



# 级比离散灰色模型在卫星钟差预报中的应用

梅长松<sup>1</sup> 黄海军<sup>1</sup> 蒋可<sup>1</sup> 夏磊<sup>1</sup> 潘雄<sup>1</sup>

<sup>1</sup> 中国地质大学(武汉)地理与信息工程学院,湖北 武汉,430078

**摘要:**针对传统灰色模型(grey model, GM)的拟合序列不能反映出建模数据序列级比动态变化这一问题,提出以建模序列的级比序列为对象,建立了能够反映出建模序列级比变化趋势的离散灰色模型(discret grey model, DGM),给出了该方法应用于卫星钟差预报的具体步骤。首先,对建模钟差序列生成对应的级比序列;然后,用DGM对级比序列建模并进行预报;最后,结合级比与钟差序列之间的关系,将级比预报结果还原得到相应的钟差预报值。采用iGMAS机构提供的事后精密钟差数据分别进行了单天和连续多天的预报试验,并与二次多项式模型(quadratic polynomial model, QPM)及GM预报结果进行对比分析。结果表明,在单天预报试验中,与QPM相比,所提方法得到的预报产品平均精度在北斗卫星导航系统(Beidou navigation satellite system, BDS)卫星和全球定位系统(global positioning system, GPS)卫星中分别提升了54.71%、46.40%;与GM相比,所提方法得到的预报产品平均精度在BDS卫星和GPS卫星中分别提升了82.96%、67.81%。在连续多天预报试验中,与QPM相比,该方法得到的预报产品多天平均精度在BDS卫星和GPS卫星中分别提升了38.15%、37.09%;与GM相比,该方法得到的预报产品多天平均精度在BDS卫星和GPS卫星分别提升了57.43%、26.30%。

**关键词:**钟差预报;灰色模型;级比序列;二次多项式模型

**中图分类号:**P228

**文献标志码:**A

卫星钟作为全球导航卫星系统的核心载荷之一,它的性能以及卫星钟差预报的准确性、可靠性是影响整个系统定位、导航及授时服务能力的关键因素之一<sup>[1-3]</sup>。在长时间得不到地面监控系统支持的情况下,卫星自主导航技术需要地面预报一段时间的卫星星历和钟差作为先验信息,以实现系统的自主运行<sup>[1]</sup>;在实时精密单点定位过程中,需要钟差预报结果参与计算实现高精度定位<sup>[2]</sup>。因此,有必要对卫星钟差的精确预报方法进行研究。

现有研究成果表明,星载原子钟的频率总波动由几种不同的噪声线性叠加而成<sup>[3]</sup>,很难建立统一的卫星钟运行模型。研究人员提出了多种钟差预报方法,并对这些方法进行了改进<sup>[4-10]</sup>,其中,二次多项式模型(quadratic polynomial model, QPM)和灰色模型(grey model, GM)是最为常用且具有代表性的两种钟差预报模型。QPM物理意义明确,短期预报效果较为理想,但把卫星钟差当作时间的函数,其误差累积会随着预报时间

的延长而显著增大。考虑到星载原子钟相当敏感,且容易受到外界运行环境和自身老化因素的影响,符合灰色系统的特点,文献[1]最早将GM引入卫星钟差预报,获得了较高的预报精度。GM只需要少数几个历元的钟差数据就可通过生成变换序列来建模,求解参数,继而预报钟差,减少了要使用的数据量,提高了建模速度。GM的实质是用一条指数曲线去拟合建模数据序列的一次累加生成序列,再通过拟合函数进行一次累加序列的预报,而实际上一次累加的数据处理方法对于一个非负序列可以使其累加序列呈单增趋势,但不能保证它一定存在指数变化速度,且变化速度并不恒定,因此,在实际钟差预报应用中,GM有时会出现较大误差,甚至完全失去预报作用<sup>[11]</sup>。为了提高GM预报卫星钟差序列的能力,文献[11]分析了发展系数和灰作用量对GM预报精度的影响,通过微调这两个参数来改善GM的预报能力,但对于不同变化趋势的钟差序列,并未给出有效的参数优化方法;文献[12]提

