



# 利用LSTM网络预测月球物理天平动参数

魏二虎<sup>1</sup> 任晓斌<sup>2</sup> 刘经南<sup>2</sup> 李连艳<sup>3</sup> 武曙光<sup>2</sup> 聂桂根<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 武汉大学测绘学院, 湖北 武汉, 430079

<sup>2</sup> 武汉大学卫星导航定位技术研究中心, 湖北 武汉, 430079

<sup>3</sup> 武汉大学土木建筑工程学院, 湖北 武汉, 430072

**摘要:** 利用中国探月甚长基线干涉测量(very long baseline interferometry, VLBI)观测数据改进月球物理天平动参数的预测精度, 对于着陆器和巡视器的精密定位具有重要意义。利用VLBI单点定位模型解算得到“嫦娥三号”(Chang'E-3, CE-3)着陆器的坐标和物理天平动, 分别采用循环神经网络(recursive neural network, RNN)和长短期记忆(long-short term memory, LSTM)网络进行物理天平动的预测。选取月球着陆器的坐标和VLBI观测量作为输入量, 将3个欧拉角 $\Omega, i, \mu$ 作为输出量, 将11 323个样本用于训练, 2 315个样本用于测试, 2 315个样本用于验证, 1 000个样本用作与预测结果进行对比。结果显示, 验证集的数据经过1 000次训练和9次迭代训练后的梯度约为 $6.2 \times 10^{-5}$  (°)/s, 证明了LSTM网络与RNN的可靠性。LSTM网络和RNN的3个欧拉角的预测精度分别达到了97.8%、99.7%、97.2%和95.2%、98.5%、95.8%, LSTM网络的预测精度更高。与DE421星历对欧拉角的预测结果进行比较, 结果证明了LSTM网络预测精度更高。

**关键词:** 长短期记忆网络; 循环神经网络; 月球物理天平动; 甚长基线干涉测量

**中图分类号:** P228 **文献标志码:** A

着陆器的精确定位是“嫦娥三号”(Chang'E-3, CE-3)项目的研究热点之一<sup>[1-3]</sup>。月球天平动是描述月球的重要参数, 月球物理天平动反映了月球真实的摆动, 是地面确定CE-3月球着陆器位置时进行月球坐标系相互转换的必要参数。月球天平动会以非球形引力位形式作用于月球轨道, 从而对轨道产生摄动, 影响探测器轨道确定的精度。通过利用甚长基线干涉测量(very long baseline interferometry, VLBI)解算着陆器位置, 同时解算天平动参数, 将会提高定位精度, 从而在一定程度上对探月工程产生较强的借鉴意义<sup>[4-6]</sup>。基于对物理天平动参数的分析, 建立稳定的预测模型将会提高着陆器位置解算的精度, 具有较强的必要性。

目前, 月球天平动主要在月球激光测距(lunar laser ranging, LLR)的观测基础上由喷气推进实验室(Jet Propulsion Laboratory, JPL)星历给出。文献[7]建立了6 000多年的DE403星历分析月球物理天平动, 并用傅里叶变换分析了经度天平动、纬度天平动、物理天平动的高频项, 采

用最小二乘法分析时变条件下的相位、振幅及周期。在DE403星历的研究基础上, 文献[8]利用物理天平动探测了月球固体内核, 文献[9]详细论证了分析物理天平动进行未来着陆器研究的必要性, 文献[10]利用DE405星历研究月球自转参数, 文献[11]利用DE421和DE430星历, 基于傅里叶变换分析了月球自由天平动及其振幅和周期项。综上所述, 开展月球天平动的预报及其应用等相关研究有一定实际意义。

## 1 着陆器定位模型的推导

### 1.1 着陆器单点定位模型

根据VLBI的基本原理, VLBI可以通过增加两个天线的距离, 将两个天线视为一个望远镜的口径, 使得两个望远镜同时接收同一个射电源的辐射电磁波信号, 通过记录信号到达射电望远镜的时刻得到时间延迟来计算射电源的位置信息。VLBI观测量包含了天线台站位置、射电源位置、地球自转以及大气参数等信息, 通过多基线、多

收稿日期: 2021-07-09

项目资助: 国家重点研发计划(2018YFC1503600); 国家自然科学基金(41874036)。

第一作者: 魏二虎, 博士, 教授, 研究方向为空间大地测量与深空导航。ehwei@sgg.whu.edu.cn

通讯作者: 任晓斌, 硕士。xiaobinren@whu.edu.cn

历元观测建立单点定位模型可以得到月球着陆器的位置坐标<sup>[12]</sup>。本文建立模型对CE-3着陆器进行单点定位解算,计算公式为:

$$\hat{B} = \hat{S}_2 - \hat{S}_1 = \begin{bmatrix} X_2 - X_1 \\ Y_2 - Y_1 \\ Z_2 - Z_1 \end{bmatrix}^T \quad (1)$$

$$\tau = -\frac{1}{c} R_E \begin{bmatrix} X_2 - X_1 \\ Y_2 - Y_1 \\ Z_2 - Z_1 \end{bmatrix} \cdot \frac{2R_M \begin{bmatrix} X_S \\ Y_S \\ Z_S \end{bmatrix}^T - R_E \begin{bmatrix} X_1 + X_2 \\ Y_1 + Y_2 \\ Z_1 + Z_2 \end{bmatrix}^T}{\left| 2R_M \begin{bmatrix} X_S \\ Y_S \\ Z_S \end{bmatrix}^T - R_E \begin{bmatrix} X_1 + X_2 \\ Y_1 + Y_2 \\ Z_1 + Z_2 \end{bmatrix}^T \right|} \quad (3)$$

