



GNSS垂直位移反演区域地表质量变化的模拟分析

李贤炮, 钟波, 刘滔

引用本文:

李贤炮, 钟波, 刘滔. GNSS垂直位移反演区域地表质量变化的模拟分析[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2022, 47(1): 45–54.

LI Xianpao, ZHONG Bo, LIU Tao. Simulation Analysis of Inverting Regional Surface Mass Variations Using GNSS Vertical Displacement[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2022, 47(1): 45–54.

相似文章推荐 (请使用火狐或IE浏览器查看文章)

Similar articles recommended (Please use Firefox or IE to view the article)

[星基反演TEC与地基GNSS TEC数据融合可行性分析](#)

Feasibility of the Data Fusion Between Space-Borne and Ground-Based TEC Products

武汉大学学报·信息科学版. 2020, 45(4): 557–564 <https://doi.org/10.13203/j.whugis20180293>

[融合InSAR和GNSS的三维形变监测:利用方差分量估计的改进SISTEM方法](#)

武汉大学学报·信息科学版. 2021, 46(10): 1598–1608 <https://doi.org/10.13203/j.whugis20210113>

[GNSS水汽层析的自适应代数重构算法](#)

Adaptive Algebraic Reconstruction Algorithms for GNSS Water Vapor Tomography

武汉大学学报·信息科学版. 2021, 46(9): 1318–1327 <https://doi.org/10.13203/j.whugis20190387>

[附加高水平分辨率PWV约束的GNSS水汽层析算法](#)

GNSS Water Vapor Tomography Algorithm Constrained with High Horizontal Resolution PWV Data

武汉大学学报·信息科学版. 2021, 46(11): 1627–1635 <https://doi.org/10.13203/j.whugis20210055>

[利用AB算法进行高分四号卫星数据反照率反演](#)

Retrieval of GF-4 Satellite Image Data Surface Albedo Based on Angular Bin Algorithm

武汉大学学报·信息科学版. 2020, 45(4): 542–549 <https://doi.org/10.13203/j.whugis20180291>



GNSS垂直位移反演区域地表质量变化的模拟分析

李贤炮¹ 钟波^{1,2} 刘滔¹

¹ 武汉大学测绘学院, 湖北 武汉, 430079

² 地球空间环境与大地测量教育部重点实验室, 湖北 武汉, 430079

摘要:连续密集的全球导航卫星系统(global navigation satellite system, GNSS)地表形变监测为反演精细的区域地表质量变化提供了有效技术手段。针对格林函数方法反演区域地表质量变化的病态问题,给出了一种改进的正则化拉普拉斯约束矩阵,讨论了广义交叉检验(generalized cross-validation, GCV)方法在病态方程正则化参数选取中的适应性,并通过数值模拟分析了GNSS垂直位移的噪声水平和测站数量及分布对反演结果的影响。结果表明:(1)给出的正则化拉普拉斯矩阵相比传统的拉普拉斯矩阵能更有效抑制边缘效应的影响;(2)GCV方法可以有效地确定最优正则化参数,其反演结果与均方根误差(root mean square error, RMSE)最小方法的反演结果符合较好;(3)GNSS垂直位移的噪声水平越小,测站数越多,反演结果越好,并且在测站数达到一定的条件下,均匀分布测站与随机分布测站的反演结果精度相当。

关键词:地表垂直位移;区域地表质量变化;格林函数方法;模拟分析;Tikhonov正则化

中图分类号:P228

文献标志码:A

地表质量变化主要包括地表水的季节性变化、冰雪消融及板块运动等地球物理现象。多数学者利用重力恢复与气候实验(gravity recovery and climate experiment, GRACE)时变重力场,并结合水文模型、大气模型等研究全球或区域的地表质量变化^[1-3]。然而,GRACE时空分辨率有限,并且缺少独立的数据对其进行核验,同时,GRACE和其继任者GRACE Follow-on计划之间存在较长的数据空白,因此,需要考虑其他大地测量手段来弥补卫星重力技术的不足。由于季节性尺度的地表质量变化会导致地壳发生形变,这种形变能够被全球导航卫星系统(global navigation satellite system, GNSS)以毫米级精度连续地观测到,因此,可以利用GNSS地表形变数据独立地反演地表质量变化。利用GNSS地表形变数据反演区域地表质量变化主要采用格林函数方法,它是在空域内由质量负荷和格林函数的卷积来表示地表形变量,通过建立格网模型以地表形变为观测值求解格网质量负荷变化,特别适用于有密集GNSS观测数据的区域地表质