收稿日期:2020-06-16

项目资助:国家自然科学基金(41874009,41476087);国家重点研发计划(2016YFC0802206-3)。

第一作者:梅长松,硕士生,主要研究方向为卫星钟数据处理理论与方法研究。1697758301@qq.com

通讯作者:潘雄,博士,教授。pxjlh@163.com

出了预报模型指数系数的概念,通过对不同的钟差序列设置合适的指数系数来改进 GM,从而提高钟差预报精度,然而,对于如何获得最优指数系数的问题,未做进一步研究;文献[13]提出了一种先用含参二次对数函数变换的方法对原始数据进行平滑处理,再用自适应双子群改进粒子群算法优化发展系数和灰作用量的预报策略,提高了模型的预报精度;文献[14]提出了用最小一乘准则估计 GM 参数,克服了钟差波动较大情况下最小二乘准则的不足。

从以上分析可以看出,已有的方法主要是在优化模型参数和提高建模数据序列的光滑程度两方面对 GM 进行了改进,忽略了钟差序列级比动态变化规律所反映出的信息。基于此,本文以建模钟差数据的级比序列为对象,建立了能够反映出建模钟差序列级比变化趋势的离散灰色模型(discrect grey model, DGM)。首先,对建模钟差序列生成对应的级比序列;然后,用 DGM 对级比序列建模,通过最小二乘法求解参数,继而对级比进行预报;最后,根据级比预报值还原出钟差预报结果。采用 iGMAS 机构提供的事后精密钟差数据,以 QPM 和 GM 作为对比模型分别进行了单天和连续多天的试验分析,验证了本文方法的有效性,特别是对于一些 GM 无法预报的钟差序列,本文方法仍然能取得较好的预报效果,显示了一定的优越性。

## 1 预报模型原理

### 1.1 GM 及其拟合序列级比分析

设  $X^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2) \cdots x^{(0)}(n)\}$  为非负钟差序列,通过对  $X^{(0)}$  进行一次累加生成处理,建立 GM,再进行累减还原处理得到钟差序列  $X^{(0)}$  的预报模型<sup>[11-13]</sup>:

$$\begin{cases} \hat{x}^{(0)}(1) = x^{(0)}(1) \\ \hat{x}^{(0)}(k+1) = (1 - e^{\hat{a}}) \left[ x^{(0)}(1) - \frac{\hat{u}}{\hat{a}} \right] e^{-\hat{a}k} \end{cases} \quad (1)$$

式中,参数  $\hat{a}$  为发展系数估计值;参数  $\hat{u}$  为灰作用量估计值,通常由最小二乘法解出。

考虑到建模钟差序列中相邻数据之间的相关性,引入级比的概念。由式(1)可得 GM 拟合序列的级比为:

$$\hat{c}^{(0)}(k) \triangleq \frac{\hat{x}^{(0)}(k+1)}{\hat{x}^{(0)}(k)} = e^{-\hat{a}} \quad (2)$$

式中,  $\hat{c}^{(0)}$  为拟合序列的级比序列。从式(2)可以看出,一旦根据最小二乘准则<sup>[1]</sup>确定了 GM 最优

发展系数  $\hat{a}$ , 则 GM 拟合序列的级比就是一个定值  $e^{-\hat{a}}$ , 只对纯指数增长序列的拟合具有无偏性。但是卫星钟差序列并不是纯指数增长的序列,级比也不是定值,因此,当钟差序列级比变动幅度很大的情况下,用恒定的级比值代替变化的级比进行拟合、预报容易造成较大误差。

### 1.2 基于级比序列的卫星钟差预报模型

为了得到更高精度的钟差预报产品,本文利用建模钟差序列的级比变化信息对级比序列进行预报,并用于卫星钟差的预报中,采用 DGM 建级比序列模型。

设有一组干净的非负钟差序列为:  $X^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2) \cdots x^{(0)}(n)\}$ , 定义  $c^{(0)}$  为序列  $X^{(0)}$  在时刻  $k = 1, 2 \cdots n - 1$  的级比。其中:

$$c^{(0)}(k) \triangleq \frac{x^{(0)}(k+1)}{x^{(0)}(k)} \quad (3)$$

通过对  $c^{(0)} = \{c^{(0)}(1), c^{(0)}(2) \cdots c^{(0)}(n-1)\}$  进行一次累加生成处理,得到一个生成序列为:

$$c^{(1)} = \{c^{(1)}(1), c^{(1)}(2) \cdots c^{(1)}(n-1)\} \quad (4)$$

式中,  $c^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k c^{(0)}(i)$ 。

为了避免传统灰色模型中的连续模型向离散模型转换引入新的误差,本文采用离散形式的灰色模型 DGM 对级比序列进行建模, DGM 的数学表达式如下<sup>[15]</sup>:

$$c^{(1)}(k+1) = \beta_1 c^{(1)}(k) + \beta_2 \quad (5)$$

式中,  $\beta = [\beta_1 \ \beta_2]^T$  为参数列, 设

$$\begin{cases} B = \begin{bmatrix} c^{(1)}(1) & c^{(1)}(2) & \cdots & c^{(1)}(n-2) \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \\ Y = [c^{(1)}(2) \ c^{(1)}(3) \ \cdots \ c^{(1)}(n-1)]^T \end{cases} \quad (6)$$

