

## 船载绝对重力仪测量系统的误差修正模型及不确定度分析

吴燕雄, 滕云田, 吴琼, 徐行, 张兵

### 引用本文:

吴燕雄, 滕云田, 吴琼, 徐行, 张兵. 船载绝对重力仪测量系统的误差修正模型及不确定度分析[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2022, 47(4): 492–500.

WU Yanxiong, TENG Yuntian, WU Qiong, XU Xing, ZHANG Bing. Error Correction Model and Uncertainty Analysis of the Shipborne Absolute Gravity Measurement System[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2022, 47(4): 492–500.

## 相似文章推荐 (请使用火狐或IE浏览器查看文章)

Similar articles recommended (Please use Firefox or IE to view the article)

### 地震重力网经典平差与拟稳平差综合分析与研究

Comprehensive Analysis and Research of Classic Adjustment and Quasi-Stable Adjustment in Mobile Gravity Network

武汉大学学报·信息科学版. 2021, 46(11): 1693–1702 <https://doi.org/10.13203/j.whugis20200053>

### 海底地形高次项对海面重力信息影响分析

Influence Analysis of High-order Seafloor Topography on Sea Surface Gravity Information

武汉大学学报·信息科学版. 2021, 46(9): 1328–1335 <https://doi.org/10.13203/j.whugis20190192>

### 联合星象仪四元数的卫星重力梯度测量角速度重建方法

Reconstruction Method of Satellite Gravity Gradient Measurement Angular Velocity by Combining Star Tracker Quaternion

武汉大学学报·信息科学版. 2021, 46(9): 1336–1344 <https://doi.org/10.13203/j.whugis20200595>

### 一种顾及IGS-RTS数据接收中断的厘米级星载GPS实时定轨方法

A Centimeter-Level Real-Time Orbit Determination Method Using Space-Borne GPS Measurements Considering IGS-RTS Data Receiving Interruption

武汉大学学报·信息科学版. 2021, 46(11): 1620–1626 <https://doi.org/10.13203/j.whugis20200432>

### 利用Swarm星群探测亚马逊流域2015–2016年干旱事件

2015–2016 Drought Event in the Amazon River Basin as Measured by Swarm Constellation

武汉大学学报·信息科学版. 2020, 45(4): 595–603 <https://doi.org/10.13203/j.whugis20180273>



# 船载绝对重力仪测量系统的误差修正模型 及不确定度分析

吴燕雄<sup>1,2</sup> 滕云田<sup>1</sup> 吴琼<sup>1</sup> 徐行<sup>3</sup> 张兵<sup>4</sup>

1 中国地震局地球物理研究所,北京,100081

2 防灾科技学院电子科学与控制工程学院,河北 三河,065201

3 中国地质调查局广州海洋地质调查局,广东 广州,510760

4 中国地震局地震预测研究所,北京,100036

**摘要:**目前的激光干涉绝对重力仪均在静态环境下工作,而动态环境下的绝对重力测量是技术发展的热点之一。船载绝对重力测量能够很好地克服海洋相对重力测量仪器的零漂、标定、误差累积等问题,提高作业效率和可靠性。基于激光干涉绝对重力仪工作原理设计了一个船载绝对重力仪测量系统,该系统由绝对重力测量系统、陀螺仪稳定平台、力平衡式加速度计和 GPS(global positioning system)组成。通过对影响船载绝对重力测量系统的垂直波动、纵摇横摇、水平波动以及厄特弗斯效应等 4 类干扰源进行分析,给出了该系统正常工作的动态限制条件、误差修正方法和修正精度,验证了在现有技术条件下,船载绝对重力仪测量系统的测量精度可以优于 $\pm 1.1$  mGal,为进一步的船载绝对重力测量实验提供理论支撑。

**关键词:**绝对重力;海洋重力;船载;激光干涉;误差修正;不确定度分析

**中图分类号:**P223

**文献标志码:**A

海洋重力测量理论是大地重力学的一个重要组成部分<sup>[1]</sup>。海洋重力测量为基础海洋研究<sup>[2]</sup>、资源勘探<sup>[3]</sup>和军事应用<sup>[4]</sup>等领域提供基础数据。目前,海域的重力测量通常采用卫星测量、航空重力测量和船载重力测量等方式进行。利用卫星跟踪卫星或者星载模式,只能实现 100 km 的空间分辨率以及 2 mGal 量级重力异常的测定<sup>[5-6]</sup>。要想在海洋区域实现更高空间分辨率和精度的重力测量,只能通过机载或者船载的方式完成,这两种测量均在运动平台上进行,因此在仪器研制和测量技术等方面有很多相通的地方<sup>[7]</sup>。

目前,国内外常规使用的船载海洋重力测量仪器分为稳定平台式重力仪和捷联式重力仪两种,均属于相对重力测量<sup>[8]</sup>。相对重力仪在测量作业开展前后均需重力基点进行标定或比测,以消除零点偏移和观测误差累积。而码头重力基点附近的重力测量环境变化明显,利用固定参考值进行海洋重力仪的标定会造成标定误差。

此外,如果海洋测量过程中发生仪器故障或临时停靠的锚地无重力基点,将无法进行仪器标定或比测。

与海洋重力联测方式相比,绝对重力测量技术具有无零漂、无需标定和无误差累积的特点,是未来海洋重力调查技术的重要发展方向之一<sup>[9]</sup>。但目前绝对重力仪都应用在静态条件下,只有极少数文献记载了绝对重力仪在动态平台上的实验情况。文献[10]首次提出了动态绝对重力测量系统的概念,并将 FG5 绝对重力仪除超长弹簧之外的机构直接安装在室内地面上,地面的垂直向振动可通过高灵敏振动传感器进行监测,将监测数据用于补偿算法,可使测量标准差达到 $\pm 9 \mu\text{Gal}$ ;文献[11]也利用了改装的 FG5 激光干涉绝对重力仪,并结合 GPS(global positioning system)数据进行了机载绝对重力测量实验,不确定度达到了 6.9 mGal;文献[12]利用原子干涉绝对重力仪进行船载绝对重力测量实验,获得了 mGal 级的海洋重力数据。以上研究均为进一步开展动

