, 表示为:

$$a_i = \begin{bmatrix} \frac{n_{T_0} - n_i - (r_{11}\delta t_n + r_{12}\delta t_e + r_{13}\delta t_u)}{f(x_{T_0}, x_i + R \times \delta T)} \\ \frac{e_{T_0} - e_i - (r_{21}\delta t_n + r_{22}\delta t_e + r_{23}\delta t_u)}{f(x_{T_0}, x_i + R \times \delta T)} \\ \frac{u_{T_0} - u_i - (r_{31}\delta t_n + r_{32}\delta t_e + r_{33}\delta t_u)}{f(x_{T_0}, x_i + R \times \delta T)} \end{bmatrix}^T \quad (13)$$

$$l_i = \rho_i - f(x_{T_0}, x_i + R \times \delta T) - \delta\rho_{d,i} - \delta\rho_{v,i} \quad (14)$$

显然, l_i 可表示为:

$$l_i = \rho_i - f(x_{T_0}, x_i) - \delta\rho_{d,i} - \delta\rho_{v,i} + df_i \quad (15)$$

式中, df_i 表示偏移参数含有误差 δT 时对 l_i 的影响值, 可表示为:

$$df_i = \begin{bmatrix} \frac{n_i - n_{T_0}}{f(x_{T_0}, x_i)} \times r_{11} + \frac{e_i - e_{T_0}}{f(x_{T_0}, x_i)} \times r_{21} + \frac{u_i - u_{T_0}}{f(x_{T_0}, x_i)} \times r_{31} \\ \frac{n_i - n_{T_0}}{f(x_{T_0}, x_i)} \times r_{12} + \frac{e_i - e_{T_0}}{f(x_{T_0}, x_i)} \times r_{22} + \frac{u_i - u_{T_0}}{f(x_{T_0}, x_i)} \times r_{32} \\ \frac{n_i - n_{T_0}}{f(x_{T_0}, x_i)} \times r_{13} + \frac{e_i - e_{T_0}}{f(x_{T_0}, x_i)} \times r_{23} + \frac{u_i - u_{T_0}}{f(x_{T_0}, x_i)} \times r_{33} \end{bmatrix} \times \begin{pmatrix} \delta t_n \\ \delta t_e \\ \delta t_u \end{pmatrix} \quad (16)$$

$$d\hat{x}_T = (A^T P A)^{-1} A^T P (L + dF) \quad (17)$$

式中, $A = [a_1, a_2, \dots, a_n]^T$; $L = [l_1, l_2, \dots, l_n]^T$;

$$dF = [df_1, df_2, \dots, df_n]^T.$$

偏移参数误差 δT 对定位结果和对残差的影响值为:

$$\Delta x = (A^T PA)^{-1} A^T P dF \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \Delta v &= A(A^T PA)^{-1} A^T P dF - dF = \\ &= (AN^{-1} A^T P - I) \times dF \end{aligned} \quad (19)$$

当偏移参数中含有误差,将会直接影响海底控制点的定位结果,且影响大小为 $(A^T PA)^{-1} A^T P dF$;对残差影响的大小为 $(AN^{-1} A^T P - I) \times dF$ 。若要获得精确的海底控制点三维坐标,就必须减弱偏移参数误差的影响。通常情况下,对含有误差的参数最直接的处理方法即将其作为未知参数求解。

2 顾及偏移参数的定位模型

2.1 基本模型

将偏移参数作为未知参数时,定位模型的待估参数 X 为海底控制点三维坐标和偏移参数。设海底控制点三维坐标的初始值为 x_{T_0} =

$$\frac{\partial f(x_T, x_i)}{\partial T} \Big|_{T=T_0} = \begin{cases} \frac{(n_i - n_{T_0})r_{11} + (e_i - e_{T_0})r_{21} + (u_i - u_{T_0})r_{31}}{f(x_{T_0}, x_{i_0})} \\ \frac{(n_i - n_{T_0})r_{12} + (e_i - e_{T_0})r_{22} + (u_i - u_{T_0})r_{32}}{f(x_{T_0}, x_{i_0})} \\ \frac{(n_i - n_{T_0})r_{13} + (e_i - e_{T_0})r_{23} + (u_i - u_{T_0})r_{33}}{f(x_{T_0}, x_{i_0})} \end{cases} = b_i \quad (22)$$

