



设施服务分区问题的求解算法框架设计

王玉璟^{1,2} 孔云峰¹

1 河南大学黄河中下游数字地理技术教育部重点实验室,河南 开封,475000

2 河南大学计算机与信息工程学院,河南 开封,475000

摘要:设施服务分区问题(facility service districting problem, FSDP)是指在一个地理区域内,根据服务设施位置和服务能力为其划分服务区,满足供需平衡、形状紧凑和空间连续等要求。空间连续约束使FSDP能更好地满足学区划分、医疗区划分等问题的政策需求,但同时增加了它的求解难度。构造了一个FSDP混合整型线性规划模型,并设计了一个算法框架。框架包括问题定义、初始解、搜索算子和策略等基本模块,支持精确算法、元启发算法和混合算法设计。基于算法框架,实现了数学模型、模拟退火算法、迭代局部搜索算法和数学启发混合算法,并使用4个中大规模案例进行算法测试。实验结果表明,算法框架能够很好地处理空间连续约束的FSDP,支持多种算法快速实现,且求解质量接近案例目标值下界。

关键词:设施服务分区问题;空间连续;混合整型线性规划;算法框架;算法设计

中图分类号:P208

文献标志码:A

设施服务分区问题(facility service districting problem, FSDP)是为设施划分服务范围。在一个特定地理区域内存在若干服务设施,按照设施的位置和服务能力对设施的服务范围进行划分。例如为义务教育学校划分学区,为基层医疗服务中心划分服务区等。一般来说,服务区应当满足供需平衡、形状紧凑和空间连续等要求。供需平衡要求设施的服务供应与服务区内的服务需求相匹配,服务区紧凑能够提升使用服务的可达性,而服务区空间连续可能是某些法规要求,也方便于公共或商业服务管理。

设施服务分区问题是地理学中的一种重要应用,也是区位科学中的一个分支^[1]。服务设施的位置、服务能力、服务范围经常会引起公众的密切关注,也会在一定程度上决定人们的生活质量。尤其是幼儿园、中小学、社区健康服务中心、老年日照中心等保障民生基本需求的公共设施,现实生活中有必要对这些设施进行合理的服务区划分。而警察巡逻区、商品销售区、选举区等均等分区问题也与FSDP密切相关。

空间优化是地理学的重要研究领域之一^[2]。设施空间优化主要采用离散的区位数据,使用设

施选址模型和求解方法,分析设施布局,提供决策和评价^[3-4]。FSDP基于设施区位理论、模型和方法,兼有设施容量限制、空间连续性等约束^[5-9],可以看作是一个受空间连续性约束的设施区位(location-allocation, LA)问题,或者一个带有容量约束的区划问题。FSDP是对经典区位、区划问题的扩展和延伸。区位问题本身计算复杂度极高,空间连续性约束更增加了问题求解难度,文献[10]证明了空间连续性约束分区问题是一类NP(nondeterministic polynomial)难问题。

历史文献中,学者们经常借助经典LA问题模型来求解分区问题。文献[5]最早借用带容量限制的 k -median区位模型求解均等分区问题;文献[6]基于LA模型建立了一个通用均等分区问题解决框架;文献[11]通过改变 k -median模型建立分区均衡、形状紧凑的警察巡逻区。但是,LA模型本身没有空间连续性约束。这类文献的数学模型大多数不考虑分区空间连续性问题,获得的分区方案往往不能保证空间连续,有的分区甚至会被分割。少数文献考虑了分区空间连续性问题,但是在数学模型中没有使用严格意义的空间连续约束,而实际应用中往往要求分区连

收稿日期:2020-08-02

项目资助:国家自然科学基金(41871307)。

第一作者:王玉璟,博士生,讲师,研究方向为空间优化。yjwang@henu.edu.cn

通讯作者:孔云峰,博士,教授。yfkong@henu.edu.cn

续,如学校、医疗等。分区不连续不能满足实际管理和生活需求,容易引起各种争议。

在区划问题研究领域中,学者们考虑了分区空间连续性约束。文献[12]借助图论处理空间连续性约束,构建分区问题混合整型模型;文献[13]采用经典的图论描述选区划分问题,实现了多种局部搜索算法求解;文献[7]在定义研究区域地理空间关系的基础上,基于演化算法建立一个通用概念框架,主要求解选址和均等分区问题;文献[14]将 p -区域分区问题表达为3种混合整型规划模型,分别是树模型、次序模型和流模型;文献[15]建立了混合整型线性数学模型求解中大规模均等分区问题。但是,这些研究主要集中在选区、警察巡逻区、商品销售区等均等分区问题上。均等分区问题更关注各分区间的均衡,FSDP则强调分区内的供需平衡。两者问题定义有差异,均等分区问题的求解方法不能直接解决FSDP。

已有学者对学校、医疗等设施服务区划分进行研究。文献[16]以医疗卫生服务分区问题为例,要求将地理区域划分为指定数量的非重叠的分区;文献[17]分析学校分区问题,要求每个学区中只包含一个学校,兼顾学校的容量限制、使用公平性、可达性等要求;文献[18]将设施区位和分区问题整合讨论,使用模拟退火算法成功求解了一个法庭审判服务分区问题;文献[9]采用多启动和迭代局部搜索混合元启发算法对中国义务教育的单校划片和多校划片问题进行了研究;文献[19]设计了迭代禁忌搜索与模拟退火混合算法求解柳州市柳南区学校划片问题;文献[20]提出设施选址和服务区划分同时进行,建立混合整型数学模型完成了选举区的划分和选举区内投票站的选址。这些文献讨论了连续性约束的设施服务区划分问题,但是,在优化算法方面体现不够,模型计算效率偏低,优化质量不高,算法之间存在差异,既缺乏比较,又缺乏基准测试案例,相关算法的计算效率与优化性能尚不清晰,整体不够成熟。