根据最小二乘法,可得到式(5)参数列  $\beta$  的最小二乘解为:

$$\hat{\beta} = [\hat{\beta}_1 \ \hat{\beta}_2]^T = (B^T B)^{-1} B^T Y \quad (7)$$

由初始条件  $\hat{c}^{(1)}(1) = c^{(1)}(1) = c^{(0)}(1)$ , 则级比一次累加序列  $c^{(0)}$  拟合递推函数为:

$$\hat{c}^{(1)}(k+1) = \hat{\beta}_1^k c^{(0)}(1) + \frac{1 - \hat{\beta}_1^k}{1 - \hat{\beta}_1} \hat{\beta}_2, k = 1, 2 \cdots n - 2 \quad (8)$$

通过累减还原,即得到序列  $c^{(0)}$  的预报公式:

$$\begin{cases} \hat{c}^{(0)}(1) = \hat{c}^{(1)}(1) \\ \hat{c}^{(0)}(k+1) = \hat{c}^{(1)}(k+1) - \hat{c}^{(1)}(k) = \\ \quad (\hat{\beta}_1 - 1) \hat{\beta}_1^{k-1} c^{(0)}(1) + \hat{\beta}_1^{k-1} \hat{\beta}_2 \end{cases} \quad (9)$$

其一般形式为:

$$\hat{c}^{(0)}(k+p) = (\hat{\beta}_1 - 1)\hat{\beta}_1^{k+p-2}c^{(0)}(1) + \hat{\beta}_1^{k+p-2}\hat{\beta}_2 \quad (10)$$

式中,  $p$  为预报点数, 由以上预报模型可对未来任意时刻的级比进行预报。将式(10)代入式(3), 得到基于级比序列预报的钟差预报递推函数为:

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{c}^{(0)}(k)\hat{x}^{(0)}(k) \quad (11)$$

### 1.3 解算步骤

利用基于级比序列的 DGM 进行卫星钟差预报的具体步骤如下:

1) 数据预处理。对原始钟差序列, 采用中位数粗差探测法<sup>[16]</sup>对卫星钟差进行数据预处理, 剔除序列中的粗差与钟跳等异常值, 再用拉格朗日插值法补齐, 得到一组干净的钟差序列  $X^{(0)}$ 。

2) 根据式(3)对钟差序列相邻历元作一次比, 得到一组新的时间序列  $c^{(0)}$ 。

3) 用 DGM 对建模钟差序列的  $c^{(0)}$  进行建模, 通过最小二乘法求解模型参数, 并根据式(10)预报未来任意时刻的级比值。

4) 根据式(11), 由得到的级比预报值经过还原处理得到  $X^{(0)}$  的预测式为:

$$\hat{x}^{(0)}(n+k) = x^{(0)}(n) \prod_{i=1}^k \hat{c}^{(0)}(n-1+i) \quad (12)$$

式中,  $k=1, 2, \dots, m$ ,  $m$  为预报历元个数。

## 2 算例与分析

本文试验数据来源于 iGMAS 官方网站 (<http://www.igmas.org>) 提供的 2019-03-27—2019-04-06 共 11 d 的连续精密钟差产品, 采样间隔为 5 min。考虑到中国北斗二代系统搭载的卫星钟均为国产铷原子钟, 故本文选取 BDS/GPS 数据完整性较好的各种类型的数颗铷钟的事后精密钟差数据作为试验数据, 卫星号分别是 GEO (C02)、IGSO (C07、C08、C09)、MEO (C12、C14)、IIF (G01、G25)、IIR (G11、G28)、IIR-M (G17、G29)。以精密钟差值作为标准, 来评估每种模型的预报精度。采用的统计量为均方根误差 (root mean squared error, RMSE) 值。