收稿日期:2020-06-11

项目资助:国家重点研发计划(2018YFC1503801);中国地震局地球物理研究所基本科研业务费专项资助(DQJB19B23)。

第一作者:吴燕雄,博士生,副教授,主要从事地球探测技术研究。wuyanxiong@cidp.edu.cn

通讯作者:吴琼,博士,研究员。wuqiong@cea-igp.ac.cn

态环境下的绝对重力测量提供了技术支撑,但是现有研究缺乏结合绝对重力仪本身结构进行的可行性分析,且默认仪器总是可以正常工作,但实际上由于仪器本身的结构限制,在大于一定的动态条件时,仪器并不能正常工作。

与机载绝对重力测量相比,船载的方式动态性更低,载体稳定性更好<sup>[13]</sup>,可以获得更高空间分辨率和测量精度的重力数据。同时,载重成本低,也更适合成为技术前期突破的载体。而激光干涉绝对重力仪与原子干涉重力仪相比,技术更成熟、成本更低、结构更简洁、更利于应用推广<sup>[14]</sup>。因此,本文依托课题组研制的激光干涉绝对重力仪成果<sup>[15]</sup>,设计了一套船载激光干涉绝对重力测量系统,从理论上给出了该系统能正常工作的载体动态限制条件,研究了船载绝对重力仪测量系统的误差修正模型,并结合现有传感器精度计算出绝对重力动态测量的不确定度,为中国自主研发船载绝对重力测量系统和进行海洋试验提供了理论支撑。

### 1 船载绝对重力测量系统

图 1 为自由落体式绝对重力测量的基本原理。在测量过程中,激光器发射的一束激光经准直后入射分光镜,得到相干的测量光束和参考光束。测量光束经过落体和参考棱镜的反射后,与参考光束叠加,形成包含落体相对参考棱镜位移信息的干涉信号。基于对干涉信号的处理,提取落体自由下落轨迹上的时间位移坐标  $(t_i, x_i)$ ,进而完成重力加速度值的解算<sup>[15]</sup>。

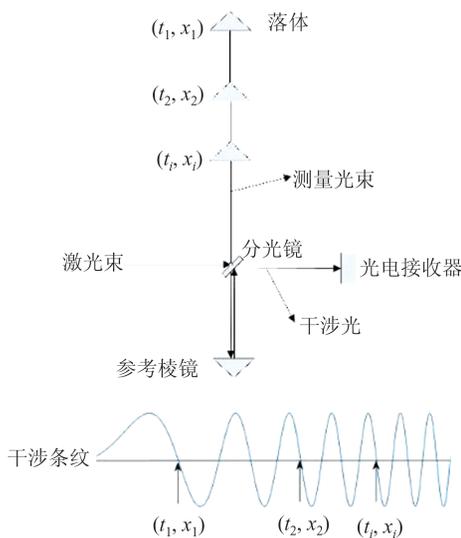


图 1 自由落体式绝对重力仪测量原理  
Fig.1 Principle of Free Falling Absolute Gravimeter Measurement

理想情况下,落体自由下落的运动方程为<sup>[10]</sup>:

$$x_i = x_0 + v_0 t_i + \frac{1}{2} g t_i^2 + \frac{1}{2} x_0 \gamma t_i^2 + \frac{1}{6} v_0 \gamma t_i^3 + \frac{1}{24} g \gamma t_i^4 \quad (1)$$

式中,  $x_0$ 、 $v_0$  和  $g$  分别表示初始位置、初始速度和测点重力加速度;  $\gamma$  为测点位置地表垂直向重力梯度值;  $t_i$  为下落  $x_i$  对应的时刻点; 参考点为地球质心。

与陆基测量不同,船载绝对重力测量系统需固定安装在船舱内,由于测量船处在动态环境下,故图 1 中除落体外的其他部分会叠加环境干扰,因此,船载重力仪测量系统的设计需考虑抗干扰的隔离措施以及测量修正方法,从而在动态环境下进行绝对重力测量。

船载激光干涉绝对重力测量系统如图 2 所示,它主要由绝对重力测量系统、陀螺仪稳定平台(以下称平台)、力平衡式加速度计和高精度 GPS 接收机 4 个部分组成。其中,绝对重力测量系统完成测点重力加速度绝对值的测量,测量值包含真值和各类误差;平台补偿船只的纵摇和横摇干扰;加速度计实时测量平台的垂直向扰动加速度;GPS 信号实时解算平台的位置。后两者为测量值的误差补偿和修正提供所需的数据。

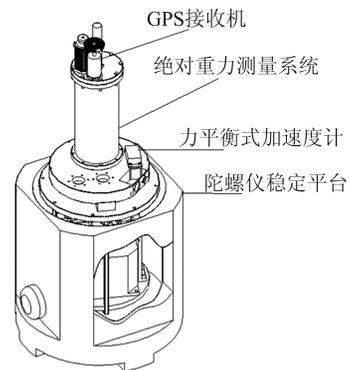


图 2 船载绝对重力仪测量系统  
Fig.2 Shipborne Absolute Gravity Measurement System

### 2 动态限制条件

在测量船上进行绝对重力测量要考虑的外界干扰主要分为垂直向、纵摇和横摇、水平向以及厄特弗斯效应<sup>[13,16]</sup> 4 种,本文通过分析仪器测量原理和结构给出了船载绝对重力测量的动态限制条件。

#### 2.1 垂直向干扰

由于船载平台的垂直向振动远大于陆地静态

环境下的振动,海洋中平静海况时波浪产生的垂直加速度在 $\pm 15$  Gal左右,恶劣海况时可达 $\pm 80$  Gal以上<sup>[17]</sup>。