若将偏移参数与海底控制点三维坐标一同解算,则误差方程为:

$$v_i = (a_i \ b_i) \times \begin{pmatrix} d\hat{x}_T \\ d\hat{T} \end{pmatrix} - l_i \quad (23)$$

式中, $l_i = \rho_i - f(x_{T_0}, x_{i_0}) - \delta\rho_{d,i} - \delta\rho_{v,i}$ 。

参数向量估值为:

$$\begin{pmatrix} d\hat{x}_T \\ d\hat{T} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A^T PA & A^T PB \\ B^T PA & B^T PB \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} A^T PL \\ B^T PL \end{pmatrix} \quad (24)$$

式中, $B = [b_1, b_2, \dots, b_n]^T$ 。

式(24)相应的协因数阵为:

$$Q = \begin{pmatrix} A^T PA & A^T PB \\ B^T PA & B^T PB \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} Q_x & Q_{xT} \\ Q_{Tx} & Q_T \end{pmatrix} \quad (25)$$

依据矩阵分块求逆^[24], Q_x 表示为:

$$\begin{aligned} Q_x &= (A^T PA)^{-1} + (A^T PA)^{-1} \times (A^T PB) \times \\ &\quad Z^{-1} \times (B^T PA) \times (A^T PA)^{-1} \end{aligned} \quad (26)$$

其中,

$(n_{T_0}, e_{T_0}, u_{T_0})^T$;经实现测量获得的偏移参数也作为初始值 $T_0 = [T_{n_0}, T_{e_0}, T_{u_0}]^T$ 。在 $X = X_0, T = T_0$ 处线性展开可得:

$$\begin{aligned} \rho_i &= \frac{\partial f(x_T, x_i)}{\partial x_T} \Big|_{X=X_0} \times dx_T + \frac{\partial f(x_T, x_i)}{\partial T} \Big|_{T=T_0} \times \\ &\quad dt + f(x_{T_0}, x_{i_0}) + \delta\rho_{d,i} + \delta\rho_{v,i} + \epsilon_i \end{aligned} \quad (20)$$

式中, $dx_T = (dn_T, de_T, du_T)^T$, 为海底控制点坐标的改正量; $dT = (dT_n, dT_e, dT_u)^T$, 为偏移参数的改正量; $\frac{\partial f(x_T, x_i)}{\partial x_T} \Big|_{X=X_0}$ 和 $\frac{\partial f(x_T, x_i)}{\partial T} \Big|_{T=T_0}$ 分别为 $\partial f(x_T, x_i)$ 相对于海底控制点坐标分量和偏移参数分量的偏导数,其表达式为:

$$\frac{\partial f(x_T, x_i)}{\partial x_T} \Big|_{X=X_0} = \begin{pmatrix} \frac{n_i - n_{T_0}}{f(x_{T_0}, x_i)} \\ \frac{e_i - e_{T_0}}{f(x_{T_0}, x_i)} \\ \frac{u_i - u_{T_0}}{f(x_{T_0}, x_i)} \end{pmatrix}^T = a_i \quad (21)$$

$$Z = (B^T PB) - (B^T PA) \times (A^T PA)^{-1} \times (A^T PB) \quad (27)$$

其位置参数的精度衰减因子为:

$$D_{II} = \sqrt{\text{tr}(Q_x)} \quad (28)$$

2.2 待估参数相关性分析

在构建误差方程时,由于事先不知道待估参数的性质及其相互之间的关系,过多模型参数一同解算,造成待估参数之间存在近似线性关系,从而导致模型的系数矩阵或法方程矩阵病态,严重时甚至会影响参数估计的精度和可靠性^[25]。