### 2.1 卫星钟差级比序列分析

根据式(3)生成 11 d 钟差数据对应的级比序列, 选择 5 颗具有代表性的卫星, 如图 1 所示。

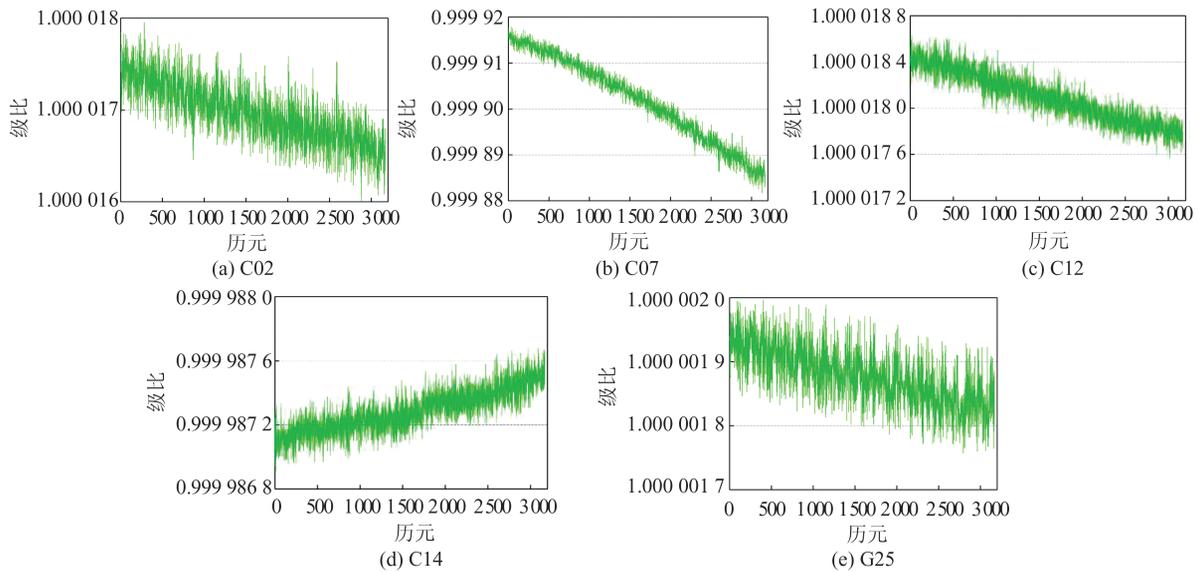


图1 各颗卫星的钟差级比序列图

Fig.1 Stepwise Ratio Sequence Chart of Satellite Clock Offset

从图 1 可以看出, 各颗卫星钟差序列的级比值并不像 GM 假定的那样恒定不变, 且各颗卫星的钟差级比变化幅度、趋势和规律各不相同。其中, C07 (IGSO) 卫星级比序列变化较为剧烈, C02 (GEO)、C07 (IGSO)、C12 (MEO)、C14 (MEO)、G25 (IIF) 这 5 颗卫星的级比序列表现出的变化趋势较为明显。卫星钟差数据主要由趋势项成分和随机项成分组成, 图 1 所示的各颗卫星钟差级

比序列线性变化部分可视为由卫星钟差趋势项变化影响引起的, 而钟差随机变化部分则导致了级比序列的非线性摆动。其他卫星的钟差级比情况跟图 1 类似。所以 GM 通过由一个解得的公比确定的等比数列去拟合并预报卫星钟差序列是有不足的, 因此, 本文认为有必要先对级比序列进行预报, 再根据式(12)还原得到卫星钟差预报值。

### 2.2 单天预报

为了对比 QPM、GM 和基于级比序列的 DGM(简记为 SDGM)的预报效果,对以上 12 颗卫星的精密钟差数据进行预报试验分析,用 2019-03-27 的数据建模,分别采用 QPM、GM、SDGM 预报 2019-03-28(即 24 h)的钟差序列。

根据本文提出的预报方法,在进行卫星钟差预报之前,需要先根据第 1 天的钟差级比序列,采用 DGM 预报第 2 天的钟差级比序列,再根据级比序列的预报结果经过还原处理才能得到最终的钟差预报值。部分卫星第 2 天钟差的级比序列真值及预报值如图 2 所示。