本文综合考虑各类设施服务规划中的供需均衡、分区连续、便捷利用等普适性准则,对FSDP进行了定义,提出了一个带有容量限制和空间连续性约束的混合整型线性规划(mixed integer linear programming, MILP)数学模型。在分析各种求解算法的基础上,本文设计了一个FSDP算法框架,基于这个算法框架,多种算法机制

可以组合使用。本文还设计了不同规模和设施容量的案例,通过多种算法的实现和案例测试来评估算法性能。

1 问题定义

FSDP是在设施位置和容量已经确定的情况下,遵循设施就近原则,将一个区域内的地理单元指派到各个设施服务区。设施所在地理单元称为设施单元,需求所在地理单元称为需求单元。FSDP要求服务区供需平衡、空间连续、空间可达,以及地理单元完整且唯一指派。供需平衡要求服务区内各地理单元的服务需求总和不能大于设施服务容量。空间可达性可以通过服务区内各需求单元到设施单元的总距离来评估,一般优先选择最短距离。空间连续性是服务分区满足政策和管理要求的必要条件。单元完整性是指分区时不允许将基本单元分割。唯一性要求每个单元只能指派到一个服务区。

一个地理区域 U 包含 n 个地理单元和 m 个设施,集合 $U=\{1, 2, \dots, n\}$ 。每一个地理单元 i 具有属性 A_i 和 B_i ,其中, A_i 表示空间单元 i 的服务需求量; B_i 表示地理单元 i 内设施容量, $B_i=0$ 则表示地理单元 i 内无设施。变量 D_{ik} 表示地理单元 i 与设施单元 k 之间的距离;变量 C_{ij} 代表地理单元 i 与 j 是否邻接,地理单元 i 的邻接单元集合表示为 $N_i=\{j \mid C_{ij}=1\}$;变量 K 表示要划分的设施服务区数量。设施服务区集合 $S=\{s_1, s_2, \dots, s_K\}$ ($s_k \subset U$)表示 K 个设施服务区。分区目标是需求单元到设施单元的总距离函数值最小。

FSDP就是在一定约束条件下,将集合 U 划分为 K 个空间连续的子集 s_k 。参考文献[21-22],建立一个MILP模型将FSDP描述为一个带空间连续性约束的指派问题。参考文献[14, 23],使用网络流模型来表示设施服务区的空间连续性约束。FSDP的数学模型为:

$$\min \sum_{i \in U} \sum_{k \in S} A_i D_{ik} y_{ik} \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \sum_{k \in S} y_{ik} = 1, \forall i \in U \quad (2)$$

$$\sum_{i \in U} A_i y_{ik} \leq B_k, \forall k \in S \quad (3)$$

$$f_{ijk} \leq y_{ik} (n - K), \forall i \in U, j \in N_i, \forall k \in S \quad (4)$$

$$f_{ijk} \leq y_{jk} (n - K), \forall i \in U, j \in N_i, \forall k \in S \quad (5)$$

$$\sum_{j \in N_i} f_{ijk} - \sum_{j \in N_i} f_{jik} \geq y_{ik}, \forall i \in U \setminus S, \forall k \in S \quad (6)$$

$$\sum_{j \in N_i} f_{ijk} - \sum_{j \in N_i} f_{jik} \geq K - n, \forall i \in S, \forall k \in S \quad (7)$$

$$y_{ik} = \{0, 1\}, \forall i \in U, k \in S \quad (8)$$

$$f_{ijk} \geq 0, \forall i \in U, j \in N_i, k \in S \quad (9)$$

函数(1)为优化目标,求解每个分区中需求单元到设施单元的总距离的最小值。约束条件(2)要求每个地理单元*i*必须且唯一指派到一个设施服务区。约束条件(3)是设施容量限制,要求保证每个设施服务区的需求量不能超过设施容量。约束条件(4)~(7)是基于网络流概念构造的,保证设施服务区*k*的空间连续性。条件(4)、(5)保证属于同一个设施服务区*k*的两个相邻单元*i*和*j*才可能产生流。设施服务区*k*中,如果单元*i*不是设施单元,约束条件(6)确保该单元产生1个单位流量;约束条件(7)保证设施单元最多汇入(*n*-*K*)个单位流量。模型中定义2个决策变量,约束条件(8)、(9)是对决策变量取值的限定,*y_{ik}*表示地理单元*i*是否分配到设施单元*k*,取值只能是0或者1;*f_{ijk}*是非负整数,表示设施服务区*k*内从地理单元*i*到单元*j*的流量。

2 FSDP 算法框架

2.1 设计思路

设施服务分区问题FSDP算法框架如图1所示。这个算法框架面向设施服务分区问题,支持使用精确算法、元启发算法及混合算法求解,遵循算法实现的有效性、简单性和灵活性原则,同时具有可重用性和扩展性等特点。在底层问题定义和数据结构模块的基础上建立基本操作和数学模型,根据顶层应用问题的需要选择初始方案、邻域搜索算子和启发策略,调用数学模型、元启发算法或混合算法,对实际FSDP进行求解。