由式(22)可知,误差方程的设计矩阵与测量船走航时的姿态参数 h, p, r 的值有关。测量通常选择海况较好时间进行,测量船走航船速缓慢且航行相对平稳,纵摇 p 和横摇 r 在 $\pm 10^\circ$ 范围变化;船艏 h 随测量船走航方向在 $0^\circ \sim 360^\circ$ 的范围内变化。

基于上述信息,式(10)可近似写为:

$$\mathbf{R} \approx \begin{bmatrix} \cos h & -\sin h & 0 \\ \sin h & \cos h & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (29)$$

则式(23)中偏移参数的设计矩阵 \mathbf{b}_i 也可近似写为:

$$\mathbf{b}_i \approx \begin{pmatrix} -\cos(h) \times \frac{n_{T_0} - n_i}{f(\mathbf{x}_{T_0}, \mathbf{x}_{i_0})} - \sin(h) \times \frac{e_{T_0} - e_i}{f(\mathbf{x}_{T_0}, \mathbf{x}_{i_0})} \\ \sin(h) \times \frac{n_{T_0} - n_i}{f(\mathbf{x}_{T_0}, \mathbf{x}_{i_0})} - \cos(h) \times \frac{e_{T_0} - e_i}{f(\mathbf{x}_{T_0}, \mathbf{x}_{i_0})} \\ -\frac{u_{T_0} - u_i}{f(\mathbf{x}_{T_0}, \mathbf{x}_{i_0})} \end{pmatrix}^T \quad (30)$$

比较式(21)和式(30),可以看出,海底控制点坐标的 u 分量系数与偏移参数的垂直分量的设计矩阵系数大小几乎一样,这说明两个参数之间强相关。若无其他约束条件,则将位置参数和偏移参数一起解算的误差方程式(23)病态,无法正常求解。

2.3 顾及偏移参数先验信息的定位模型

实践中,往往可得到具有一定精度的偏移参数先验信息,如测量船出厂时测定、测量前的简单标定等。假设其先验偏移参数向量为 \bar{T} ,其先验正定协方差矩阵为 $\mathbf{Q}_{\bar{T}}$ 或权阵 $P_{\bar{T}}$,则偏移参数的虚拟观测误差方程可写为^[26]:

$$V_T = d\hat{T} - (\bar{T} - T_0) = d\hat{T} - L_T \quad (31)$$

式中, V_T 为虚拟观测量残差; T_0 为偏移参数先验初始值; $L_T = \bar{T} - T_0$ 为虚拟观测量。

联合式(31)和式(23),其总的误差方程为:

$$\begin{cases} V = (A \quad B) \begin{pmatrix} d\hat{x}_T \\ d\hat{T} \end{pmatrix} - L \\ V_T = (0 \quad I) \begin{pmatrix} d\hat{x}_T \\ d\hat{T} \end{pmatrix} - L_T \end{cases} \quad (32)$$

参数向量估值为:

$$\begin{pmatrix} d\hat{x}_T \\ d\hat{T} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A^T PA & A^T PB \\ B^T PA & B^T PB + P_{\bar{T}} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} A^T PL \\ B^T PL + P_{\bar{T}} L_T \end{pmatrix} \quad (33)$$

式(33)相应的协因数阵为:

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} A^T PA & A^T PB \\ B^T PA & B^T PB + P_{\bar{T}} \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_x & \mathbf{Q}_{xT} \\ \mathbf{Q}_{Tx} & \mathbf{Q}_T \end{pmatrix} \quad (34)$$

\mathbf{Q}_x 的表达式同式(26)。其中,

$$Z = (B^T PB + P_{\bar{T}}) - (B^T PA) \times (A^T PA)^{-1} \times (A^T PB) \quad (35)$$