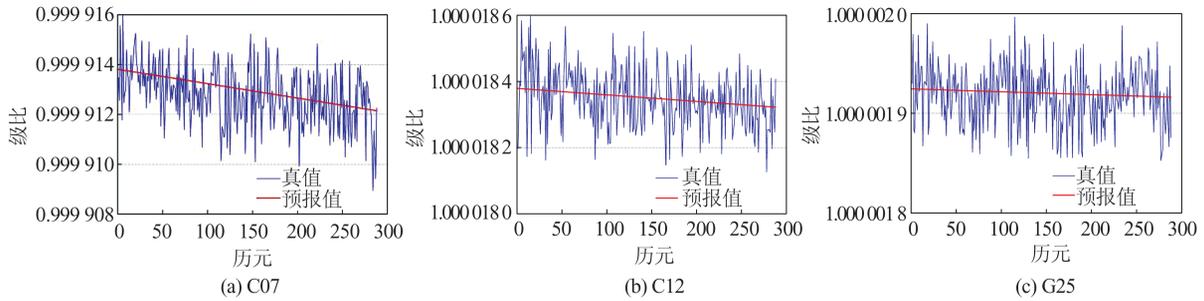


图 2 卫星的钟差级比序列预报图

Fig.2 Stepwise Ratio Sequence Prediction Charts of Satellite Clock Offset

从图 2 中可以看出, DGM 可以预报出级比序列变化的大体趋势,因此,用 DGM 预报卫星钟差的级比序列是合理可行的,其他卫星的级比预报

情况跟图 2 类似。

采用 3 种不同预报模型进行预报的预报残差如图 3 所示。

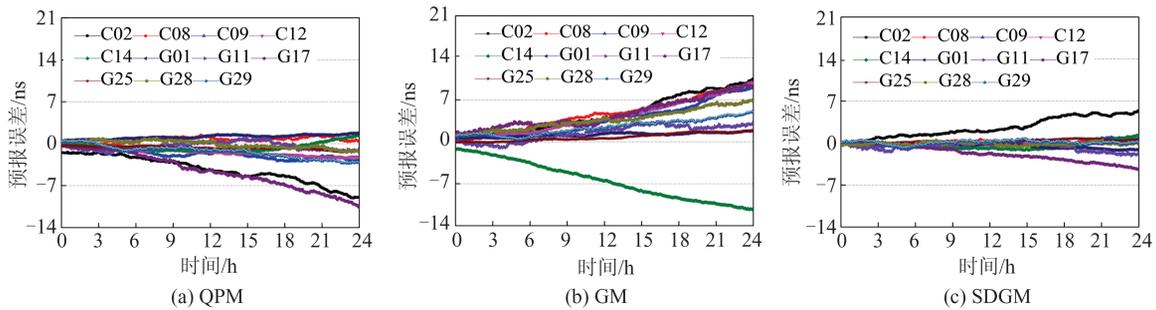


图 3 不同预报模型下各颗卫星(C07除外)24 h 预报误差序列

Fig.3 24 Hours Prediction Errors of Satellites (Except C07) Under Different Forecast Models

图 4 和表 1 给出了 3 种不同模型预报结果的精度统计,以及 SDGM 与 QPM、GM 的预报值的改进率。

星预报精度分别达到 0.36 ns、0.33 ns、0.30 ns、0.31 ns,精度提升显著;对于本文选用的 12 颗卫星试验数据,SDGM 模型预报误差绝对值均小于 7 ns,而 QPM 和 GM 预报效果相对较差。

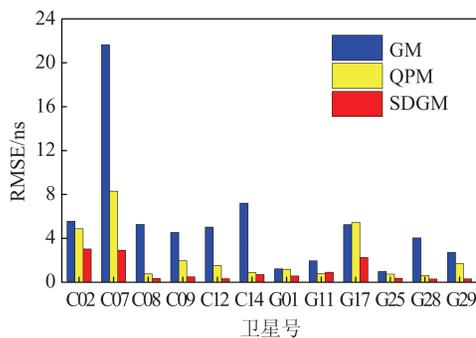


图 4 不同预报模型预报结果的精度统计图

Fig.4 Accuracy Statistics of Different Forecast Models

1)通过图 3 和表 1 可看出,采用 SDGM 误差的发散程度显著减小,且 C08、C12、G28、G29 卫

2)从图 3(c)可以发现,各颗卫星 SDGM 预报残差起点偏差均接近于 0,这是因为该模型钟差预报值由建模钟差序列最后一个历元的钟差数据与级比序列预报值的累乘得来的。

3)从图 4 和表 1 可以看出,GM 应用于 C07 号卫星钟差预报时严重失效,图 1、图 2 显示 C07 号卫星级比变动幅度较大,用指数函数去预报造成了较大的预报误差,但当采用 SDGM 进行预报时,由于该模型修正了级比值,预报精度显著提高,这说明了在钟差预报中 SDGM 比 GM 更具有普适性。