大多数绝对重力仪均采用下落法落体控制机构<sup>[18-20]</sup>,这类结构一般采用如图3所示的设计方式,落体控制机构、拖架及落体位于真空系统中。在测量过程中,利用伺服电机产生动力驱动拖架,实现落体的提升、释放和承接。落体和拖架之间有定位机构但无机械连接。在实际测量过程中,拖架以略大于重力加速度加速下降,既可保证落体以自由落体方式下落,又可保证落体与拖架间的相对距离不超过8 mm,以实现单次测量结束时拖架对落体承接时撞击扰动的最小化。

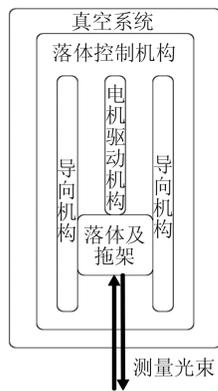


图3 下落法绝对重力仪落体控制机构示意图

Fig.3 Schematic Diagram of Falling Body Control Mechanism of Absolute Gravimeter

若重力加速度为 $g$ ,在落体下落开始时的附加瞬时垂直加速度为 $a$ ,且均以向下为正方向,则要实现落体进入自由下落状态,拖架的加速度 $a_t$ 需满足:

$$a_t > g - a \quad (2)$$

本文系统中拖架的设计加速度为 $1.1g$ ,则落体开始下落瞬间附加在绝对重力测量系统上向上的最大加速度应该小于 $0.1g$ ,即98 Gal,因此应该在垂直加速度低于98 Gal的海况下进行测量。

## 2.2 纵摇角和横摇角

激光干涉绝对重力仪中的自由落体选用的是角锥棱镜,角锥棱镜具有严格的后反射光学特性,即从底面 $ABC$ 入射的光线,经过角锥棱镜3个直角面的反射后,从与入射光平行但反向的方向出射<sup>[21]</sup>,如图4所示。在静态环境下工作的自由落体式绝对重力仪可通过测量机构的调整保证角锥棱镜底面 $ABC$ 水平,使经过分光镜向上的光线垂直于角锥棱镜的底面入射。此时,出射光

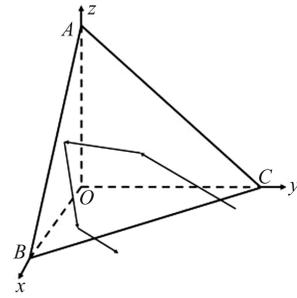


图4 角锥棱镜光路图

Fig.4 Light Path Diagram of Cube Corner Retro-Reflector

线垂直向下,角锥棱镜内光程一定,回波功率也是最大的。但是在船载环境下,重力仪会随着平台的倾斜而发生倾斜,即组成激光干涉系统的除自由落体角锥棱镜以外的其他部件都随平台倾斜,从而导致入射光线相对于角锥棱镜底面倾斜入射,本文分别从有效反射面积和出射点偏移两个方面,分析平台允许的最大倾角。

### 2.2.1 落体角锥棱镜有效反射区域

光线从角锥棱镜底面 $ABC$ 入射,存在一个有效反射区域,只有在有效反射面积区域入射的光线,才能在内部经3次反射后由面 $ABC$ 平行反向出射,而在此区域之外入射的光线不能被反射面3次反射,因此有效反射区域大于0是角锥棱镜正常工作的先决条件。

如图5所示的角锥棱镜 $OABC$ , $O'$ 为角锥棱镜顶点 $O$ 在底面上的投影。用 $\beta$ 表示入射光线与底面法线的夹角, $\varphi$ 表示入射光线方位角,即入射光线在底面上的投影与 $O'A$ (或 $O'B$ 、 $O'C$ )的夹角。

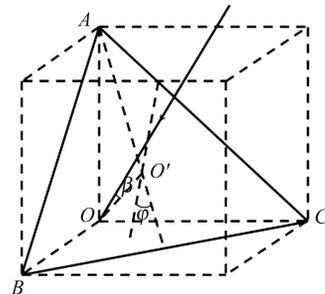


图5 光线倾斜入射角锥棱镜

Fig.5 Inclined Incidence of Light to Cube Corner Retro-Reflector

底面有效面积在光线垂直入射时最大,随 $\beta$ 增加逐渐缩小,由六边形变为四边形直至减小为零。有效反射面积与入射光线倾角关系如下(根据对称性,只需讨论 $0 \sim \pi/3$ 范围内的有效反射面积)<sup>[21-22]</sup>。当入射角 $\beta$ 满足:

$$0 \leq \beta \leq \arctan \frac{1}{2\sqrt{2} \cos \varphi} \quad (3)$$

角锥棱镜的有效反射面积为六边形(垂直入射时,是正六边形),如图 6(a)所示,有效反射面积为:

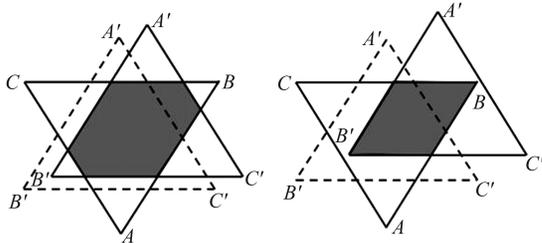
$$S = \frac{(3 \cos^2 \beta - 2)^2}{3 \cos^2 \beta} \quad (4)$$

当  $\beta$  角增大,满足:

$$\arctan \frac{1}{2\sqrt{2} \cos \varphi} < \beta \leq \arctan \frac{1}{\sqrt{2} \cos(\frac{\pi}{3} - \varphi)} \quad (5)$$

角锥棱镜的有效反射面积是四边形,如图 6(b)所示,有效反射面积为:

$$S = \frac{4 \cos^2 \beta}{27} (\sqrt{2} + 2 \tan \beta \sin(\varphi - \frac{\pi}{6}))^2 \cdot (\sqrt{2} - 2 \tan \beta \sin(\varphi + \frac{\pi}{6}))^2 \quad (6)$$