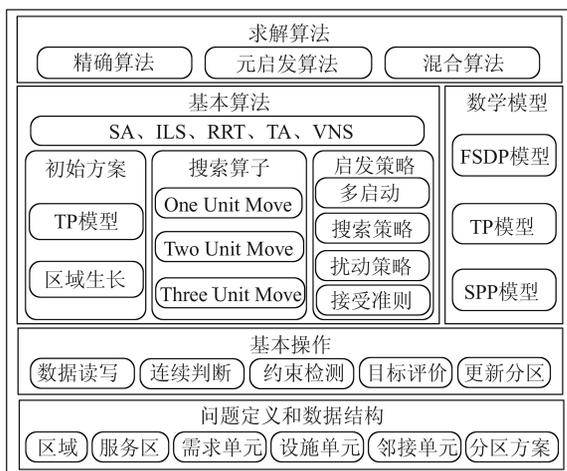


图1 FSDP算法框架

Fig.1 Algorithm Framework of FSDP

2.2 基本定义和操作

在算法框架中,问题定义和数据结构模块主要将FSDP的描述转换成数据表达,定义区域、服务区、需求单元、设施单元、单元邻接关系、分区方案等数据结构。每一个分区方案用一个整型数组来表示。数组的长度就是地理单元的个数,值是服务区的编号。如图2所示的案例将100个地理单元划分为6个服务区,其中,方格代表需求单元,阴影代表设施单元,数字表示单元所属服务区编号,粗线是各服务区的分界线,分界线两边的单元是边界单元,边界单元①、③、⑥分别与一个分区相邻,边界单元②、④分别有两个相邻分区,边界单元⑤有3个相邻分区。

①	2	2	2	③	3	3	3	3	3
1	1	1	2	2	2	4	3	3	3
1	1	1	2	2	2	④	3	3	3
1	1	1	2	2	2	4	4	3	3
1	1	1	②	2	2	4	4	4	3
1	5	5	5	2	2	4	4	4	4
5	5	5	5	5	⑤	4	4	4	4
5	5	5	5	6	6	4	4	6	6
5	5	⑥	6	6	6	6	6	6	6
5	5	5	6	6	6	6	6	6	6

图2 FSDP分区方案示例

Fig.2 An Instance of FSDP Solution

基本操作模块在数据结构的基础上,提供算法中常用的公共操作方法,例如文件读入、数据输出、分区空间连续性判断、各种约束检测、优化目标评价、更新分区方案等。这些操作方法主要供初始方案、邻域搜索算子、启发策略、数学模型等选择和调用。

2.3 初始方案

基本算法包含初始方案、邻域搜索算子、启发策略、元启发算法等模块。

初始方案模块提供了运输问题(transportation problem, TP)模型和区域生长算法来获得初始方案。调用时可以指定初始方案生成算法,也可以随机选择。用于获取初始方案的TP模型为:

$$\min \sum_{i \in U} \sum_{k \in S} (1 + \epsilon_{ik}) D_{ik} y_{ik} \quad (10)$$

$$\text{s.t.} \sum_{k \in S} y_{ik} = 1, \forall i \in U \quad (11)$$

$$\sum_{i \in U} y_{ik} \leq B_k, \forall k \in S \quad (12)$$

$$y_{ik} \geq 0, \forall i \in U, k \in S \quad (13)$$

为了获得不同的初始方案,在TP模型的目标函数中引入随机系数 ϵ_{ik} ($|\epsilon_{ik}| < 0.02$)。TP模型

生成的解有可能将一个需求单元分割为若干块。为了保持地理单元完整性,按照较大块所在分区进行指派。TP 模型产生的解也有可能不满足空间连续性约束,需要进行检测、判定和修复。

区域生长算法是一种典型的构造启发式算法。这种算法用于 FSDP 问题时,将设施单元作为分区的种子单元,但向邻近地理单元逐步“生长”,直至满足终止条件,形成各设施服务区。区域生长算法思路简单且应用广泛,获得的解空间连续,但是该算法仅顾及局部相邻单元,求解质量不高,部分分区可能违背约束条件,需要后续算法改进。

2.4 邻域搜索算子

FSDP 要求分区空间连续,邻域搜索时只有尝试移动边界单元才有意义。而且并不是所有边界单元都可以移动,有些单元移动可能会破坏原分区的连通性,如图 2 中的边界单元④。

FSDP 邻域搜索算子将分区的一个或多个边界单元移入相邻分区。这种单元的移动必须保持分区连通性,能够提升优化目标值,从而更新分区方案。算法框架提供了 3 个邻域搜索算子: One Unit Move、Two Unit Move 和 Three Unit Move。

One Unit Move 算子是将一个分区的某个边界单元从原分区移入到它的某个相邻分区,一般涉及 2 个分区。Two Unit Move 算子将第 1 分区的某个边界单元移入到相邻分区(第 2 分区),又从第 2 分区中移出一个边界单元到它的相邻分区(第 3 分区),一般涉及 3 个分区。特殊地,第 3 分区恰好是第 1 分区,即交换了两个相邻分区中的单元。Three Unit Move 算子是在不超过 4 个分区中移动 3 个单元:从第 1 分区中选择一个边界单元移到相邻第 2 分区;从第 2 分区移出一个边界单元到相邻第 3 分区;再从第 3 分区移出一个边界单元到相邻第 4 分区。很明显,Three Unit Move 算子探索了一个更大的邻域空间,时间复杂度也会更高。

One Unit Move 算子实现时,首先构建当前分区方案中的所有边界单元集合(至多 n 个),遍历集合中的每个边界单元;针对每个边界单元,再遍历其所有相邻分区(至多 $K-1$ 个),判断是否可以将它移动到该分区:移动后,涉及的所有分区保持空间连续,优化目标值得到提升则可以移动;如果满足移动条件,则改进分区方案。算子的计算复杂度是 $O(nK)$ 。

3 个算子的实现原理相同。在搜索过程中,Two Unit Move 算子尝试移动 2 个边界单元,Three Unit Move 算子尝试移动 3 个边界单元,因此,这两个算子的计算复杂度更高,分别是 $O(n^2K)$ 和 $O(n^3K)$ 。但是,实际操作中可以被移动的单元个数是非常少的。首先,边界单元的个数有限,只有边界单元才可以被移动到它的相邻分区;其次,边界单元的相邻分区个数有限,一个边界单元只有一个或几个相邻分区可用。3 个算子的计算时间相比,Three Unit Move 算子相对耗时,但在某些情况下,用来探索邻域解可能非常有效。