表1 不同预报模型预报结果的精度统计

Tab.1 Accuracy Statistics of Different Forecast Models

卫星号	QPM /ns	GM /ns	SDGM /ns	SDGM改进率/%	
				相比QPM	相比GM
C02	4.87	5.56	3.03	37.78	45.50
C07	8.30	21.64	2.92	64.82	86.51
C08	0.76	5.27	0.36	52.63	93.17
C09	1.95	4.54	0.50	74.36	88.97
C12	1.53	5.03	0.33	78.43	93.44
C14	0.89	7.20	0.71	20.22	90.14
G01	1.18	1.22	0.58	50.85	52.46
G11	0.79	1.96	0.91	-15.19	53.57
G17	5.46	5.25	2.26	58.61	56.95
G25	0.75	0.99	0.37	50.67	62.63
G28	0.62	4.05	0.30	51.61	92.59
G29	1.71	2.73	0.31	81.87	88.64
均值	2.40	5.45	1.05	50.56	75.38

### 2.3 多天预报

为了更好地说明本文预报方法的适用性,分别用前一天的钟差数据建模,采用QPM、GM及SDGM依次预报后一天(即24 h)的已知钟差序

列,对2019-03-28—2019-04-06共10 d的精密卫星钟差数据进行预报。图5给出了10 d中各颗卫星预报误差RMSE值。多天预报平均精度统计如表2所示。

表2 多天预报平均精度统计

Tab.2 Average Accuracy Statistics of Multiday Forecast

卫星号	QPM /ns	GM /ns	SDGM /ns	SDGM改进率/%	
				相比QPM	相比GM
C02	4.79	5.20	2.70	43.63	48.08
C07	6.46	28.30	3.42	47.06	87.92
C08	4.45	3.51	2.31	48.09	34.19
C09	5.19	5.64	3.13	39.69	44.50
C12	1.57	5.57	0.96	38.85	82.76
C14	2.42	4.05	2.14	11.57	47.16
G01	0.83	1.17	0.71	14.46	39.32
G11	4.68	2.91	2.50	46.58	14.09
G17	5.17	5.08	3.03	41.39	40.35
G25	1.13	0.86	0.74	34.51	13.95
G28	5.57	4.12	2.60	53.32	36.89
G29	2.23	1.74	1.51	32.29	13.22
均值	3.71	5.68	2.15	37.62	41.87

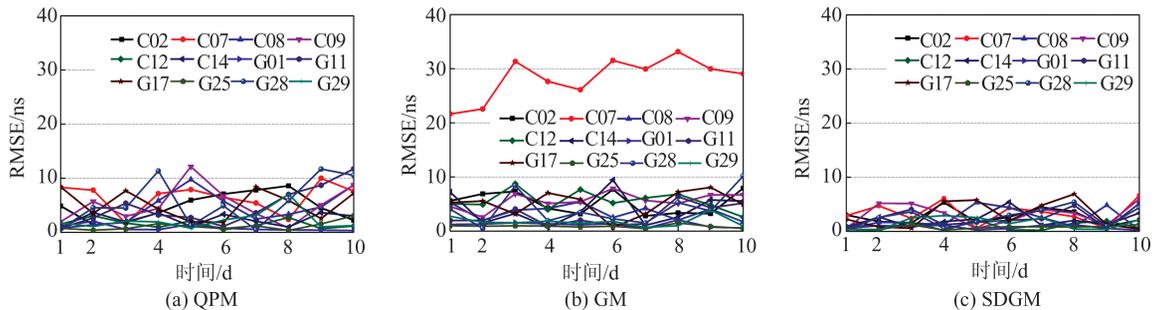


图5 不同预报模型下多天预报精度统计

Fig.5 Multiday Forecast Accuracy Statistics Under Different Forecast Models

从图5和表2可以看出:(1)在连续10 d的24 h预报过程中,传统灰色模型对C07号卫星钟差预报失效,而QPM和SDGM取得了较好的预报精度,这说明了QPM和SDGM的普适性优于GM。(2)对比分析除C07号外其他11颗卫星预报残差RMSE值的变化曲线可以看出,QPM与GM的预报效果相当,RMSE值大体上均小于12 ns,而SDGM预报效果最优,大部分RMSE值小于6 ns, RMSE曲线发散程度也明显小于其他两种预报模型。(3)从多天预报平均精度的统计结果可以看出,对于本文所选的12颗卫星钟差试验数据,SDGM的10 d平均预报精度在不同程度上优于GM和QPM,说明了本文所提模型的优越性。事实上,SDGM的优势在于更好地提取了原始钟差序列的灰信息,即级比序列的动态变化信息,