(a) 有效反射面积为六边形 (b) 有效反射面积为四边形

图 6 有效反射面积变化示意图

Fig.6 Change of Effective Reflection Area

图 7 展示了入射角对有效反射面积的影响,可以看出,随着入射角的增大,有效反射面积减小,直至减小到 0。在入射角较小时,有效反射面积只与入射角有关,由式(4)决定。当入射角增大,方位角  $\varphi$  越大,有效反射面积减小。若想要保证有效入射面积大于 0,则应取  $\varphi = 60^\circ$ ,此时最大允许的入射角为  $35.26^\circ$ 。

### 2.2.2 出射点偏移

倾斜会导致光束的出射点偏移,降低干涉强度甚至无法干涉。如图 8 所示的角锥棱镜,直角顶点为  $O$ ,底面为  $ABC$ , $O$  在底面的投影点为  $O'$ ,则  $O'$  为底面正三角形  $ABC$  的中心。当光垂直入射于底面  $M$  点时,出射点  $M_0$  是  $M$  关于  $O$  点的对称点  $M'$  在底面的投影。当入射光以角度  $i$  倾斜入射时,出射点  $M_i$  是  $M'$  沿内部入射光线方向在底面上的投影<sup>[22]</sup>。

设  $OO' = h$ ,则通过几何关系可得:

$$M'M_0 = 2h \quad (7)$$

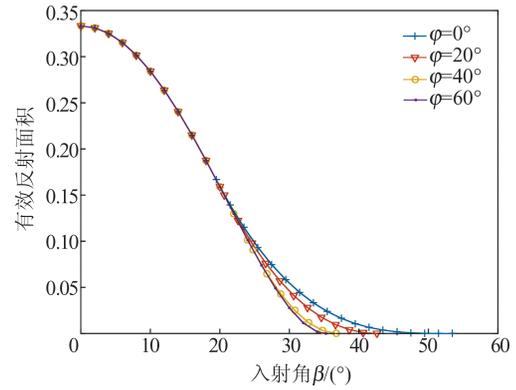


图 7 入射角对有效反射面积的影响

Fig.7 Influence of Incident Angle on Effective Reflection Area

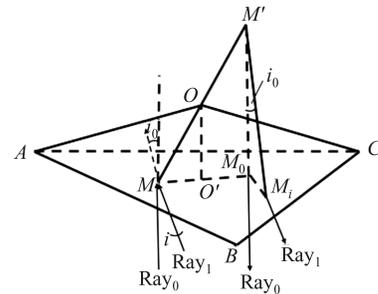


图 8 斜入射的出射点偏移量的几何关系

Fig.8 Geometric Relationship of the Exit Point Offset of Oblique Incidence

$$\frac{M_i M_0}{M_i M'} = \sin i_0 \quad (8)$$

$$\frac{n}{n_0} = \frac{\sin i}{\sin i_0} \quad (9)$$

式中, $n$ 和 $n_0$ 分别为介质和真空中的折射率; $i_0$ 为折射角。推导出射点的偏移量为:

$$d = M_i M_0 = 2h \frac{\sin i}{\sqrt{(n/n_0)^2 - \sin^2 i}} \quad (10)$$

本文中绝对重力仪角锥棱镜的参数如下: $n = 1.5163$ , $h = 25.5$  mm,光斑直径为 5 mm。若要在偏移后仍可以形成干涉,最大偏移量  $d_{\max}$  取 3.5 mm,因为偏移量达到 3.5 mm 时,光电传感器检测到的干涉强度就会下降到原来的 10%。据此计算得到允许的最大入射角  $i_{\max}$  为  $5.95^\circ$ ,比有效反射面积的限制更严格。因此,绝对重力仪需要安装在高精度的陀螺仪稳定平台上。一般用于海洋重力测量的陀螺仪稳定平台,其纵摇角和横摇角精度均为  $20'' \sim 60''$ ,稳定时间为  $4 \sim 18$  min<sup>[23]</sup>,可以满足激光干涉绝对重力仪正常测量时对倾角的限制条件。

### 2.3 水平向扰动

在落体脱离拖架自由下落的过程中,若平台存在水平加速度,会导致落体和绝对重力仪的其他部分产生水平向的相对位移。若该位移过大,也会造成干涉测量光束与参考光束不再重合,从而无法产生干涉信号。

图9展示了平移方向的剖面图 $OAD$ ,角锥棱镜顶点为 $O$ , $O$ 点在底面的投影点是底面正三角形的中心,记为 $O'$ 。假设光线垂直入射,入射点为 $M$ ,则出射点 $M_0$ 与 $M$ 关于 $O'$ 对称。平台与绝对重力测量系统(不包含落体)相对于落体的水平位移为 $l$ ,则入射点平移到 $M'$ ,位移也为 $l$ ,根据对称关系,出射点 $M_0$ 平移到 $M'_0$ 点,相对于 $O'$ 反方向平移 $l$ ,那么出射点 $M'_0$ 相对于平台反方向平移了 $2l$ ,则有:

$$2|l| \leq d_{\max} \quad (11)$$

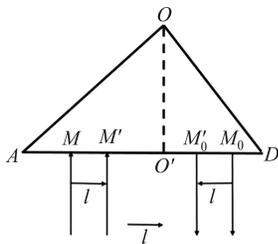


图9 入射点与出射点平移关系示意图

Fig.9 Offset Between the Incident Point and the Exit Point

根据加速度与位移公式得到:

$$l = \int_0^{t_d} \int_0^{t_d} a_h(t) dt \quad (12)$$

式中, $a_h(t)$ 为在落体下落过程中水平方向上的加速度; $t$ 为落体下落时间。由式(12)可以发现,下落时间越长,对水平向附加加速度的约束越大。

本文系统中的落体自由下落时间为200 ms,有效测量时间为130 ms,取 $t=130$  ms,最大偏移量 $d_{\max}$ 仍取3.5 mm。假定落体自由下落过程中,舰船水平波动近似为匀加速运动,那么可以估算出水平方向的加速度限制范围为:

$$|\bar{a}_h| \leq 20.7 \text{ Gal} \quad (13)$$

测量船可以处于匀速或停泊状态下进行重力测量,其水平方向的加速度远小于20.7 Gal,满足绝对重力测量过程中对水平加速度的要求。

### 2.4 厄特弗斯效应

由于受到厄特弗斯效应的影响,落体重力方向的加速度 $a$ 是真实重力加速度 $g$ 和厄特弗斯效

应等效加速度 $a_E$ 的叠加,即:

$$a = g - a_E \quad (14)$$

将地球近似为球体,在船载测量中的高度变化可以忽略,因此船载重力测量中厄特弗斯的修正公式可以简化为<sup>[24]</sup>:

$$\delta a_E = \frac{v^2}{R} + 2\omega v \sin \alpha \cos \varphi \quad (15)$$

式中, $v$ 代表航行速度; $\alpha$ 为航行方向与东西方向的夹角; $R$ 为地球近似球体的平均半径; $\delta a_E$ 为厄特弗斯改正数。以船只能达到的速度计算,厄特弗斯效应在mGal量级,因此不会对绝对重力测量系统的运行形成限制,仅需要对测量结果进行修正。

### 2.5 动态限制条件

本文针对上述4类干扰源进行分析,得到了系统能够正常工作的动态限制条件,结果如表1所示。由表1可知,垂直加速度小于98 Gal,建议远洋调查船在3级以下海况进行作业;纵摇角和横摇角均小于 $5.95^\circ$ ,因此需要安装陀螺仪增稳平台;水平加速度小于20.7 Gal,调查船应在停泊或匀速行进时测量。

表1 船载绝对重力仪测量系统的动态限制

Tab.1 Dynamic Limits of the Shipborne Absolute Gravity Measurement System

干扰源	动态限制
垂直加速度/Gal	<98
纵摇角、横摇角/(°)	<5.95
水平加速度/Gal	<20.7

## 3 扰动误差修正及其不确定度分析

船载重力测量系统在满足动态限制的条件下可以进行测量,但来自垂直、纵摇角和横摇角以及厄特弗斯效应的干扰仍需修正,修正的误差也影响了绝对重力测量结果的误差。

### 3.1 垂直向

根据式(1)进行绝对重力测量时,在垂直向需要考虑以下两方面的误差:(1)测量高度变化引起的测量误差,对应重力梯度修正;(2)绝对重力仪所在平台的高频振动带来的 $x_i$ 测量误差,对应振动干扰修正。

#### 3.1.1 重力垂直梯度

平台的高度变化主要来自于海洋潮汐和船体吃水线的变化,测量船在海面上航行,通过差分GPS可以实时获取绝对重力测量系统每次测量值对应的测量高度,从而获取测量高度的变化

量。如果仪器的测量结果为  $\hat{g}$ , 测量起始时刻  $t_0$  对应的仪器测量高度为  $H_0$ ,  $t_e$  时刻对应仪器的测量高度为  $H_e$ , 则测量结果可进行重力梯度修正, 将测量结果统一归算至测量开始时对应的测量高度处的绝对重力值<sup>[25]</sup>, 计算如下:

$$\hat{g} = g_0 + \gamma(H_e - H_0) \quad (16)$$

由于海洋测量过程中, 每个测点周围的环境特征变化不大,  $\gamma$  按地表标准垂直重力梯度值为  $3 \mu\text{Gal}/\text{cm}$ <sup>[26]</sup> 计算得到, 高度  $H_e$  通过 GPS 测量得到, 现阶段应用 RTK (real time kinematic) 技术的海上 GPS 接收机, 高程定位精度优于 30 cm, 因此重力梯度修正项不确定度小于  $90 \mu\text{Gal}$ 。

### 3.1.2 垂直向高频振动

在落体自由下落的运动方程(式(1))中需要考虑参考棱镜的垂直向运动, 实际测量系统通过干涉得到的距离是以参考棱镜为参考点的。由于参考棱镜置于运动平台, 因此距离值应该叠加附加传感器测得的平台运动, 忽略重力梯度的影响, 可得到<sup>[10]</sup>:

$$x_i = x_0 + v_0 t_i + \frac{1}{2} g t_i^2 + \sum_{k=1}^i \sum_{k=1}^i f(s_k, A_k, t_i) \quad (17)$$

式中,  $f(s_k, A_k, t_i)$  是附加传感器测量的加速度  $A_k$ 、波动传递函数  $s_k$ 、采样时间  $t_i$  的函数。

本文采用的力平衡式加速度计, 其频带范围为 0.1~100 Hz, 测量范围为  $\pm 3g$ , 动态范围为 130 dB, 得到加速度的测量精度为  $9.3 \times 10^{-6} \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ 。此外, 对于波浪影响产生的周期性的垂直加速度, 还可以通过连续的重力测量在一定时间内取均值<sup>[13]</sup>或设计数字滤波器<sup>[12]</sup>, 或结合加速度传感器的测量筛选某些时间段<sup>[27]</sup>等方法, 进一步消除垂直扰动的影响。

## 3.2 纵摇角和横摇角

### 3.2.1 测量光束的不垂直性

对于自由落体测量部分, 当测量光束和出射光束与角锥棱镜底面的法线方向即自由落体下落方向的夹角为  $\theta$  时, 基于干涉原理测得的落体下落位移大于落体实际运行的位移, 会引入一个负的附加误差<sup>[28]</sup>:

$$\Delta g = -g(1 - \cos \theta) \approx -g \frac{\theta^2}{2} \quad (18)$$

如果按照平台纵摇角和横摇角精度为  $60''$ 、测点重力加速度为  $980\ 110\ 428 \mu\text{Gal}$  计算, 得到不确定度为  $41 \mu\text{Gal}$ 。如果限制倾斜引入的最大不确定度小于  $0.5 \text{mGal}$ , 则平台纵摇角和横摇角精度要优于  $200''$ 。

### 3.2.2 加速度计测量误差

加速度计主要记录测量过程中垂直向附加加速度并用于最终测量结果的修正。当平台倾斜时, 加速度计实际测量的是平台法线方向上的加速度, 比平台实际的垂直向加速度要大。若平台倾角为  $\theta$ , 则引入的垂直向加速度测量误差为:

$$\Delta a = -a(1 - \cos \theta) \approx -a \frac{\theta^2}{2} \quad (19)$$

若平台纵摇角和横摇角精度仍为  $60''$ , 假设测得垂直向加速度为  $50 \text{Gal}$ , 则不确定度为  $2 \mu\text{Gal}$ , 对于  $\text{mGal}$  级重力测量可以忽略。