2.5 启发策略

启发策略模块主要包含多启动、搜索策略、扰动策略、接受准则。

元启发算法可以采用多启动方法,在多次启动过程中构造不同的初始解,以避免算法对初始解过于依赖。搜索策略包括随机和顺序,如邻域搜索时随机地选择边界单元移动。扰动策略有单元移动、交换,也有破坏重建,都是用来扩大算法的搜索空间,避免陷入局部最优。接受准则可以是首次接受、最优接受、阈值接受,主要是根据分区方案的优化目标评价决定是否接受邻域解。

2.6 数学模型

算法框架主要有 3 个数学模型:FSDP 模型、TP 模型和集合划分问题(set-partitioning problem, SPP)模型。

FSDP 精确算法求解是通过本文 §2 提出的 MILP 数学模型来完成的。算法框架中的元启发算法可以采用 TP 模型来获取服务区划分的初始方案,也可以和 SPP 模型进行算法混合,获取质量更高的分区方案。

SPP 模型求解时需要先构造大量分区,再通过模型选择最优的分区组合。求解结果取决于构造分区的数量和质量。在元启发算法的邻域搜索过程中会产生大量的服务分区,记录所有出现的服务分区构成集合 Ω 。每一个服务分区 i 具有目标属性 O_i 和单元集合 U_i 。构建 SPP 模型,从服务区集合 Ω 中选择子集,实现最小目标函数,并全覆盖地理单元集合 U 。定义 Ω_j 为 Ω 的子集,是一个包含空间单元 j 的分区的集合,定义决策变量 x_i 表明候选服务分区 i 是否被选中。SPP 模型描述为:

$$\min \sum_{i \in \Omega} O_i x_i \quad (14)$$

$$\text{s.t.} \sum_{i \in \Omega_j} x_i = 1, \forall j \in U \quad (15)$$

$$x_i = \{0, 1\}, \forall i \in \Omega \quad (16)$$

3 FSDP 算法设计

FSDP算法框架支持精确算法、元启发算法和混合算法等多种求解方式。算法框架已经实现了常见的模拟退火(simulated annealing, SA)、迭代局部搜索(iterated local search, ILS)、记录更新(record-to-record travel, RRT)、禁忌(tabu, TA)、变邻域搜索(variable neighborhood search, VNS)等元启发算法,同时支持多种元启发算法混合、Matheuristic混合算法求解,目的在于发挥每种算法机制的优点,提升优化目标值。在解决具体FSDP应用问题时,可以选择适宜求解方法,获得满足实际需求的设施服务分区规划方案。

将元启发算法和数学模型混合构成的算法称为Matheuristics算法^[24],已经被用来解决复杂的设施选址问题^[25]。本文基于FSDP算法框架设计两个Matheuristics算法:SA-SPP和ILS-SPP。分别选择SA算法、ILS算法作为混合算法的基本结构,采用多启动(M)方式,使用TP模型生成初始分区方案,元启发算法搜索过程中更新分区方案,同时记入服务分区集合,再调用SPP模型求解,以期进一步改进分区方案。

3.1 SA-SPP 混合算法

基于FSDP算法框架构造SA-SPP混合算法,设置SA算法参数初始温度 $InitT$ 和循环次数 $Loop$ 。

1)采用多启动方法, M 次启动SA算法,执行步骤2)~6)。

2)调用TP模型获得初始分区方案 S 。

3)计算降温系数 $Cooling = e^{\ln 0.005 / Loop}$;循环 $Loop$ 次执行步骤4~6)。

4)计算第 i 次循环($i < Loop$)的当前温度 $T = InitT \times Cooling^i$;通过Metropolis方法调用邻域搜索算子集合Operators,获取当前最好分区方案 S' 。

5)比较优化目标值 $f(S')$ 、 $f(S^*)$ 的大小,判断是否更新全局最好分区方案 S^* 。

6)记录循环过程中出现的分区方案,构成服务分区集合sPool。

7)基于服务分区集合构建SPP模型,调用模型求解得分区方案 S'' 。

8)比较优化目标值 $f(S'')$ 、 $f(S^*)$ 的大小,最终返回全局最好的分区方案 S^* 。

3.2 ILS-SPP 混合算法

基于FSDP算法框架,改变启发策略/扰动策略、接受准则,可以快速构成ILS-SPP混合算法。设置ILS算法参数迭代循环次数 $Loop$ 和扰动策略 pm 。

1)采用多启动方法, M 次启动ILS算法,执行步骤2)~6)。

2)调用TP模型获得初始分区方案 S 。

3)通过LocalSearch方法调用Operators获取当前最好分区方案 S' ,并循环 $Loop$ 次执行步骤4~6)。

4)调用Perturbation方法对 S 按策略 pm 扰动;再次调用LocalSearch方法获取当前最好分区方案 S' 。

5)比较优化目标值 $f(S')$ 、 $f(S^*)$ 的大小,判断是否更新全局最好分区方案 S^* 。

6)记录循环过程中出现的分区方案,构成服务分区集合sPool。

7)基于服务分区集合构建SPP模型,调用模型求解得分区方案 S'' 。

8)比较优化目标值 $f(S'')$ 、 $f(S^*)$ 的大小,最终返回全局最好的分区方案 S^* 。

4 FSDP 算法实验

4.1 实验设计

本文针对两个实际区域构建FSDP案例。区位问题基准测试案例研究表明,案例求解难度与案例规模、设施供需比值、供需空间分布等因素相关。一般来说,案例规模(设施数量、需求单元数量)越大,其求解难度越高;设施供应与服务需求比值越低,案例求解难度越高。因此,本文考虑设施数量、需求单元数量,设施供需比值这3个因素构造4个实验案例。