式中, $\hat{B}$ 为天线1到天线2的基线向量; $\hat{S}_2$ 与 $\hat{S}_1$ 分别表示测站1与测站2的坐标矢量; $\hat{K}$ 为射电源信号的方向向量; $(X_1, Y_1, Z_1)$ 和 $(X_2, Y_2, Z_2)$ 分别表示测站1与测站2在地心地固地球参考框架(international terrestrial reference frame, ITRF) J2000.0中的坐标; $(X_S, Y_S, Z_S)$ 表示探测器在月心天球坐标系的坐标;矩阵 $R_M$ 和 $R_E$ 分别表示月固坐标系到月心天球坐标系的旋转矩阵和地固坐标系到月心天球坐标系的旋转矩阵; $c$ 表示光在真空中的传播速度,一般取 $2.9979 \times 10^8$  m/s。由以上推导得到VLBI单点定位观测方程,利用最小二乘估计解算观测方程以及误差方程。随机模型计算式为:

$$\begin{cases} L = BX + \Delta \\ E(\Delta) = 0 \\ E(X) = 0 \end{cases} \quad (4)$$

式中, $L$ 为观测值向量; $B$ 为模型线性化后各个参数的系数矩阵; $X$ 为模型参数向量; $\Delta$ 为误差向量; $E(\cdot)$ 表示对向量的元素取平均值。

$$\begin{cases} \text{cov}(\Delta, \Delta) = D_\Delta = \sigma_\Delta^2 P_\Delta^{-1}, \det(D_\Delta) > 0 \\ \text{cov}(x, x) = D_x = \sigma_x^2 P_x^{-1}, \det(D_x) > 0 \\ \det(\text{cov}(\Delta, x)) = 0 \end{cases} \quad (5)$$

式中, $\text{cov}(\Delta, \Delta)$ 为误差向量 $\Delta$ 的协方差矩阵; $\text{cov}(x, x)$ 为模型参数向量 $x$ 的协方差矩阵; $X = X^0 + x$ ,  $X^0$ 为模型参数向量 $X$ 的初始值; $\sigma_\Delta$ 、 $\sigma_x$ 分别为误差向量、参数向量的单位权中误差; $P_\Delta$ 为误差向量 $\Delta$ 的权阵; $P_x$ 为参数向量 $x$ 的权阵; $\text{cov}(\Delta, x)$ 表示误差向量 $\Delta$ 和参数向量 $x$ 的互协方差矩阵。

在解算过程中,为了避免直接平差产生的方程病态问题,采用加权平差的方法进行未知参数解算。采用最小二乘法得到平差法方程为:

$$\hat{K} = \frac{2R_M \begin{bmatrix} X_S \\ Y_S \\ Z_S \end{bmatrix}^T - R_E \begin{bmatrix} X_1 + X_2 \\ Y_1 + Y_2 \\ Z_1 + Z_2 \end{bmatrix}^T}{\left| 2R_M \begin{bmatrix} X_S \\ Y_S \\ Z_S \end{bmatrix}^T - R_E \begin{bmatrix} X_1 + X_2 \\ Y_1 + Y_2 \\ Z_1 + Z_2 \end{bmatrix}^T \right|} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ B \end{bmatrix} \hat{x} - \begin{bmatrix} l_x \\ l \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$(B^T P_\Delta B + \sigma_0^2 \sigma_x^{-2} P_x) \hat{x} = B^T P_\Delta l + \sigma_0^2 \sigma_x^{-2} P_x l_x \quad (7)$$

式中, $V_x$ 和 $V$ 分别表示参数向量和误差向量的改正数; $I$ 表示单位阵; $\hat{x}$ 表示模型参数向量的估计值; $l_x$ 和 $l$ 分别表示参数向量和误差向量的观测值与近似值之差; $P_x$ 为参数向量估计值的权阵; $\sigma_0$ 及 $\sigma_x$ 分别表示单位权中误差及参数向量的中误差。

$\hat{x}$ 的平差值为:

$$\hat{x} = (B^T P_\Delta B + \sigma_0^2 \sigma_x^{-2} P_x)^{-1} B^T P_\Delta l \quad (8)$$

观测值方差为:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{l^T P_\Delta l - (B^T P_\Delta l)^T \hat{x}}{r} \quad (9)$$

式中, $r$ 为自由度,即多余观测数。

对数学模型进行线性化处理, $(\Omega_0, i_0, \mu_0)$ 为使用星历外推得到的近似观测时刻月球天平动欧拉角值。将观测方程在 $(X_0, Y_0, Z_0, \Omega_0, i_0, \mu_0)$ 处展开,得到的函数关系表达式为:

$$v = B_1 dX_S + B_2 dY_S + B_3 dZ_S + B_4 dW + B_5 di + B_6 d\mu \quad (10)$$

式中, $v$ 为参数向量的改正数; $B_1$ 、 $B_2$ 、 $B_3$ 、 $B_4$ 、 $B_5$ 、 $B_6$ 分别为观测方程在 $(X_0, Y_0, Z_0, \Omega_0, i_0, \mu_0)$ 处构成的系数矩阵; $dX_S$ 、 $dY_S$ 、 $dZ_S$ 、 $dW$ 、 $di$ 、 $d\mu$ 分别表示观测方程式(3)在 $(X_0, Y_0, Z_0, \Omega_0, i_0, \mu_0)$ 处的微分。