## 3.3 厄特弗斯效应

根据误差传播定律, 通过球体近似公式(式(15))得到厄特弗斯效应的误差传递公式如下:

$$d\delta a_E = \left( \frac{2v}{R} + 2\omega \sin \alpha \cos \varphi \right) dv + 2\omega v \cos \alpha \cos \varphi d\alpha - 2\omega v \sin \alpha \sin \varphi d\varphi \quad (20)$$

因此, 厄特弗斯修正的不确定度  $d\delta a_E$  主要取决于航行速度  $v$ 、航行方向角  $\alpha$  以及测点纬度  $\varphi$  的精度。取地球平均半径  $R = 6\ 378\ 173.0 \text{m}$ , 平均自转角速度  $\omega = 7\ 292\ 115.0 \times 10^{-11} \text{rad/s}$ , 航行速度为  $15 \text{kn}$ , 航行纬度取北回归线附近  $23.5^\circ$ , 依次分析纬度精度、航速精度和航向方位角精度与厄特弗斯修正量不确定度的关系。

1) 分别取纬度精度为  $0.5'$ 、 $1'$  和  $2'$  计算厄特弗斯修正的不确定度, 结果如图 10 所示。目前基于 GPS 的载波相位差分技术测定的测点纬度精度优于  $1'$ , 因此纬度带来的厄特弗斯修正不确定度小于  $\pm 0.013 \text{mGal}$ 。

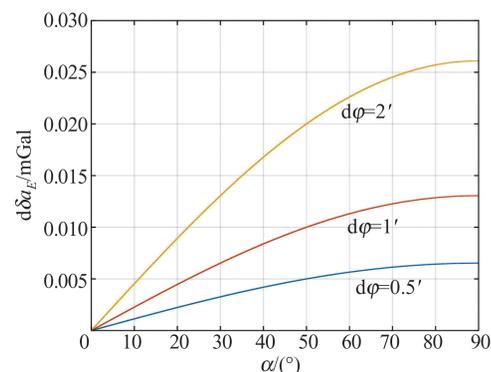


图 10 纬度精度的影响

Fig.10 Effect of Latitude Accuracy on Uncertainty

2) 分别取航速误差为  $0.01 \text{m/s}$ 、 $0.02 \text{m/s}$ 、 $0.03 \text{m/s}$ 、 $0.1 \text{m/s}$ 、 $0.2 \text{m/s}$  计算厄特弗斯修正的不确定度, 结果如图 11 所示。控制速度误差优于  $\pm 0.03 \text{m/s}$ , 可以保证厄特弗斯修正不确

定度小于±0.5 mGal。目前通过GPS的载波相位差分技术以及惯性导航器件完全可以达到此精度。

3)分别取航向角的精度为0.05°、0.1°、0.2°、0.5°、1°计算厄特弗斯修正的不确定度,结果如图12所示。基于GPS的载波相位差分技术和高精度惯导器件可以获得优于±0.1°的航向角精度,带来的厄特弗斯修正不确定度小于±0.2 mGal。

对比图11、12可以发现,当船东西向航行时,要求测速有更高的精度要求;当船南北向航行时,对航向角测定有更高的精度要求。

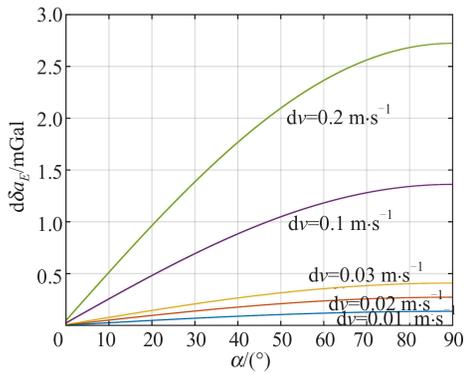


图11 航速精度的影响

Fig.11 Effect of Speed Accuracy on Uncertainty

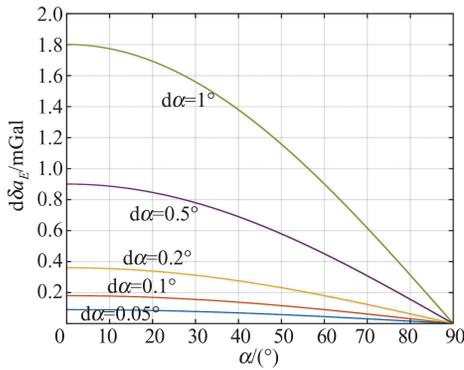


图12 航行方向角精度的影响

Fig.12 Effect of Navigation Angle Accuracy on Uncertainty

### 3.4 不确定度分析

§3.1~§3.3给出了针对4种干扰源进行修正的方法,并根据各传感器的精度指标对修正值的不确定度进行了分析,结果如表2所示。按照误差传播定理,本文提出的船载绝对重力仪测量系统总的不确定度优于±1.1 mGal。

由表2可知,在考虑了主要的干扰源和修正后,船载绝对重力仪测量系统在理论上可以达到mGal级的重力测量精度,具备海洋测量的可行性,有进一步开展海洋试验的意义。

表2 干扰误差修正及精度分析

Tab.2 Error Source Correction and Uncertainty Analysis

干扰源	误差修正	传感器精度	不确定度 /mGal
垂直波动	重力梯度修正	高程精度优于±30 cm	±0.09
	垂直向振动修正	加速度计精度优于±9.3 × 10 <sup>-6</sup> m/s	±0.93
倾斜	稳定平台	控制精度 60"~200"	0.041~0.5
水平波动			可以忽略
厄特弗斯效应	纬度	精度优于1'	±0.013
	航速	精度优于±0.03 m/s	±0.5
	航行方向角	精度优于0.1°	±0.2