量变化反演^[4-6]。GNSS垂直位移相比水平位移对地表质量变化更为敏感,质量负荷引起的垂直位移往往比水平位移大得多,且水平位移主要是包含如板块运动、参考系漂移等大的趋势运动^[7]。在日本东北部地区,地表积雪负荷的季节性变化会导致全球定位系统(global positioning system, GPS)站点发生沉降和抬升^[8];文献[5]利用GPS垂直位移反演加利福尼亚州陆地水储量变化,GPS反演结果与GRACE有较好的一致性;文献[6,9-10]利用GPS垂直位移分别研究了美国华盛顿、俄勒冈州和中国云南省等地区的陆地水储量变化,说明GPS反演结果与GRACE以及水文模型反演结果有较强的相关性。文献[11]采用GPS连续时间序列研究了美国西南部的陆地水储量变化,并探测到美国西南部2012年的严重干旱,表明GPS形变可以作为干旱的一个指示器。以上研究表明,GNSS作为现代大地测量技术的重要手段,其连续时间序列包含了丰富的地球物理信息,利用连续密集的GNSS垂直位移时间序列可以反演精细的区域地表质量变化。

收稿日期: 2020-11-05

项目资助:国家重点研发计划(2018YFC1503503);国家自然科学基金(41974015, 42061134007);民用航天技术预先研究(D010103)。

第一作者:李贤炮,博士生,主要从事GNSS数据处理与应用研究。lixianpao@whu.edu.cn

通讯作者:钟波,博士,副教授。bzhong@sgg.whu.edu.cn

利用GNSS垂直位移反演区域地表质量变化属于离散病态问题,传统的方法是采用Tikhonov正则化方法求解病态问题,并以拉普拉斯矩阵作为正则化约束矩阵,采用L曲线法选取正则化参数^[9]。然而,L曲线方法的曲率最大拐点有时难以准确获取^[12],并且传统的拉普拉斯约束矩阵不能很好地处理边缘效应。

针对以上问题,首先,本文给出了一种改进的正则化拉普拉斯约束矩阵,可有效地抑制边缘效应的影响;然后,通过数值模拟分析了广义交叉检验方法(generalized cross-validation, GCV)^[13]在最优正则化参数选取中的适应性;最后,讨论了GNSS垂直位移在不同噪声水平和测站数量及分布情况下对反演区域地表质量变化的影响。

1 反演模型

根据弹性负荷理论,地表质量负荷变化引起的地球形变可以近似表示为弹性形变^[14]。假设将一个质量均匀、角半径为 α 的质量圆盘放在球对称、自引力、弹性和各向同性的地球表面,圆盘总质量为^[7]:

$$\Delta M = S h_w \rho_w = 2\pi(1 - \cos\alpha) R^2 h_w \rho_w \quad (1)$$

式中, ΔM 代表圆盘质量; $\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$ 为水的密度; h_w 为等效水高; R 为地球平均半径; S 为圆盘面积。由地表负荷引起的扰动位为^[14]:

$$\Phi(\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \Gamma_n \frac{4\pi GR}{2n+1} P_n(\cos\theta) \quad (2)$$

式中, G 为万有引力常数; P_n 为勒让德多项式, n 为阶数; θ 为点负荷与GNSS测站之间的角距; Γ_n 可采用以下递推公式计算^[7]:

$$\begin{cases} \Gamma_0 = \frac{1}{2}(1 - \cos\alpha), n=0 \\ \Gamma_n = \frac{P_{n-1}(\cos\alpha) - P_{n+1}(\cos\alpha)}{2}, n>0 \end{cases} \quad (3)$$