考虑到地面的4个VLBI观测站同一时刻能得到6个观测值,由观测方程可知,观测值对系数求偏导后便可以得到系数矩阵,计算时延对位置的偏导得到的计算式为:

$$\begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{bmatrix}^T = -\frac{2}{c} \frac{R_E \begin{bmatrix} X_2 - X_1 \\ Y_2 - Y_1 \\ Z_2 - Z_1 \end{bmatrix}^T R_M}{2R_M \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix}^T - R_E \begin{bmatrix} X_1 + X_2 \\ Y_1 + Y_2 \\ Z_1 + Z_2 \end{bmatrix}^T} \quad (11)$$

式中,  $(X_0, Y_0, Z_0)$  表示着陆器的近似三维坐标。

建立的 VLBI 单点定位解算模型可以同时解算月球着陆器的位置和天平动欧拉角, 而欧拉角的 3 个参数  $\Omega, i, \mu$  通过观测方程中旋转矩阵  $R_M$  解算, 计算公式为:

$$\begin{cases} \frac{\partial R_M}{\partial \Omega} = -\dot{R}_Z(-\Omega) R_X(-i) R_Z(-\mu) \\ \frac{\partial R_M}{\partial i} = -R_Z(-\Omega) \dot{R}_X(-i) R_Z(-\mu) \\ \frac{\partial R_M}{\partial \mu} = -R_Z(-\Omega) R_X(-i) \dot{R}_Z(-\mu) \end{cases} \quad (12)$$

式中,  $R_X$  和  $R_Z$  分别表示月心月固到月心天球坐标转换的旋转矩阵在  $X$  和  $Z$  方向的分量;  $\dot{R}_X, \dot{R}_Z$  为  $R_X, R_Z$  的导数。

美国国家航空航天局 (National Aeronautics and Space Administration, NASA) 根据月球勘测轨道器 (lunar reconnaissance orbiter, LRO) 飞过 CE-3 着陆点上方, 拍照影像 M1142582775R, 经过图像处理计算得出了 CE-3 着陆器着陆之后在月心月固坐标系下的坐标为  $(340.488^\circ \text{E}, 44.121^\circ \text{N})^{[13]}$ 。由于 VLBI 角分辨率极高, 只用 VLBI 数据进行解算会导致径向误差较大, 本文建立的单点定位模型中限制条件为:

$$\sqrt{X_0^2 + Y_0^2 + Z_0^2} = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} \quad (13)$$

结合限制方程, 对月球天平动欧拉角偏导数解算得到月球天平动欧拉角的数学模型为:

$$\begin{cases} B_4 = \frac{\begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix}^T \frac{\partial R_M}{\partial \Omega} \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix}}{\sqrt{X_0^2 + Y_0^2 + Z_0^2}} \\ B_5 = \frac{\begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix}^T \frac{\partial R_M}{\partial i} \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix}}{\sqrt{X_0^2 + Y_0^2 + Z_0^2}} \\ B_6 = \frac{\begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix}^T \frac{\partial R_M}{\partial \mu} \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix}}{\sqrt{X_0^2 + Y_0^2 + Z_0^2}} \end{cases} \quad (14)$$

## 1.2 单点定位解算结果

2013 年 12 月 14 日, CE-3 实现月面软着陆, 本文选取 2013 年 12 月 15 日、16 日、20 日、21 日、22 日、23 日、24 日的着陆器的时延率接收数据。将所有天数数据结合到一起后, 基于 VLBI 单点定位方法解算着陆器的  $(X, Y, Z)$  坐标和物理天平动及其分别对应的标准差  $\bar{\sigma}_x, \bar{\sigma}_y, \bar{\sigma}_z$  和  $\bar{\sigma}_\Omega, \bar{\sigma}_i, \bar{\sigma}_\mu$ , 结果如图 1、图 2 所示。

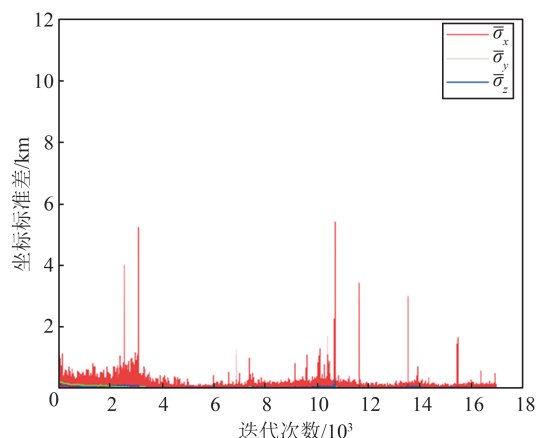


图 1 X、Y、Z 方向的标准差

Fig.1 Standard Deviation of X, Y, Z Directions

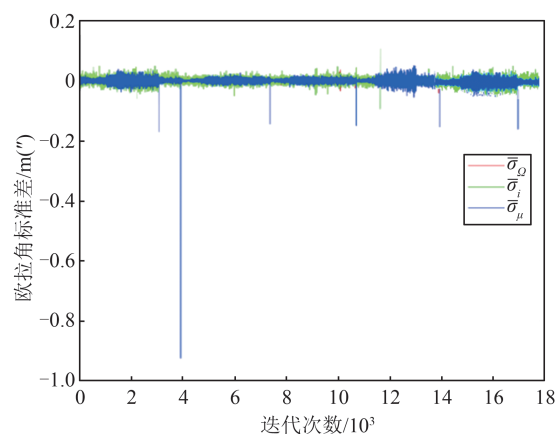


图 2 欧拉角  $(\Omega, i, \mu)$  的标准差

Fig.2 Standard Deviation of Euler Angles  $(\Omega, i, \mu)$

对图 1、图 2 的标准差进行统计, 结果如表 1 所示。

表 1 标准差均值

Tab.1 Mean Standard Deviations

指标	$\bar{\sigma}_x/\text{m}$	$\bar{\sigma}_y/\text{m}$	$\bar{\sigma}_z/\text{m}$	$\bar{\sigma}_\Omega/(\text{°})$	$\bar{\sigma}_i/(\text{°})$	$\bar{\sigma}_\mu/(\text{°})$
标准差	92.169	26.308	28.776	-0.000 11	0.000 14	-0.000 13