## 4 结 语

船载绝对重力测量具有无零漂、无需标定和无误差累积的优点,是未来海洋重力调查技术的重要发展方向之一。本文首先设计了一种船载激光干涉绝对重力测量系统,该系统由绝对重力测量系统、陀螺仪稳定平台、力平衡式加速度计和GPS组成;然后针对垂直波动、纵摇角和横摇角、水平波动以及厄特弗斯效应4类干扰源进行分析,给出了系统能够正常工作的动态限制条件;最后结合现有传感器精度给出了绝对重力动态测量的不确定度,实验结果为进一步的船载绝对重力测量实验提供了理论支撑。

## 参 考 文 献

[1] Ning Jinsheng, Huang Motao, Ouyang Yongzhong, et al. Development of Marine and Airborne Gravity Measurement Technologies[J]. *Hydrographic Surveying and Charting*, 2014, 34(3): 67-72 (宁津生, 黄谟涛, 欧阳永忠, 等. 海空重力测量技术进展[J]. 海洋测绘, 2014, 34(3): 67-72)

[2] Liu Min, Huang Motao, Ouyang Yongzhong, et al. Development and Prospect of Air-Sea Gravity Survey and Its Applications, Part I: Objective, Significance and Technical System[J]. *Hydrographic Surveying and Charting*, 2017, 37(2): 1-5 (刘敏, 黄谟涛, 欧阳永忠, 等. 海空重力测量及应用技术研究进展与展望(一): 目的意义与技术体系[J]. 海洋测绘, 2017, 37(2): 1-5)

[3] Zeng Hualin. Gravity Field and Gravity Exploration [M]. Beijing: Geological Publishing House, 2005 (曾华霖. 重力场与重力勘探[M]. 北京: 地质出版社, 2005)

[4] Huang Motao, Zhai Guojun, Ouyang Yongzhong,

- et al. Prospects and Development in the Military Applications of Marine Gravity and Magnetic Information [J]. *Hydrographic Surveying and Charting*, 2011, 31(1): 71-76 (黄谟涛, 翟国君, 欧阳永忠, 等. 海洋磁场重力场信息军事应用研究现状与展望 [J]. 海洋测绘, 2011, 31(1): 71-76)
- [5] Zheng Wei, Xu Houze, Zhong Min, et al. Research Progress in International Gravity Satellites and Future Satellite Gravity Measurement Program in China [J]. *Science of Surveying and Mapping*, 2010, 35(1): 5-9 (郑伟, 许厚泽, 钟敏, 等. 国际重力卫星研究进展和我国将来卫星重力测量计划 [J]. 测绘科学, 2010, 35(1): 5-9)
- [6] Sandwell D T, Müller R D, Smith W H F, et al. New Global Marine Gravity Model from CryoSat-2 and Jason-1 Reveals Buried Tectonic Structure [J]. *Science*, 2014, 346(6205): 65-67
- [7] Sun Zhongmiao. Theory, Methods and Applications of Airborne Gravimetry [D]. Zhengzhou: Information Engineering University, 2004 (孙中苗. 航空重力测量理论、方法及应用研究 [D]. 郑州: 信息工程大学, 2004)
- [8] Zhang Xiangyu, Xu Xing, Liao Kaixun, et al. Result Analysis for Different Types of Gravimeters in Sea Trials [J]. *Hydrographic Surveying and Charting*, 2015, 35(5): 71-74 (张向宇, 徐行, 廖开训, 等. 多型号海洋重力仪的海上比测结果分析 [J]. 海洋测绘, 2015, 35(5): 71-74)
- [9] Wang Jinsong, Wu Qiong, Xu Xing, et al. Application of Absolute Gravimetric Measurement Technology in Marine Survey [J]. *Hydrographic Surveying and Charting*, 2016, 36(5): 43-46 (王劲松, 吴琼, 徐行, 等. 新型绝对重力仪在海洋重力基点测量中的应用 [J]. 海洋测绘, 2016, 36(5): 43-46)
- [10] Brown J M, Niebauer T M, Klingele E. Towards a Dynamic Absolute Gravity System [C]//Gravity, Geoid and Geodynamics, Alberta, Canada, 2000
- [11] Baumann H, Klingelé E E, Marson I. Absolute Airborne Gravimetry: A Feasibility Study [J]. *Geophysical Prospecting*, 2012, 60(2): 361-372
- [12] Bidel Y, Zahzam N, Blanchard C, et al. Absolute Marine Gravimetry with Matter-Wave Interferometry [J]. *Nature Communications*, 2018, 9: 627
- [13] Huang Motao, Zhai Guojun, Guan Zheng, et al. Determination and Application of Marine Gravity Field [M]. Beijing: Sino Maps Press, 2005 (黄谟涛, 翟国君, 管铮, 等. 海洋重力场测定及其应用 [M]. 北京: 测绘出版社, 2005)
- [14] Tan Lilong, Zhang Yantao, Wang Peng, et al. Measurement Principle and Development Status of Atomic Interference Gravimeter [J]. *Progress in Geophysics*, 2020, 4: 1310-1316 (谭立龙, 张彦涛, 王鹏, 等. 原子干涉重力仪测量原理与发展现状 [J]. 地球物理学进展, 2020, 4: 1310-1316)
- [15] Teng Yuntian, Wu Qiong, Guo Youguang, et al. New Type of High-Precision Absolute Gravimeter Base on Laser Interference [J]. *Progress in Geophysics*, 2013, 28(4): 2 141-2 147 (滕云田, 吴琼, 郭有光, 等. 基于激光干涉的新型高精度绝对重力仪 [J]. 地球物理学进展, 2013, 28(4): 2 141-2 147)
- [16] Huang Motao, Liu Min, Sun Lan, et al. Compensation and Analysis of Dynamic Environment Effect on Marine Gravimetry [J]. *Hydrographic Surveying and Charting*, 2015, 35(1): 1-6 (黄谟涛, 刘敏, 孙岚, 等. 海洋重力测量动态环境效应分析与补偿 [J]. 海洋测绘, 2015, 35(1): 1-6)
- [17] Ouyang Yongzhong. On Key Technologies of Data Processing for Air-Sea Gravity Surveys [D]. Wuhan: Wuhan University, 2013 (欧阳永忠. 海空重力测量数据处理关键技术研究 [D]. 武汉: 武汉大学, 2013)
- [18] Van Camp M, CamelBeeck T, Richard P. The FG5 Absolute Gravimeter: Metrology and Geophysics [J]. *Physica Magazine, Journal of the Belgian Society*, 2003, 25(3): 161-174
- [19] Wu Qiong. The Study of the Key Technology in High-Precision Absolute Gravimeter [D]. Beijing: Institute of Geophysics China Earthquake Administration, 2011 (吴琼. 高精度绝对重力仪关键技术研究 [D]. 北京: 中国地震局地球物理研究所, 2011)
- [20] Niebauer T M, Sasagawa G S, Faller J E, et al. A New Generation of Absolute Gravimeters [J]. *Metrologia*, 1995, 32(3): 159-180
- [21] Zhou Bin, Liu Bingqi, Zhang Yu. Analysis of Optical Characteristics of Cube Corner Retro-Reflector with Oblique Incident Angle [J]. *Laser & Infrared*, 2011, 41(11): 1 231-1 234 (周斌, 刘秉琦, 张瑜. 斜入射条件下角锥棱镜光学特性分析 [J]. 激光与红外, 2011, 41(11): 1 231-1 234)
- [22] Jiao Zhongke, Yue Yongjian. Analysis on the Maximum Incident Angle and Effective Reflection Area of Cube Corner Retro-Reflector [J]. *Semiconductor Optoelectronics*, 2014, 35(5): 811-816 (焦仲科, 岳永坚. 角锥棱镜的入射角及有效反射面积分析 [J]. 半导体光电, 2014, 35(5): 811-816)
- [23] Wu P F, Liu L T, Wang L, et al. A Gyro-Stabilized Platform Leveling Loop for Marine Gravimeter [J]. *Review of Scientific Instruments*, 2017, 88(6): 064501
- [24] Torge W. Geodesy [M]. Berlin: De Gruyter, 1991