而GM则以固定的级比去模拟钟差数据。

## 3 结语

为了提高卫星钟差预报的精度,本文提出一种先对钟差级比序列进行建模、预报,再利用钟差序列与级比序列的关系进行还原的钟差预报方法。该方法综合考虑了建模钟差序列级比的动态变化信息。

预报试验结果验证了本文方法能以较高的精度和相对稳定的性能进行卫星钟差预报,其预报精度和普适性明显优于常用的QPM和GM。此外,该方法解决了当卫星钟差级比变动幅度剧烈时,GM预报失效的问题,为高精度的卫星钟差预报提供了一种新思路。

## 参 考 文 献

- [1] Cui Xianqiang, Jiao Wenhai. Grey System Model for the Satellite Clock Error Predicting [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2005, 30(5):447-450 (崔先强, 焦文海. 灰色系统模型在卫星钟差预报中的应用[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2005, 30(5):447-450)
- [2] Zheng Zuoya, Dang Yamin, Lu Xiushan, et al. Prediction Model with Periodic Item and Its Application to the Prediction of GPS Satellite Clock Bias [J]. *Acta Astronomica Sinica*, 2010, 51(1):95-102 (郑作亚, 党亚民, 卢秀山, 等. 附有周期项的预报模型及其在GPS卫星钟差预报中的应用研究[J]. 天文学报, 2010, 51(1):95-102)
- [3] Allan D W. Time and Frequency (Time-Domain) Characterization, Estimation, and Prediction of Precision Clocks and Oscillators [J]. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 1987, 34(6):647-654
- [4] Huang Guanwen, Zhang Qin, Xu Guochang. Real-Time Clock Offset Prediction with an Improved Model [J]. *GPS Solution*, 2014, 18(1):95-104
- [5] Xu Bo, Wang Ying, Yang Xuhai. Navigation Satellite Clock Error Prediction Based on Functional Network [J]. *Neural Process Letters*, 2013, 38(2):305-320
- [6] Zhang X, Li X, Guo F. Satellite Clock Estimation at 1 Hz for Realtime Kinematic PPP Applications [J]. *GPS Solution*, 2011, 15(4):9-17
- [7] Heo Y J, Cho J, Heo M B. Improving Prediction Accuracy of GPS Satellite Clocks with Periodic Variation Behavior [J]. *Measurement Science and Technology*, 2010, 21(7):3 001-3 008
- [8] Lei Yu, Zhao Danning, Li Bian, et al. Prediction of Satellite Clock Bias Based on Wavelet Transform and Least Squares Support Vector Machines [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2014, 39(7):815-819 (雷雨, 赵丹宁, 李变, 等. 基于小波变换和最小二乘支持向量机的卫星钟差预报[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2014, 39(7):815-819)
- [9] Tomasz H, Jaroslaw B. IGS RTS Precise Orbits and Clocks Verification and Quality Degradation [J]. *GPS Solution*, 2015, 19(1):93-105
- [10] Li Wentao, Bian Shaofeng, Ren Qingyang, et al. Kernel Extreme Learning Machine Based on Particle Swarm Optimization for Prediction of BeiDou Ultra-Rapid Clock Offset [J]. *Journal of Astronautics*, 2019, 40(9):1 080-1 088 (李文涛, 边少锋, 任青阳, 等. 基于粒子群优化核极限学习机的北斗超快速钟差预报[J]. 宇航学报, 2019, 40(9):1 080-1 088)
- [11] Lu Xiaofeng, Yang Zhiqiang, Jia Xiaolin, et al. Parameter Optimization Method of Grey System Theory for the Satellite Clock Error Prediction [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2008, 33(5):492-495 (路晓峰, 杨志强, 贾晓林, 等. 灰色系统理论的优化方法及其在卫星钟差预报中的应用[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2008, 33(5):492-495)
- [12] Zheng Zuoya, Chen Yongqi, Lu Xiushan. An Improved Grey Model for the Prediction of Real-Time GPS Satellite Clock Bias [J]. *Acta Astronomica Sinica*, 2008, 49(3):306-320 (郑作亚, 陈永奇, 卢秀山. 灰色模型修正及其在实时GPS卫星钟差预报中的应用研究[J]. 天文学报, 2008, 49(3):306-320)
- [13] Li Chenglong, Chen Xihong, Liu Jiye, et al. Predicting Satellite Clock Errors Using Grey Model Optimized by Adaptive TS-IPSO [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2018, 43(6):854-859 (李成龙, 陈西宏, 刘继业, 等. 利用自适应TS-IPSO优化的灰色系统预报卫星钟差[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2018, 43(6):854-859)
- [14] Yu Ye, Huang Mo, Wang Xiaoqing, et al. Navigation Satellite Clock Bias Prediction Based on Grey Model Improved by Least Absolute Deviations [J]. *Bulletin of Surveying and Mapping*, 2019(4):1-6 (于焯, 黄默, 王小青, 等. 利用最小一乘法改进的灰色模型的导航卫星钟差预报[J]. 测绘通报, 2019(4):1-6)
- [15] Wang Junfang, Luo Dang. Fractional Order Discrete Grey GM(1,1) Power Model Based on Oscillation Sequence and Its Application [J]. *Control and Decision*, 2017, 32(1):176-180 (王俊芳, 罗党. 振荡序列的分数阶离散GM(1,1)幂模型及其应用[J]. 控制与决策, 2017, 32(1):176-180)
- [16] Wu Jing. Using the Median GPS Satellite Clock Jump Detection Method [J]. *Science of Surveying and Mapping*, 2015, 40(6):36-41 (吴静. 利用中位数的GPS卫星钟跳探测方法[J]. 测绘科学, 2015, 40(6):36-41)