在图 1 的  $X, Y, Z$  方向的标准差中可见,  $X$  方向的均方差远大于  $Y, Z$  方向的均方差, 这是因为 VLBI 测量的角分辨率极高, 测量时对位置横向的约束很强, 从而径向的误差要大于其他方向的

误差,也就是 $X$ 坐标的测量误差较大。从图2中可见,欧拉角 $(\Omega, i, \mu)$ 的标准差均在0上下波动,虽然存在标准差较大的点,但是总体而言标准差较为稳定。整体而言, $i$ 的标准差最大,而 $\Omega$ 角与 $\mu$ 角更小。表1中的数据也显示出与此相符合的结果。

## 2 LSTM神经网络

基于VLBI法可进行着陆器位置的解算与天平动参数的解算。由于天平动参数的解算是在着陆器位置求解的基础上进行的,因此可以建立将已知数据与求得的着陆器位置作为输入值,将天平动参数作为输出值的神经网络模型。

作为常用神经网络之一,循环神经网络(recursive neural network, RNN)的核心是将隐含层的信息传递到输出层的同时还传递到下一时刻的隐含层。RNN网络的本质就是误差反向传播,不同的是这种传播是跨时间步的,即参数是共享的,也就是每一步误差的反向传递不仅依赖当前网络状态,还依赖上一步网络状态。然而,传统的RNN存在一个梯度消失的问题<sup>[14-16]</sup>,如果当前的输出与久远的时间序列有关,RNN的精度将受较大影响,所以需要引入长短期记忆(long-short term memory, LSTM)网络。

LSTM的改进在于提出细胞状态的概念。LSTM将隐含层的简单节点改进为存储单元。存储单元由输入门、输出门、遗忘门和记忆细胞组成。前向传播时,输入门和输出门分别决定了激活传入与传出存储单元;反向传播时,输出门与输入门分别决定了错误流入与流出存储单元。输入门、输出门、遗忘门是控制信息流的关键<sup>[17-20]</sup>。

### 2.1 数据的选择

本文使用的数据是2013年12月21日VLBI网对CE-3着陆器的时延率接收数据。本文基于VLBI观测进行解算时,主要研究VLBI时间延迟观测量 $\tau_g$ 、着陆器的三维坐标 $(X, Y, Z)$ 。模型的主要输入变量有 $\tau_g, \dot{\tau}_g, X, Y, Z$ ( $\dot{\tau}_g$ 为 $\tau_g$ 的导数),输出变量为月球物理天平动欧拉角 $(\Omega, i, \mu)$ 。

### 2.2 模型评价指标的选择

本文选用的评价指标是命中率和均方误差(mean square error, MSE)。命中率是预测误差的绝对值小于或等于0.1的样本数占总样本数的比率,它体现预测模型的准确程度;MSE指的是

误差平方的平均值,它体现预测效果的稳定程度。其计算公式为:

$$r = \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n h_i \right) \times 100\% \quad (15)$$

$$h_i = \begin{cases} 1, & |e_i| \leq 0.1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (16)$$

$$M = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_i^2 \quad (17)$$

式中, $r$ 为命中率; $n$ 为样本数目; $h_i$ 为命中数; $e$ 为预测误差; $M$ 为MSE。

本文主要依靠 $r$ 与MSE进行LSTM和RNN模型的精度评估。

### 2.3 模型参数设定

LSTM和RNN模型的参数设定目前没有确定的标准,由于欧拉角数据规模不大,本文采用程序寻优的方法来确定最优参数。需要调节的主要参数有存储单元数目、结构和训练集时间窗口大小。对每种情况训练100次,监测其命中率。监测结果说明模型效果波动非常小,每种参数设定下命中率的偏差小于15%。

## 3 结果分析

### 3.1 误差结果与分析

将传统的RNN与LSTM网络进行性能比较,由于机器学习算法存在一定的波动,为进一步说明其稳定性,本文采用10次训练的结果,取平均值以展示算法的平均水平。LSTM的网络结构隐含层由10个神经元构成,分别采用1个输入对应1个输出和5个输入对应1个输出的方式进行网络设计。建立输入、输出的数据集后,分别进行LSTM和RNN网络的训练。网络训练时输入层与输出层均为1维,隐含层与输出层的节点之比约为10:1。结果显示,验证集的数据经过1000次训练和9次迭代训练后的梯度约为 $6.2 \times 10^{-5}$  (")/s,训练方差约为 $(2.3 \times 10^{-5})$ 。图3(a)中,LSTM网络的训练MSE随着迭代次数的增加而迅速下降,9次迭代后约为 $(1 \times 10^{-10})$ ,而且训练集、验证集和测试集的MSE均随之减小。由图3(b)可知,3个数据集的误差分布大部分集中在 $-23.19 \sim 27.09 \mu$  (")之间。