案例区ZY的地理数据主要来源于河南省某市城区的一部分,包含324个地理单元,服务需求总量为3873,15个设施单元;案例区GY2的地理数据来源于河南省某县级市,包含1276个地理单元,服务需求总量819812,22个服务设施。案例区ZY和GY2的供需空间分布特征、地理单元规模具有一定的代表性。针对每个地理区域构造两个供需比值差异较大的案例,最终获得4个测试案例:ZYA、ZYB、GY2A和GY2B,主要属性如表1所示。

两个案例区ZY和GY2的基本地理特征如图3所示,图3中的地理单元随着颜色变深服务

需求量增大,黑色圆点代表设施的位置。案例 ZYA 和 ZYB 的地理单元、服务需求数量、设施位

置完全相同,不同之处仅在于设施提供的服务容量有差异。案例 GY2A 和 GY2B 亦如此。

表 1 4 个测试案例的主要属性

Tab.1 Attributes of Four Cases

案例	区域特征	地理单元数	邻接关系	设施数	设施容量	服务需求量	供需比
ZYA	城区	324	1 618	15	4 470	3 873	1.154
ZYB	城区	324	1 618	15	3 979	3 873	1.027
GY2A	县域	1 276	7 820	22	975 947	819 812	1.190
GY2B	县域	1 276	7 820	22	843 424	819 812	1.029

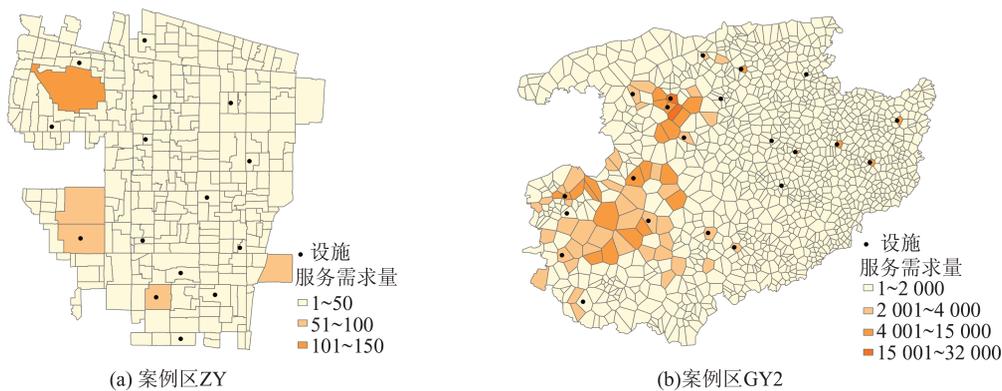


图 3 案例区 ZY 和 GY2 示意图

Fig.3 Study Areas ZY and GY2

4.2 实验结果

使用 Python 语言实现本文的 FSDP 算法框架。实验计算环境为惠普(HP)台式计算机,配置 Intel Core i7-6700 CPU 和 8 GB 内存,Windows 10(64 位)操作系统,IBM CPLEX12.6 优化器。为加快计算速度,算法在 PyPy (<https://www.pypy.org>) 环境中执行。

首先,对 4 个案例分别采用 FSDP 模型求解。在算法框架的基础上,对案例数据进行数学建模,调用 CPLEX 优化器进行计算。设置 CPLEX 的参数如下:可容忍的目标差距 MIPGap 值为 1×10^{-10} ,计算时间限制为 7 200 s,选择非确定性的机会优化模式,Parallel 设为 -1,其他参数缺省。GAP 表示 CPLEX 所发现的可行解与下界的差异百分比。

然后,调用多启动 SA、ILS、SA-SPP、ILS-SPP 混合算法完成 4 个案例实验。设置算法参数如下:多启动次数 M 为 10 次,SA 算法的初始温度 $InitT$ 为 1,迭代循环次数 Loop 为 100 次,扰动策略为随机选择扰动方法。每个算法执行 10 遍,统计需求单元到设施单元平均总距离、最好总距离、平均 GAP(与最优解或已知最好解的差距)、平均运行时间,以及增加 SPP 模型后解的平均改进程度。所有算法计算结果的统计如表 2 所示。

对比 4 个案例运行 5 种算法的计算结果发现:(1)本文算法框架支持模型调用、多种元启发算法、混合算法对 FSDP 进行求解。(2)所有算法所得设施服务分区方案均是空间连续的。(3)调用数学模型求解结果表现出一定的优势,获得了最优解或者近似最优解(与最优解差异小于 0.01%),但不同类型的案例求解时间差异较大。(4)4 种混合优化算法运行稳定,执行时间相对较短,案例目标值与最优解或已知最好解的差距处于 0.00%~1.90% 之间,整体上表现出良好的收敛性;即使没有找到最优划分方案,也获得了较好的可行分区方案,表明算法性能优越。(5)混合算法中增加 SPP 模型后,运行时间有所增加,但是优化目标值改进了 0.00%~0.41%,整体上有所提高,与最优解或已知最好解的差距处于 0.00%~1.64% 之间,并且在 ZYA 和 GY2A 案例中找到了最优解。

综合来看,FSDP 优化算法的求解质量和计算时间与案例区的地理单元数量、设施布局、设施供需比值有着密切的关系。(1)案例区 ZY 的地理单元数量少,需求单元和设施分布较均衡,优化算法执行速度比案例区 GY2 快。(2)同一个案例区,供需比小的案例 ZYB 和 GY2B 求解难度更大,寻找最优解或近似最优解的时间相对较长。

(3)案例GY2B是典型的大规模、小供需比案例,精确算法在2h(7200s)内没有获得最优解,而此时混合算法表现出时间上的优势,在较短的运行时间内发现了可行分区方案。也就是说,研究区

的地理单元规模和供需比对FSDP求解方法的选择、设施服务分区方案的获取有着显著的影响。案例ZYA、ZYB和GY2A、GY2B的调用数学模型求解服务分区方案如图4、5所示。