## Application of Discrete Grey Model Based on Stepwise Ratio Sequence in the Satellite Clock Offset Prediction

MEI Changsong<sup>1</sup> HUANG Haijun<sup>1</sup> JIANG Ke<sup>1</sup> XIA Lei<sup>1</sup> PAN Xiong<sup>1</sup>

<sup>1</sup> School of Geography and Information Engineering, China University of Geosciences, Wuhan 430078, China

**Abstract: Objectives:** The fitting sequence of the traditional grey model (GM) cannot reflect the dynamic change of the stepwise ratio of the modeling data sequence, and the accuracy of the satellite clock offset prediction results need to be improved. **Methods:** The stepwise ratio sequence of modeling data is proposed as target, and a discrete grey model (DGM) that reflects the trend of the modeling data sequence stepwise ratio is established. The specific steps of the method applied to satellite clock offset prediction are given as well. We first generate a corresponding stepwise ratio sequence for the modeling clock offset sequence. Then, the stepwise ratio sequence is used for DGM modeling and forecasting. Finally, after combining the relationship between the stepwise ratio and the modeled clock offset sequence, the forecast results are restored to obtain the corresponding clock offset prediction value. **Results:** The post-precision clock offset data provided by iGMAS are used for forecasting experiments, and evaluate the quadratic polynomial model (QPM) and the GM forecast results. The results show that the improved algorithm clock offset prediction accuracy is better than those of the QPM and GM. In the single-day forecast test, the average accuracy of forecast products obtained by this method. Compared to the QPM results, BeiDou navigation satellite system (BDS) satellites and global positioning system (GPS) satellites are increased by 54.71% and 46.40%, respectively, and compared to the GM results, BDS satellites and GPS satellites are increased by 82.96% and 67.81%, respectively. In the continuous multi-day forecasting experiment, BDS satellites and GPS satellites are increased by 38.15% and 37.09% compared to the QPM results, respectively, and BDS satellites and GPS satellites are increased by 57.43% and 26.30% compared with the GM results, respectively. **Conclusions:** The prediction test results verify that the proposed method can predict satellite clock offset with high accuracy and relatively stable performance, and its prediction accuracy and universality are significantly better than the commonly used QPM and GM algorithms. In addition, this method solves the problem that the GM prediction fails when the satellite clock offset stepwise ratio changes drastically, and provides a new idea for high-precision satellite clock offset prediction.

**Key words:** clock offset prediction; grey model; stepwise ratio sequence; quadratic polynomial model

**First author:** MEI Changsong, postgraduate, specializes in the theory and method of satellite clock data processing. E-mail: 1697758301@qq.com

**Corresponding author:** PAN Xiong, PhD, professor. E-mail: pxjlh@163.com

**Foundation support:** The National Natural Science Foundation of China (41874009, 41476087); the National Key Research and Development Program of China (2016YFC0802206-3).

**引文格式:** MEI Changsong, HUANG Haijun, JIANG Ke, et al. Application of Discrete Grey Model Based on Stepwise Ratio Sequence in the Satellite Clock Offset Prediction[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2021, 46(8): 1154-1160. DOI: 10.13203/j.whugis.20190291 (梅长松, 黄海军, 蒋可, 等. 级比离散灰色模型在卫星钟差预报中的应用[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2021, 46(8): 1154-1160. DOI: 10.13203/j.whugis.20190291)