其位置参数的精度衰减因子 D_{III} 的表达式同式(28)。

从式(35)可以看出,若先验权阵 $P_{\bar{T}}$ 为 0 时,即为无先验值的情况;若先验权阵 $P_{\bar{T}}$ 为无穷大

时,则 $\mathbf{Q}_x = (A^T PA)^{-1}$,即认为所给先验值为真值,因此,比较 D_{II} 和 D_{III} ,显然有:

$$D_{\text{III}} < D_{\text{II}} \quad (36)$$

可以看出,顾及偏移参数先验信息的定位模型的精度一定优于将偏移参数作为未知参数与海底控制点三维坐标一同解算时的精度。这是因为考虑偏移参数后,残差中的系统误差会被偏移参数吸收,观测的单位权方差会变小,从而更接近先验观测精度,进而可获得更为准确的点位估计值。

3 算例分析

本文采用中国南海某海域测得的数据进行验证分析,以检验本文模型的有效性。测量数据主要包括测量船 GNSS 动态定位结果、船舶姿态数据、水声时延数据等,走航航迹如图 1 所示。

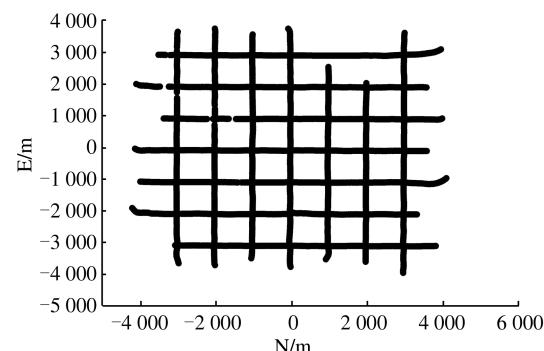


图 1 测量轨迹图
Fig. 1 Survey Ship Track

图 1 中测量时船速约为 4 n mile/h,共获得 4338 个水声时延。测量前,已严格测定 GNSS 天线相位中心相对于声学换能器的偏移参数,可认为无误差。

在数据处理时,由于缺少声速剖面数据,为了保证解算结果的严谨性,将声速值作为未知参数,与海底控制点三维坐标一起解算^[27-28]。此外,考虑到随机模型的选择对定位精度也有一定程

度的影响,在对比等权模型和已有文献的顾及声线入射角随机模型的解算效果后,本文采用分段入射角余弦函数模型进行解算^[29]。需要说明的是,在解算过程中,为了抑制异常误差的影响,均采用IGGIII方案抗差估计法^[30]。为比较不同解算模型对定位结果的影响,采用如下4种方案进行解算。

方案一:偏移参数已知且无误差,其值为7.016 m、1.885 m、-28.743 m,解算海底控制点三维坐标。

方案二:偏移参数已知,假设每个分量含有相同的偏差相同,分别给定0.1 m、0.5 m、1 m偏差,解算海底控制点三维坐标。

方案三:假设偏移参数未知,将偏移参数作为未知参数与海底控制点三维坐标一起解算。

方案四:假设偏移参数未知,给定的偏移参数先验值含有0.1 m偏差,其值为7.116 m、1.985 m、-28.643 m,先验权为 $1^2/0.1^2$,将偏移参数作为未知参数与海底控制点三维坐标一起解算。

图2展示了偏移参数含有偏差时对观测量的影响;图3给出了设计矩阵中坐标参数和偏移参数的垂直分量的值;图4给出了不同先验权时三维坐标和偏移参数计算得到的各分量中误差;表1给出了各方案计算的结果;表2给出了各方案解算的残差统计量;表3给出了偏移参数结果的统计量。