表2 5种算法求解服务分区结果统计
Tab.2 Solution Results of Five Algorithms

算法	统计指标	ZYA	ZYB	GY2A	GY2B
CPLEX	总距离/km	1 656.53*	1 874.58*	1 875 355.92*	2 003 951.77
	GAP/%	0	0	0	0.01
	运行时间/s	83.00	112.70	401.82	7 204.54
SA	平均总距离/km	1 668.27	1 900.16	1 875 788.04	2 007 153.45
	最好总距离/km	1 661.37	1 892.22	1 875 563.99	2 006 397.20
	平均GAP/%	0.71	1.36	0.02	0.17
SA-SPP	平均运行时间/s	53.81	54.03	252.06	224.45
	平均总距离/km	1 662.98	1 898.53	1 875 396.63	2 005 921.36
	最好总距离/km	1 661.37	1 891.16	1 875 355.92*	2 004 889.09
SA-SPP	平均GAP/%	0.39	1.28	0.00	0.11
	平均运行时间/s	57.58	59.32	259.65	258.65
	SPP改进/%	0.32	0.09	0.02	0.00
ILS	SPP平均运行时间/s	3.77	5.29	7.60	34.20
	平均总距离/km	1 663.92	1 910.10	1 876 169.80	2 009 310.83
	最好总距离/km	1 660.19	1 904.51	1 875 633.19	2 007 623.64
ILS-SPP	平均GAP/%	0.45	1.90	0.04	0.28
	平均运行时间/s	53.13	60.62	140.63	224.80
	平均总距离/km	1 657.08	1 905.24	1 875 476.09	2 006 901.47
ILS-SPP	最好总距离/km	1 656.53*	1 895.06	1 875 367.74	2 005 088.75
	平均GAP/%	0.03	1.64	0.01	0.16
	平均运行时间/s	58.56	153.64	145.04	267.03
ILS-SPP	SPP改进/%	0.41	0.23	0.04	0.12
	SPP平均运行时间/s	5.43	93.02	4.41	42.23

注:*表示算法获得的最优解

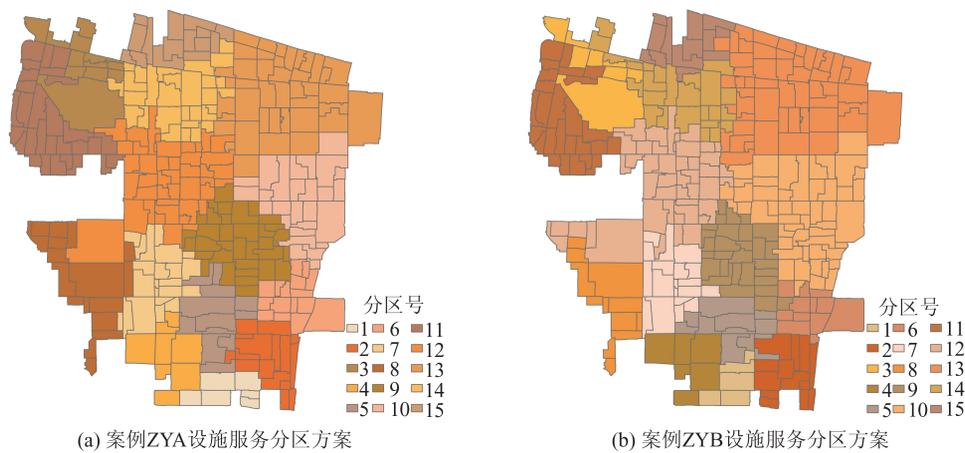


图4 案例ZYA和ZYB 15个设施服务区划分示意图

Fig.4 15 Facility Service Areas of ZYA and ZYB

5 结语

本文在给出FSDP问题定义的基础上构造线

性规划数学模型,并设计了一个算法框架。所定义FSDP问题兼顾了设施服务供需平衡、服务区紧凑及空间连续要求,适用于学校划片、基层医

疗首诊服务范围划分、避难所服务范围划分等问题,便于公共服务规划与管理。经典的一般指派问题或区位问题不要求服务区空间连续,原因在于空间连续的模型表达较为困难,且增加了计算复杂度。针对空间连续分区需求,传统的解决方法是忽略这一需求,在获得需求指派结果后进一步处理,这一方法有可能损失目标函数值。本文提出的数学模型及算法框架较好地解决了分区空间连续这一需求,能够高质量求解一大类空间连续约束的服务分区问题,也可以将其扩展到空间连续约束的 LA 问题中。

本文针对 FSDP 问题设计的算法框架具有良好的计算性能和可扩展性。首先,算法框架支持多种优化算法的实现;其次,算法优化性能优越,在服务供需比较高时,可以搜索到最优解,或目标值非常接近最优解;最后,本文算法框架兼顾到了设施服务区均衡、连续、紧凑原则的处理,具有进一步扩展的潜力。例如,针对多校划片问题,可以使用本文方法进行单校服务区划分,再进行分区合并,获得满足要求的多校划片方案。针对经典的 LA 问题增加区位搜索算子,从而求解具有分区连续约束的 LA 问题。