### 3.2 欧拉角训练结果及分析

分别采用LSTM和RNN神经网络进行训练,在总样本中,共有2424个样本用于训练,519个样本用于测试,519个样本用于验证。训练结果如图4~7所示。



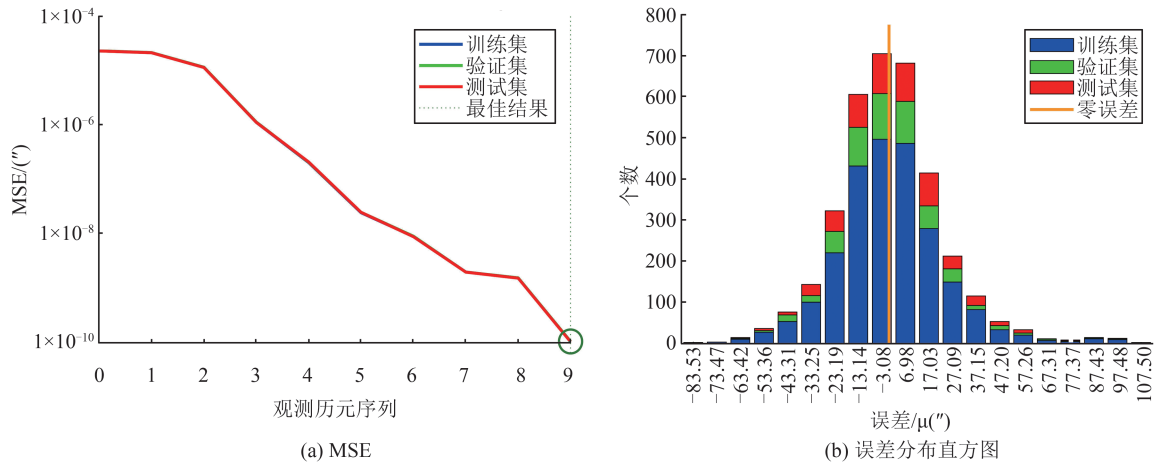


图 3 LSTM 处理结果图

Fig.3 Calculation Results of LSTM

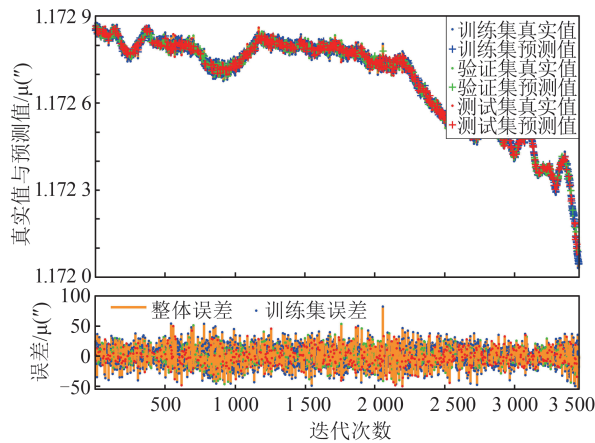


Fig.4 Training Results of  $\Omega$  in RNN

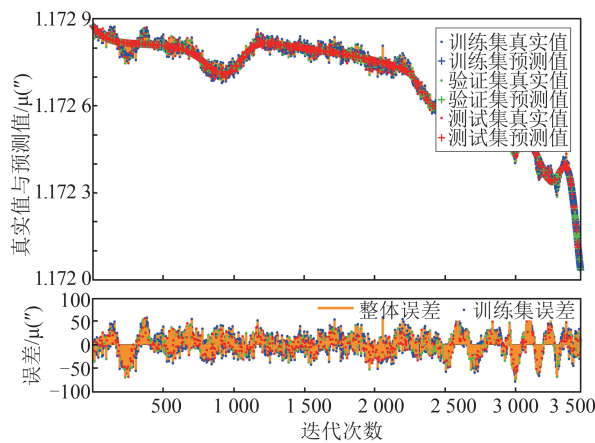


Fig.5 Training Results of  $\Omega$  in LSTM

由图 4~7 可知,训练集、测试集与验证集均与原数据近似一致,并且 LSTM 网络的训练集、验证集以及测试集的  $R^2$  均大于 RNN 对应的值。图 6 显示 RNN 的  $R^2$  并没有严格遵循拟合直线的走势分布,而是沿拟合直线有较明显的波动,图 7 显示 LSTM 计算的  $R^2$  与拟合直线近似重合。由

此可见对  $\Omega$  的训练程度而言,LSTM 网络的结果优于 RNN 的结果。表 2 中也显示 3 个欧拉角的训练中 LSTM 网络的结果优于 RNN 的结果。