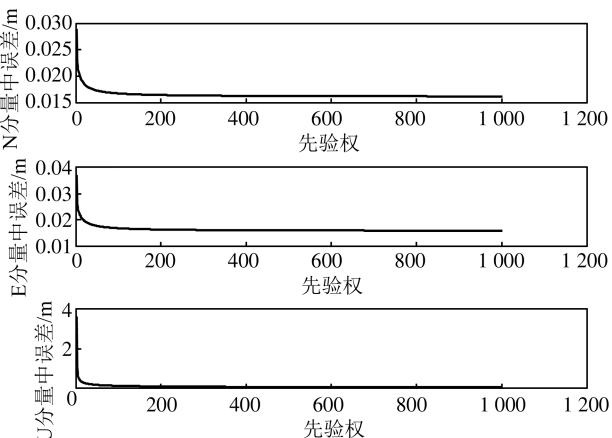
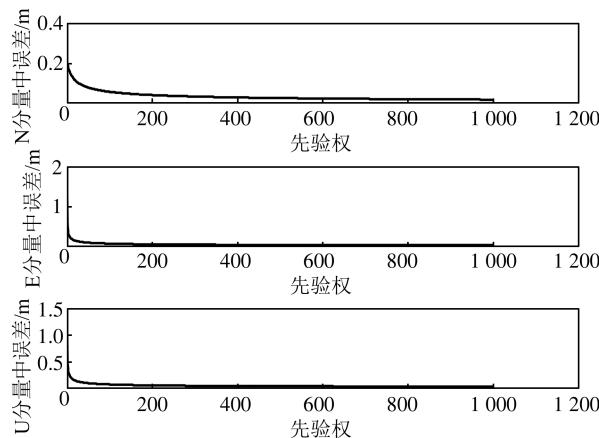


图4 不同先验权下各分量中误差

Fig. 4 Mean Square Error of Each Component Under Different Prior Weights

2)从图3可以看出,解算时设计矩阵中坐标参数和偏移参数的垂直分量对应系数大小的绝对值几乎相等,呈现明显的负相关关系。

3)从图4可以看出,先验权的选择很重要,直接决定了先验值在解算过程中发挥的效果,当先

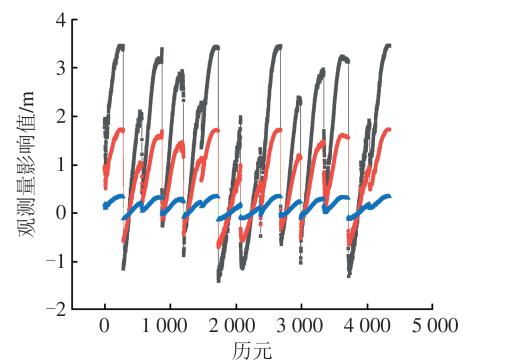


图2 偏移参数误差对观测量的影响

Fig. 2 Influence of Offset Parameter Error on Observation

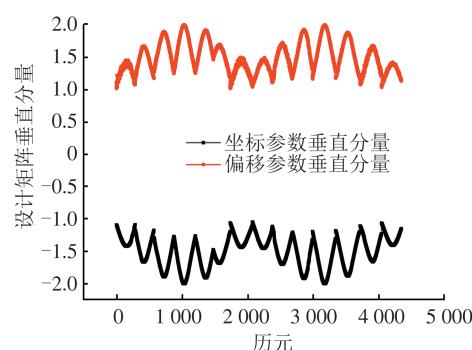


图3 设计矩阵垂直分量

Fig. 3 Vertical Component of Design Matrix

1)从图2可以看出,偏移参数含有误差时,对观测量的影响十分明显,偏差越大,影响越大。图2中出现跳变的原因是各段数据不连续。

验权为0时,解算结果与方案三相同;当先验权无穷大时,解算结果与方案一相同。而先验信息的精度往往是事先给定的,因此,根据先验信息的精度水平合理确定先验权至关重要。

4)从表1中的解算结果可以看出,当偏移参

表 1 各方案坐标解算结果/m

Tab. 1 Coordinate Solution Results of Each Scheme/m

中误差	方案一	方案二			方案三	方案四
		0.1 m 偏差	0.5 m 偏差	1 m 偏差		
m_0	1.283	1.287	1.428	1.812	1.190	1.190
m_n	0.021	0.021	0.023	0.029	0.020	0.019
m_e	0.022	0.022	0.024	0.031	0.021	0.021
m_u	0.013	0.013	0.014	0.018	1.293	0.119