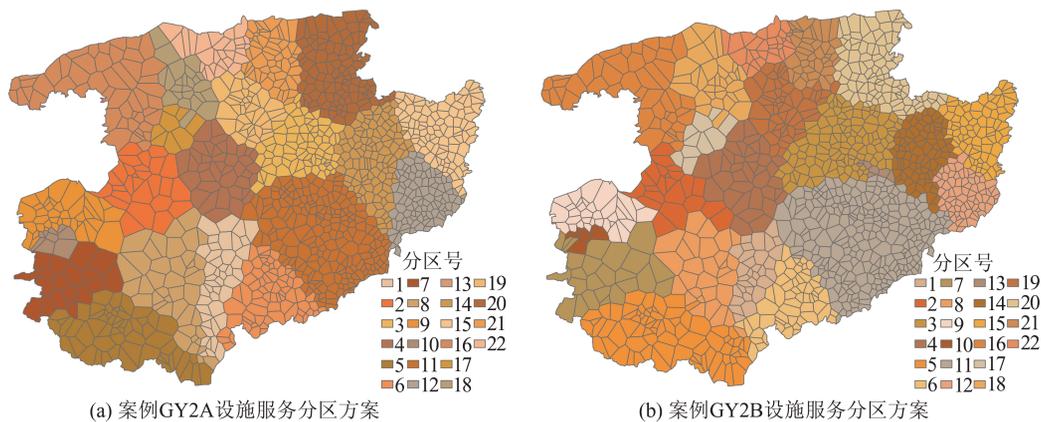


图5 案例GY2A和GY2B 22个设施服务区划分示意图

Fig.5 22 Facility Service Areas of GY2A and GY2B

本文的案例研究也表明 FSDP 案例的求解难度与服务供需比关系密切。针对同一区域,保持其他条件不变,仅降低设施服务容量,案例求解难度增加,导致求解计算时间增加或者求解质量下降。另外,在案例区需求规模不变的前提下,设施的位置也会影响服务分区。如果对部分设施进行位置变动,或者扩充设施容量,或者增加新的设施,通常会带来更好的分区结果。后续研究中可以引入设施区位搜索机制,求解服务区空间连续的 LA 问题,为实际应用中的设施布局规划及分区管理提供决策支持。

参 考 文 献

- [1] Gilbert L, Stefan N, Francisco S. Location Science [M]. Cham: Springer, 2015
- [2] Tong D, Murray A T. Spatial Optimization in Geography[J]. *Annals of the Association of American Geographers*, 2012, 102(6): 1 290-1 309
- [3] Wang Zheng, Wu Jing. Computation Geography [M]. Beijing: Science Press, 2016(王铮,吴静. 计算地理学[M]. 北京:科学出版社,2016)
- [4] Li Xia, Liu Xiaoping, Li Shaoying. Intelligent GIS and Spatial Optimization [M]. Beijing: Science Press, 2010(黎夏,刘小平,李少英. 智能式 GIS 与空间优化[M]. 北京:科学出版社, 2010)
- [5] Hess S W, Weaver J B, Siegfeldt H J, et al. Nonpartisan Political Redistricting by Computer[J]. *Operations Research*, 1965, 13(6):998-1 008
- [6] Kalcsics J, Nickel S, Schröder M. Towards a Unified Territorial Design Approach: Applications, Algorithms and GIS Integration [J]. *TOP*, 2005, 13(1):1-56
- [7] Xiao N. A Unified Conceptual Framework for Geographical Optimization Using Evolutionary Algorithms [J]. *Annals of the Association of American Geographers*, 2008, 98(4): 795-817
- [8] Ricca F, Scozzari A, Simeone B. Political Districting: From Classical Models to Recent Approaches [J]. *4OR: A Quarterly Journal of Operations Research*, 2011, 9(3): 223-254
- [9] Kong Yunfeng, Zhu Yanfang, Wang Yujing. A Hybrid Metaheuristic Algorithm for the School Districting Problem [J]. *Acta Geographica Sinica*, 2017(2):256-268(孔云峰,朱艳芳,王玉璟. 学校分区问题混合元启发算法研究[J]. 地理学报, 2017(2): 256-268)
- [10] Keane M. The Size of the Region-Building Problem

- [J]. *Environment and Planning A*, 1975, 7(5): 575-577
- [11] Bucarey V, Ordóñez F, Bassaletti E. Shape and Balance in Police Districting [M] // Eiselt H A, Marianov V. *Applications of Location Analysis*. Cham: Springer, 2015
- [12] Duque J C, Ramos R. Design of Homogenous Territorial Units: A Methodological Proposal and Applications[J]. *Working Papers in Economics*, 2004, 70(3):314-331
- [13] Ricca F, Simeone B. Local Search Algorithms for Political Districting[J]. *European Journal of Operational Research*, 2008, 189(3):1 409-1 426
- [14] Duque J C, Church R L, Middleton R S. The p-Regions Problem[J]. *Geographical Analysis*, 2011, 43(1): 104-126
- [15] Kong Y F, Zhu Y, Wang Y. A Center-Based Modeling Approach to Solve the Districting Problem[J]. *International Journal of Geographical Information Science*, 2018, 33(1/2):368-384
- [16] Minciardi R, Puliafito P P, Zoppi R. A Districting Procedure for Social Organizations [J]. *European Journal of Operational Research*, 1981, 8(1): 47-57
- [17] Ferland J A, Guénette G. Decision Support System for the School Districting Problem [J]. *Operations Research*, 1990, 38(1):15-21
- [18] Ko J, Nazarian E, Nam Y, et al. Integrated Redistricting, Location-allocation and Service Sharing with Intra-district Service Transfer to Reduce Demand Overload and Its Disparity [J]. *Computers, Environment and Urban Systems*, 2015, 54: 132-143
- [19] He Xue, Wei Bo, Zhang Xiaoyu, et al. A Hybrid Heuristic Algorithm for Solving School District Division Problem [J]. *Science of Surveying and Mapping*, 2020, 45(1): 163-170(何雪, 韦波, 张晓宇, 等. 一种求解学区划分问题的混合启发式算法[J]. 测绘科学, 2020, 45(1):163-170)
- [20] Kim K. A Spatial Optimization Approach for Simultaneously Districting Precincts and Locating Polling Places[J]. *ISPRS International Journal of Geo-Information*, 2020, 9(5):301-317
- [21] Kong Yunfeng. Optimal School Allocation Using GIS and Linear Programming [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2012, 37(5):513-515(孔云峰. 利用GIS与线性规划学校最优学区划分[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2012, 37(5):513-515)
- [22] Kong Yunfeng, Zhu Yanfang, Wang Yujing. Integer Programming for the Spatially-Contiguity Constrained School Districting Problem [J]. *Journal of Henan University(Natural Science)*, 2017, 47(5): 13-20(孔云峰, 朱艳芳, 王玉璟. 整型规划求解空间连续约束学校分区问题[J]. 河南大学学报(自然版), 2017, 47(5):13-20)
- [23] Shirabe T. A Model of Contiguity for Spatial Unit Allocation [J]. *Geographical Analysis*, 2005, 37(1): 2-16
- [24] Maniezzo V, Stützle T, Voß S. *Matheuristics: Hybridizing Metaheuristics and Mathematical Programming*[M]. New York: Springer, 2010
- [25] Lagos C, Guerrero G, Cabrera E, et al. A Matheuristic Approach Combining Local Search and Mathematical Programming[J]. *Scientific Programming*, 2016, 2016(Pt. 1): 1-7