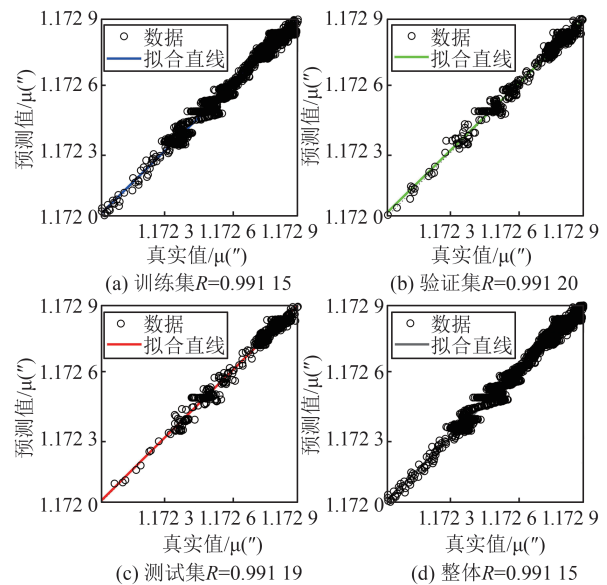


图 6 RNN  $\Omega$  角的  $R^2$

Fig.6  $R^2$  of  $\Omega$  in RNN

### 3.3 欧拉角预测结果及分析

对欧拉角进行预测并与真实值比较,本文中的真实值定义为 VLBI 测量得到的物理天平动。根据图 8,在计算两种网络的预测精度时,规定预测值与真实值之差小于  $1 \mu''$  即认为预测成功。在预测中,采用 RNN 和 LSTM 分别进行了 1 000 次预测,并与 JPL DE421 星历的预测值进行对比。

从图 8(a)~8(c)中可以看出,在 1 000 次预测后,JPL DE421 星历的预测结果相对于 RNN 和 LSTM 网络的预测结果最差。图 8 中 3 种方法的预测值与真值基本重合,在将  $\mu$  角进行局部放大

后的图 8(d)中明显可见 RNN 的预测值比 LSTM 的预测值更接近真值,其中 DE421 星历与真值的偏离程度最大。

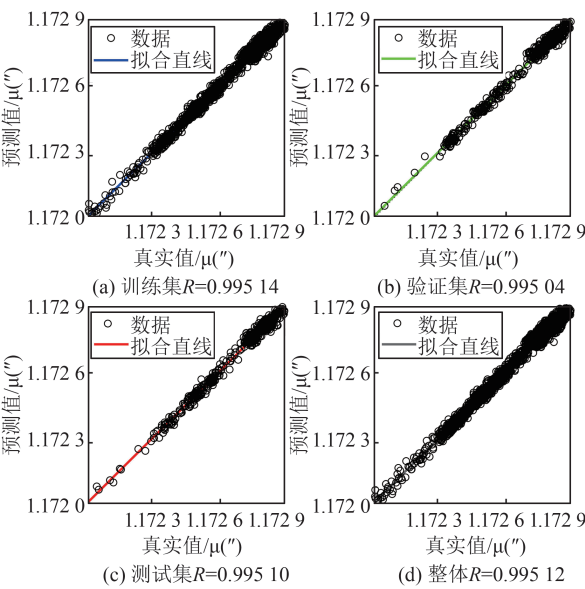


图 7 LSTM 计算  $\Omega$  角的  $R^2$   
Fig.7  $R^2$  of  $\Omega$  in LSTM

表 2 RNN 与 LSTM 的  $R^2$  值

Tab.2  $R^2$  Values of RNN and LSTM

神经网络	$R^2$		
	$\Omega$	$i$	$\mu$
RNN	0.982 378	0.853 776	0.968 256
LSTM	0.990 264	0.868 624	0.988 036

对 LSTM 和 RNN 网络的预测精度进行统计,得到预测精度的百分比如表 3 所示。从表 3 中可以看出,3 个欧拉角  $\Omega$ 、 $i$ 、 $\mu$  的预测精度均达到 95% 以上,而且  $i$  角的预测精度达到 98% 以上,在 3 个角中最佳。同时,对于 3 个欧拉角  $\Omega$ 、 $i$ 、 $\mu$ ,LSTM 网络的预测精度相比 RNN 的预测精度分别提高 2.6%、1.2% 和 1.4%。因此, $i$  角的预测精度最佳。LSTM 网络的预测精度始终优于 RNN 的预测精度,因为 LSTM 网络分析了长短期的数据特征,而 RNN 无法结合长期和短期的数据进行建模,因此 LSTM 网络在预测中的效果更好。