表 2 各方案解算的观测量残差结果/m

Tab. 2 Observation Residual Results Calculated by Each Scheme/m

指标	方案一	方案二			方案三	方案四
		0.1 m 偏差	0.5 m 偏差	1 m 偏差		
最小值	-4.391	-4.230	-3.584	-3.553	-3.900	-3.904
最大值	3.265	3.291	4.088	5.137	3.254	3.256
平均值	0.005	0.004	-0.001	-0.008	0.003	0.003
RMS	1.282	1.287	1.428	1.812	1.189	1.189

表 3 偏移参数计算结果/m

Tab. 3 Calculation Results of Offset Parameters/m

方案	T_n	T_e	T_u
三	7.392 ± 0.019	1.499 ± 0.021	-27.257 ± 1.293
四	7.392 ± 0.019	1.498 ± 0.020	-27.461 ± 0.119

数存在误差时,海底控制点坐标的定位精度受到影响,偏差越大,则海底控制点坐标的定位精度越差;从方案三的解算结果可以看出,将偏移参数作为未知参数与海底控制点坐标一起解算时,单位权中误差较方案一的单位权中误差有所减小,这说明引入偏移参数进行解算时,偏移参数吸收了部分系统误差;但是坐标 u 分量的中误差高达 1.293 m,结果明显出现异常,这说明由于坐标参数和偏移参数的垂直分量强相关,一起解算使得观测方程病态,导致解算结果异常;从方案四的解算结果可以看出,当顾及偏移参数先验信息时,坐标 u 分量的中误差为 0.119 m,解算精度明显提高,说明可有效避免定位模型中引入偏移参数使得参数间强相关而导致的方程病态问题。

5)从表 2 可以看出,当偏移参数存在偏差时,残差也会相应增大;将偏移参数作为未知参数与海底控制点坐标一起解算时,残差会有所降低,原因同 4) 中所述,偏移参数吸收了部分系统误差;相较于方案三、方案四的残差值几乎没有变化,存在先验信息与否对残差的影响不够显著。

6)从表 3 可以看出,顾及先验信息的贝叶斯估计模型不仅可以避免由偏移参数的垂直分量与海底控制点的垂直分量之间的强相关导致的观测方程不适当问题,还能提升换能器偏移参数的解算精度。

4 结语

在实际测量过程中,GNSS 天线位置需要通过偏移参数旋转归化到声学换能器相位中心,偏移参数本身的偏差会直接影响水下声纳观测值的精度,忽略偏移参数对声纳观测的影响,又会影响海底定位的精度。若将偏移参数作为未知参数与海底控制点坐标参数一同解算,则会导致观测方程病态甚至秩亏。本文从理论和实测数据两方面验证了换能器偏移参数的影响及不同处理策略的优缺点,可得结论如下:

- 1)当偏移参数存在误差时,会影响海底控制点的定位精度,误差越大,定位精度越差。
- 2)从理论上证明了当同时解算海底位置参数和偏移参数时,坐标参数的垂直分量和偏移参数的垂直分量对应系数存在负相关性。
- 3)在确定合适的先验信息的前提下,贝叶斯估计模型不仅可以避免由偏移参数的垂直分量与海底控制点的垂直分量之间的强相关导致的观测方程的不适当问题,还能提升换能器偏移参数的解算精度。然而,贝叶斯模型只能解决模型的不适当问题,并不能有效消除函数模型中存在的系统误差,因此在实际应用中,若要获得更高精度的海底控制点三维坐标,构建水下观测的弹性模型将是值得研究的重要方向。

参 考 文 献

- [1] Chen Junyong, Yang Yuanxi, Wang Min, et al. Establishment of 2000 National Geodetic Control Network of China and Its Technological Progress [J].

- Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2007, 36(1): 1-8. (陈俊勇, 杨元喜, 王敏, 等. 2000国家大地控制网的构建和它的技术进步[J]. 测绘学报, 2007, 36(1): 1-8.)
- [2] Yang Yuanxi, Xu Tianhe, Xue Shuqiang. Progresses and Prospects in Developing Marine Geodetic Datum and Marine Navigation of China [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2017, 46(1): 1-8. (杨元喜, 徐天河, 薛树强. 我国海洋大地测量基准与海洋导航技术研究进展与展望[J]. 测绘学报, 2017, 46(1): 1-8.)
- [3] Li Linyang, Lü Zhiping, Cui Yang. Summary of the Research Progress of Seafloor Geodetic Control Network [J]. *Bulletin of Surveying and Mapping*, 2018(1): 8-13. (李林阳, 吕志平, 崔阳. 海底大地测量控制网研究进展综述[J]. 测绘通报, 2018(1): 8-13.)
- [4] Liu Jingnan, Chen Guanxu, Zhao Jianhu, et al. Development and Trends of Marine Space-Time Frame Network [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2019, 44(1): 17-37. (刘经南, 陈冠旭, 赵建虎, 等. 海洋时空基准网的进展与趋势[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2019, 44(1): 17-37.)
- [5] Yang Yuanxi, Liu Yanxiong, Sun Dajun, et al. Seafloor Geodetic Network Establishment and Key Technologies [J]. *Scientia Sinica (Terra)*, 2020, 50(7): 936-945. (杨元喜, 刘焱雄, 孙大军, 等. 海底大地基准网建设及其关键技术[J]. 中国科学: 地球科学, 2020, 50(7): 936-945.)
- [6] Gao Ruru. Research on Key Techniques of Underwater Acoustic Positioning Algorithm [D]. Xi'an: Chang'an University, 2018. (高茹茹. 水下声学定位关键技术问题研究[D]. 西安: 长安大学, 2018.)
- [7] Zhao Shuang. Research on Regularization Algorithms for Underwater Fast Positioning [D]. Qingdao: China University of Petroleum (Huadong), 2018. (赵爽. 水下快速定位正则化解法研究[D]. 青岛: 中国石油大学(华东), 2018.)
- [8] Wang Yi. Research on Algorithms of High-Precision Underwater Positioning in Petroleum Exploration [D]. Qingdao: China University of Petroleum (Huadong), 2014. (王毅. 石油勘探中水下高精度定位算法研究[D]. 青岛: 中国石油大学(华东), 2014.)
- [9] Sun Wenzhou, Yin Xiaodong, Zeng Anmin, et al. Calculating the Starting Incidence Angle by Iterative Method for Positioning Seafloor Control Points [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2020, 45(10): 1588-1593. (孙文舟, 殷晓冬, 曾安敏, 刘强. 海底控制点定位初始入射角迭代计算方法的比较研究[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2020, 45(10): 1588-1593.)
- [10] Zhao Jianhu, Chen Xinhua, Wu Yongting, et al. Determination of Absolute Coordinate of Underwater Control Point Taking Waves and Depth's Constraint into Account [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2018, 47(3): 413-421. (赵建虎, 陈鑫华, 吴永亭, 等. 顾及波浪影响和深度约束的水下控制网点绝对坐标的精确定位[J]. 测绘学报, 2018, 47(3): 413-421.)
- [11] Tang Qiuhua, Wu Yongting, Ding Jisheng, et al. Calibration of Ultra-Short Baseline Acoustic Positioning System [J]. *Technical Acoustics*, 2006, 25(4): 281-287. (唐秋华, 吴永亭, 丁继胜, 等. 超短基线声学定位系统的校准技术研究[J]. 声学技术, 2006, 25(4): 281-287.)
- [12] Yang Daojun, Xu Weijie, Liu Linquan, et al. Error Analysis of Underwater Benchmark for Precision Positioning System [J]. *Technical Acoustics*, 2007, 26(2): 189-192. (杨道军, 许伟杰, 刘林泉, 等. 高精度定位标定系统水下基准方位误差分析[J]. 声学技术, 2007, 26(2): 189-192.)
- [13] Liu Yanxiong, Peng Lin, Wu Yongting, et al. Calibration of Transducer and Transponder Positions [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2006, 31(7): 610-612. (刘焱雄, 彭琳, 吴永亭, 等. 超短基线水声定位系统校准方法研究[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2006, 31(7): 610-612.)
- [14] Tian Tan. Underwater Positioning and Navigation Technology [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2007. (田坦. 水下定位与导航技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 2007.)