An Algorithm Framework for Facility Service Districting Problem

WANG Yujing^{1,2} KONG Yunfeng¹

1 Key Laboratory of Geospatial Technology for the Middle and Lower Yellow River Regions, Ministry of Education, Henan University, Kaifeng 475000, China

2 College of Computer and Information Engineering, Henan University, Kaifeng 475000, China

Abstract: Objectives: Facility service districting problem(FSDP) refers to the design of facility service areas according to the facility locations and service capacities in a geographical region. The design criteria for service areas include the balance of service demand and supply, the highest service accessibility, and the spatial contiguity. The spatial contiguity is a necessity for satisfying some policies on public services, such as school districting and medical districting. However, solving the FSDP with contiguity constraints is challenging. We present a hybrid algorithm framework for solving the FSDP.**Methods:** The algorithm is proposed based on the general local search algorithm and furtherly enhanced by multi-start, ruin-recreate,

set-partitioning and other optimization strategies. The basic modules such as initial solution generation method, local search operators, solution perturbation, model building and solving, and search strategies, are provided in the framework. Using these building blocks, some exact, metaheuristic and hybrid algorithms could be implemented effectively. Five algorithms are implemented for the FSDP: Exact method by solving a mixed integer linear programming model, simulated annealing (SA) algorithm, iterative local search (ILS) algorithm, SA with set-partitioning, and ILS with set-partitioning. In addition, four instances are designed to test the algorithms. The instance size, supply-demand ratio, and geographic environment are considered in the instance design. **Results:** There are several findings from computing experimentation: Optimal or near-optimal solutions of the instances could be obtained by CPLEX optimizer; high-quality solutions could be found by SA and ILS algorithms much more efficiently; the set-partitioning procedure is capable of improving the solution quality. **Conclusions:** Based on the proposed algorithm framework, it is easy and flexible to design local-search based matheuristics and hybrid algorithms for the FSDP. High quality solutions could be obtained by coupling the local search with ruin-recreate perturbation and set-partitioning.

Key words: facility service districting problem; spatial contiguity; mixed integer linear programming; algorithm framework; algorithm design

First author: WANG Yujing, PhD candidate, lecturer, specializes in spatial optimization. E-mail: yjwang@henu.edu.cn

Corresponding author: KONG Yunfeng, PhD, professor. E-mail: yfkong@henu.edu.cn

Foundation support: The National Natural Science Foundation of China(41871307).

引文格式: WANG Yujing, KONG Yunfeng. An Algorithm Framework for Facility Service Districting Problem[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2021, 46(5):726-735. DOI:10.13203/j.whugis20200393(王玉璟, 孔云峰. 设施服务分区问题的求解算法框架设计[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2021, 46(5):726-735. DOI:10.13203/j.whugis20200393)

(上接第 705 页)

gaze directions by simulation experiments. **Results:** The results show that: (1) The estimation errors of the proposed estimation model (i.e., gaze-direction estimation model considering positional relationship) are significantly lower than that of gaze-directions estimation model ignoring positional relationship. (2) In the same scenes, the estimated error does not increase with the test distances. Moreover, the average estimation accuracy of our model is almost similar to the estimation method based on depth cameras. **Conclusions:** (1) The proposed gaze direction estimation is significantly superior to the model that ignores positional relationship. (2) Pedestrian position variations have little impact on the estimation accuracies of our model in the same scene. Hence, the proposed model is suitable for pedestrian navigation and we can use portable smart glasses to estimate gaze directions.

Key words: pedestrian navigation; gaze directions estimation; gaze photo; street view; image similarity

First author: ZHOU Sha, PhD, lecturer, specializes in pedestrian navigation and place descriptions. E-mail: zhousha@xynu.edu.cn

Corresponding author: NIU Jiqiang, PhD, professor. E-mail: niujiqiang@xynu.edu.cn

Foundation support: The National Natural Science Foundation of China(41771438, 41671405, 41701449, 41701446, 41971356); the Science and Technology Planning Project of Henan Province(212102310027); the Key Scientific Research Projects for Higher Education of Henan Province(19A170012); the Natural Science Foundation of Henan Province(202300410345); the Postgraduate Education Reform and Quality Improvement Project of Henan Province(HNYJS2020JD14); the Nanhu Scholars Program for Young Scholars of Xinyang Normal University.

引文格式: ZHOU Sha, NIU Jiqiang, XU Feng, et al. Estimating Gaze Directions for Pedestrian Navigation[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2021, 46(5):700-705. DOI:10.13203/j.whugis20200465(周沙, 牛继强, 徐丰, 等. 面向行人导航的注视方向估计模型[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2021, 46(5):700-705. DOI:10.13203/j.whugis20200465)