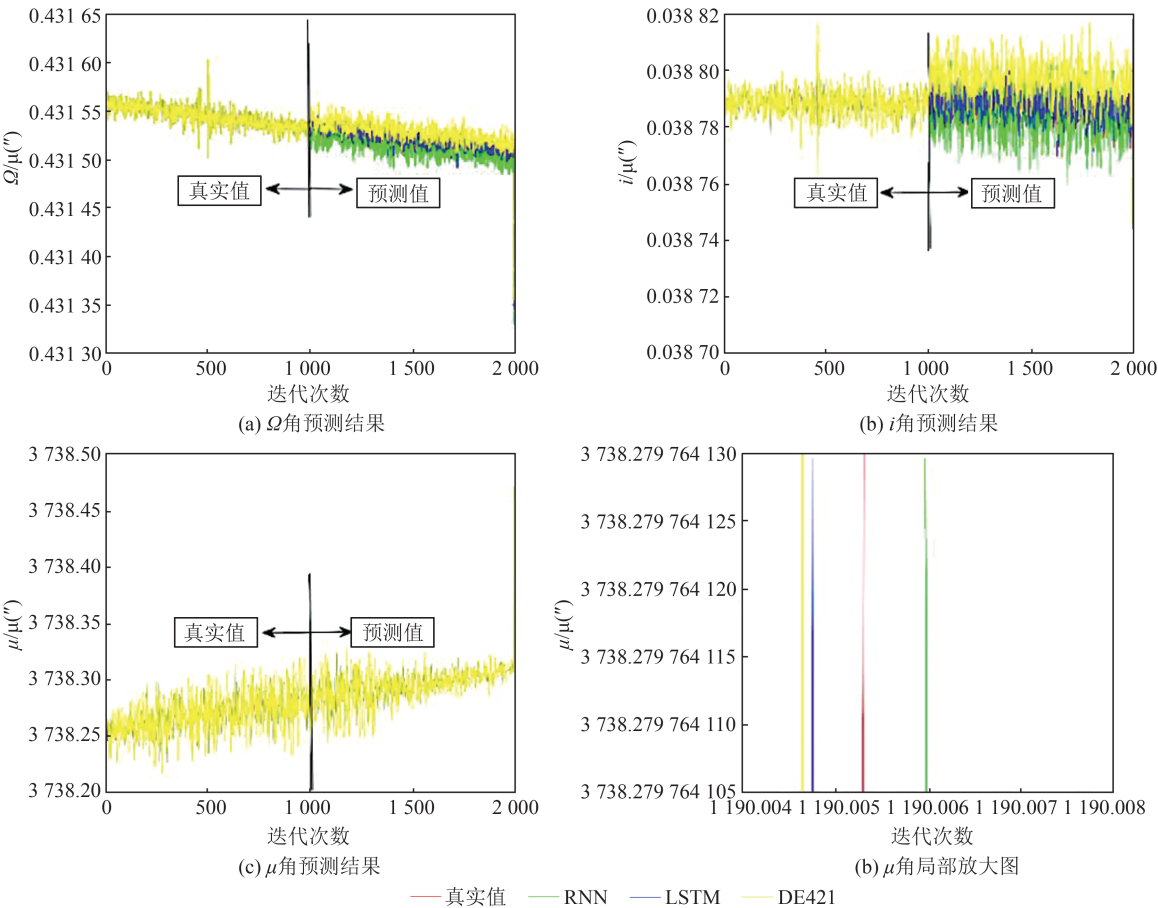


图 8 欧拉角预测结果

Fig.8 Prediction Results of Euler Angles

表 3 LSTM 和 RNN 预测物理天平动的精度/%

Tab.3 Precision of Predict Physical Libration in LSTM and RNN/%

预测参数	预测精度		
	LSTM	RNN	JPL DE421
$\Omega$	97.8	95.2	91.8
$i$	99.7	98.5	95.7
$\mu$	97.2	95.8	92.9

## 4 结 语

针对物理天平动参数的预测问题,本文构建了 LSTM、RNN 模型进行月球物理天平参数的预测,并将已知数据作为输入量验证模型的精度,简化了预测中的调参问题。LSTM 的模型预测的 3 个欧拉角  $\Omega$ 、 $i$ 、 $\mu$  的精度相对于 RNN 分别提高了 2.6%、1.2%、1.4%,LSTM 模型在网络训练时的训练集的方差仅为  $(2.3 \times 10^{-5})^{\circ}$ ,经过迭代后的预测集的方差接近  $(1 \times 10^{-10})^{\circ}$ , $R^2$  的计算值更接近于 1,LSTM 网络的最大绝对误差仅为  $(2.3 \times 10^{-5})^{\circ}$ 。采用自动求解最优参数的 LSTM 网络设定网络参数,相较于 RNN 的预测精度更高。同时,两种方法在预测精度上均比 DE421 星历的预测精度更高。

## 参 考 文 献

- [1] Wen W B, Wang F, Li C L, et al. Data Preprocessing and Preliminary Results of the Moon-Based Ultraviolet Telescope on the CE-3 Lander[J]. *Research in Astronomy and Astrophysics*, 2014, 14(12): 1674-1681
- [2] Zhang H Y, Wang Y, Chen L P, et al. In-Situ Lunar Dust Deposition Amount Induced by Lander Landing in Chang'E-3 Mission[J]. *Science China Technological Sciences*, 2020, 63(3): 520-527
- [3] Xu Huanyu, Liu Jixin, Sun Weiwei, et al. Image Sequence Based Lunar Landing Locating Algorithm[J]. *Computer Science*, 2011, 38(12): 269-273 (徐焕宇, 刘佶鑫, 孙巍巍, 等. 基于序列图像的月球着陆定位计算方法研究[J]. 计算机科学, 2011, 38(12): 269-273)
- [4] Wei Erhu, Li Xuechuan, Jin Shuanggen, et al. Mission Orbit Determination and Analysis of CE-2 with VLBI[J]. *Journal of Geomatics*, 2015, 40(4): 6-9 (魏二虎, 李雪川, 金双根, 等. 用 VLBI 跟踪数据确定 CE-2 环月段轨道的研究[J]. 测绘地理信息, 2015, 40(4): 6-9)
- [5] Cao Jianfeng, Zhang Yu, Hu Songjie, et al. An Analysis of Precise Positioning and Accuracy of the CE-3 Lunarlander Soft Landing[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2016, 41(2): 274-278 (曹建峰, 张宇, 胡松杰, 等. 嫦娥三号着陆器精确定位与精度分析[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2016, 41(2): 274-278)
- [6] Li Peijia, Huang Yong, Chang Shengqi, et al. Positioning for the Chang'E-3 Lander and Rover Using Earth-Based Observations[J]. *Chinese Science Bulletin*, 2014, 59(32): 3162-3173 (李培佳, 黄勇, 昌胜骐, 等. 基于地基观测的嫦娥三号着陆器与巡视器高精度定位[J]. 科学通报, 2014, 59(32): 3162-3173)
- [7] Newhall X X, Williams J G. Estimation of the Lunar Physical Librations[J]. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 1997, 66(1): 21-30
- [8] Williams J G. A Scheme for Lunar Inner Core Detection[J]. *Geophysical Research Letters*, 2007, 34(3): L03202
- [9] Petrova N, Gusev A, Ping J S, et al. Lunar Project ILOM: Application of the Analytical Theory of Lunar Physical Libration for the Simulation of Star Observations[J]. *Science China Physics, Mechanics and Astronomy*, 2012, 55(5): 888-891
- [10] Petrova N, Gusev A, Kawano N, et al. Free Librations of the Two-Layer Moon and the Possibilities of Their Detection[J]. *Advances in Space Research*, 2008, 42(8): 1398-1404
- [11] Yang Y Z, He Q B, Ping J S, et al. Estimation of the Lunar Free Libration Modes Based on the Recent Ephemerides[J]. *Astrophysics and Space Science*, 2019, 364(12): 218
- [12] Panafidina N, Hugentobler U, Krásná H, et al. Mechanism of Error Propagation from the Subdaily Universal Time Model into the Celestial Pole Offsets Estimated by VLBI[J]. *Advances in Space Research*, 2019, 63(1): 51-62
- [13] Bergstrand S, Herbertsson M, Rieck C, et al. A Gravitational Telescope Deformation Model for Geodetic VLBI[J]. *Journal of Geodesy*, 2019, 93(5): 669-680
- [14] Sharma D. Deep Learning Without Tears: A Simple Introduction[J]. *Resonance*, 2020, 25(1): 15-32
- [15] Mahendran K, Prabha S U. Optimal Control Strategies for a Hybrid Renewable Energy System: An ALANN/RNN Technique[J]. *Soft Computing*, 2019, 23(24): 13459-13475
- [16] Ahmadi A, Jun T N. A Novel Predictive-Coding-Inspired Variational RNN Model for Online Prediction and Recognition[J]. *Neural Computation*, 2019, 31(11): 2025-2074
- [17] Kulkarni S S, Achenbach J D. Structural Health