- [25] Wu Qiong, Teng Yuntian, Zhang Bing, et al. Calculation of Measurement-Height in Development of the Absolute Gravimeter[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2017, 42(12): 1773-1778 (吴琼, 滕云田, 张兵, 等. 绝对重力仪研制中仪器测量高度的计算[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2017, 42(12): 1773-1778)
- [26] Johannes W J, Smilde P L. Qualitative Interpretation[M]. Berlin, Heidelberg: Springer, 2009
- [27] Long Jianfeng, Huang Dalun, Teng Yuntian, et al. Study on Vibration Scribing Algorithm for an Absolute Gravitational Measurement[J]. *Acta Seismologica Sinica*, 2012, 34(6): 865-872 (龙剑锋, 黄大伦, 滕云田, 等. 绝对重力仪测量结果的振动划线处理方法初步研究[J]. 地震学报, 2012, 34(6): 865-872)
- [28] Rothleitner C, Svitlov S, Mérimeche H, et al. Development of New Free-Fall Absolute Gravimeters[J]. *Metrologia*, 2009, 46(3): 283-297

## Error Correction Model and Uncertainty Analysis of the Shipborne Absolute Gravity Measurement System

WU Yanxiong<sup>1,2</sup> TENG Yuntian<sup>1</sup> WU Qiong<sup>1</sup> XU Xing<sup>3</sup> ZHANG Bing<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Institute of Geophysics, China Earthquake Administration, Beijing 100081, China

<sup>2</sup> School of Electronic Science and Control Engineering, Institute of Disaster Prevention, Sanhe 065201, China

<sup>3</sup> Guangzhou Marine Geological Survey, China Geology Survey, Guangzhou 510760, China

<sup>4</sup> Institute of Earthquake Forecasting, China Earthquake Administration, Beijing 100036, China

**Abstract: Objectives:** The laser interference absolute gravimeters can only work in static conditions until now, and absolute gravity measurement in a dynamic environment is one of the hotspots for future technological development. The shipboard absolute gravity measurement can overcome the problems of zero drift, calibration, and error accumulation of the marine relative gravity instruments, and improve their efficiency and reliability. **Methods:** We present an absolute gravity measurement system from a ship, which consisted of an absolute gravity instrument, a gyro-stabilized platform, a force balance accelerometer and GPS (global positioning system). Firstly, Four types of interference sources that the vertical fluctuation, the pitch and roll, the horizontal fluctuation and the Eötvös effect, which cause the measurement errors of the shipboard gravity measurement system, were analyzed. Then, the limits of dynamic measurement, the error correction methods and their accuracy were given. **Results and Conclusions:** Under current technical conditions, the precision of the shipboard absolute gravimeter measurement system can be better than  $\pm 1.1$  mGal. Therefore it provides theoretical support for further shipborne absolute gravity measurement experiments.

**Key words:** absolute gravity; marine gravity; shipborne; laser interference; error correction; uncertainty analysis

**First author:** WU Yanxiong, PhD candidate, associate professor, specializes in earth exploration technology. E-mail:wuyanxiong@cidp.edu.cn

**Corresponding author:** WU Qiong, PhD, professor. E-mail:wuqiong@cea-igp.ac.cn

**Foundation support:** The National Key Research and Development Program of China(2018YFC1503801); Special Support for Basic Scientific Research Business Expenses of the Institute of Geophysics, China Earthquake Administration (DQJB19B23).

**引文格式:** WU Yanxiong, TENG Yuntian, WU Qiong, et al. Error Correction Model and Uncertainty Analysis of the Shipborne Absolute Gravity Measurement System[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2022, 47(4): 492-500. DOI: 10.13203/j.whugis20190412(吴燕雄, 滕云田, 吴琼, 等. 船载绝对重力仪测量系统的误差修正模型及不确定度分析[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2022, 47(4): 492-500. DOI: 10.13203/j.whugis20190412)