- Monitoring and Damage Prognosis in Fatigue [J]. *Structural Health Monitoring*, 2008, 7(1): 37-49
- [18] Yu Y, Si X S, Hu C H, et al. A Review of Recurrent Neural Networks: LSTM Cells and Network Architectures [J]. *Neural Computation*, 2019, 31(7): 1235-1270
- [19] Wu Y T, Yuan M, Dong S P, et al. Remaining Useful Life Estimation of Engineered Systems Using Vanilla LSTM Neural Networks [J]. *Neurocomputing*, 2018, 275: 167-179
- [20] Shao H D, Jiang H K, Li X Q, et al. Rolling Bearing Fault Detection Using Continuous Deep Belief Network with Locally Linear Embedding [J]. *Computers in Industry*, 2018, 96: 27-39

## Prediction of Lunar Libration Parameters Using LSTM

WEI Erhu<sup>1</sup> REN Xiaobin<sup>2</sup> LIU Jingnan<sup>2</sup> LI Lianyan<sup>3</sup> WU Shuguang<sup>2</sup> NIE Guigen<sup>2</sup>

<sup>1</sup> School of Geodesy and Geomatics, Wuhan University, Wuhan 430079, China

<sup>2</sup> GNSS Research Center, Wuhan University, Wuhan 430079, China

<sup>3</sup> School of Civil Engineering, Wuhan University, Wuhan 430072, China

**Abstract: Objectives:** The prediction of lunar physical libration is very important for precise positioning of lander and rover. The coordinates and physical libration of Chang'E-3 lander are calculated based on the very long baseline interferometry(VLBI) single point positioning model. Meanwhile, the parameters of the lunar libration are obtained in the 7-day arc. **Methods:** Based on the recursive neural network(RNN), a long-short term memory(LSTM) neural network is used to establish a prediction model of the lunar libration parameters. Using the coordinates of the lunar lander and the VLBI observation as input, selecting three Euler angles as output, 2 424 samples are used for training, 519 samples are used for testing, and 519 samples are used for verification. **Results:** The results show that the data of the verification set has a gradient of about 1 000 training and 9 iterations, and the maximum absolute error after training is only  $6.2 \times 10^{-5}$  (")/s. The experimental results show that the three Euler angles  $\Omega$ ,  $i$ ,  $\mu$  of LSTM are accurate to 97.8%, 99.7%, 97.2%, and the three Euler angles of RNN networks are accurate to 95.2%, 98.5%, 95.8%. **Conclusions:** It is proved that the LSTM network has higher prediction accuracy than the RNN network. Compared with the predicted results of JPL DE421 ephemeris, it is proved that the LSTM network has the higher prediction accuracy.

**Key words:** long-short term memory(LSTM); recursive neural network(RNN); physical libration of the moon; very long baseline interferometry(VLBI)

**First author:** WEI Erhu, PhD, professor, specializes in space geodesy and deep space navigation. E-mail: ehwei@sgg.whu.edu.cn

**Corresponding author:** REN Xiaobin, master. E-mail: xiaobinren@whu.edu.cn

**Foundation support:** The National Key Research and Development Program of China (2018YFC1503600); the National Natural Science Foundation of China (41874036).

**引文格式:** WEI Erhu, REN Xiaobin, LIU Jingnan, et al. Prediction of Lunar Libration Parameters Using LSTM [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2022, 47(11): 1815-1822. DOI: 10.13203/j.whugis.20200318 (魏二虎, 任晓斌, 刘经南, 等. 利用 LSTM 网络预测月球物理天平动参数 [J]. *武汉大学学报·信息科学版*, 2022, 47(11): 1815-1822. DOI: 10.13203/j.whugis.20200318)