连续的GNSS时间序列可以监测由地表质量变化引起的垂直和水平位移,在实际应用中主要采用对区域地表质量变化更为敏感的垂直位移进行反演。由 $\Phi(\theta)$ 在地表垂向上引起位移的格林函数可表示为^[14]:

$$S_u = \sum_{n=0}^{\infty} h_n \Gamma_n \frac{4\pi GR}{g(2n+1)} P_n(\cos\theta) \quad (4)$$

式中, h_n 为负荷Love数; g 为重力加速度。

对于研究区域内 m 个测站而言,由 n 个质量负荷导致的GNSS垂直位移可以表示为:

$$U = \iint_{\lambda_1 \varphi_1}^{\lambda_2 \varphi_2} \Delta m(\varphi', \lambda') S_u \cos\varphi' d\varphi' d\lambda' \quad (5)$$

式中, $U = [u_1, u_2 \cdots u_m]^T$ 为 m 个测站垂直位移观测向量; λ_1, λ_2 和 φ_1, φ_2 分别表示研究区纬度和经度; $\Delta m(\varphi', \lambda')$ 为单个格网点的质量。则式(5)可以表示为:

$$U = AX \quad (6)$$

式中, A 为格林函数设计矩阵; $X = [x_1, x_2 \cdots x_n]^T$,为研究区域内 n 个格网的等效水高。利用最小二乘估计方法对式(6)进行求解,则可以得到未知的等效水高 X 的估值。

2 正则化方法

2.1 Tikhonov正则化

由于研究区域内的观测值之间的相关性会导致系数矩阵的条件数较大,因此,利用GNSS垂直位移反演区域地表质量变化是一个离散病态问题。采用Tikhonov方法寻找原问题的适定解,其反演目标函数为^[5]:

$$\min \left\{ \left\| (AX - U) / \sigma^2 \right\|^2 + \lambda^2 \|FX\|^2 \right\} \quad (7)$$

式中, X 为格网等效水高; $\lambda > 0$ 为正则化参数; σ 是 U 的噪声标准差; F 为正则化约束矩阵。

2.2 正则化矩阵的选取

正则化矩阵的作用是降低系数矩阵的条件数,从而使得离散病态问题的解更加稳定可靠。将研究区域划为均匀格网,为了考虑相邻格网点之间的平滑性和连续性,可选用拉普拉斯算子作为正则化矩阵。文献[9]采用如下模板组成了拉普拉斯矩阵 L_A :

$$L_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, L_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}, L_4 = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

但矩阵 L_A 并不能很好地处理边缘效应,其主要原因是使用拉普拉斯模板 L_3 和 L_4 对边缘格网进行差分平滑时,并不能利用与边缘格网点邻近的内部格网点之间的关系。为了能更好地抑制边缘效应,采用正则化拉普拉斯矩阵 L_B 作为正则化约束矩阵。将研究区域格网点看作一个像素点,则相邻格网点之间相互连接构成一个无向图。本文在定义邻接矩阵 B 和度矩阵 D ^[15]时考虑了研究区域的边缘格网点与边缘邻近的内部格网点之间为无向连接,这样对于边缘区域而言可

更好地利用邻近的内部点信息,从而更好地抑制边缘效应。正则化拉普拉斯矩阵 L_B 定义为^[16]:

$$L_B = D^{-1/2} L D^{-1/2} = I - D^{-1/2} B D^{-1/2} \quad (9)$$

式中, D 为度矩阵; 矩阵 L_B 中的元素为:

$$L_{B_{i,j}} = \begin{cases} 1, i=j, \text{且} \deg(v_i) \neq 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{\deg(v_i)\deg(v_j)}}, i \neq j, \text{且} v_i \text{与} v_j \text{相邻} \\ 0, \text{其他} \end{cases} \quad (10)$$

其中, \deg 表示度矩阵; v_i 和 v_j 为度矩阵 D 的对角线元素。

2.3 正则化参数的选取

目前, 正则化参数的选取方法主要有 L 曲线法、岭迹法、GCV 方法及均方根误差 (root mean square error, RMSE) 最小方法等。其中, L 曲线法是使用较为广泛的一种方法, 但 L 曲线的曲率最大拐点有时难以准确获取; 岭迹法是通过人为主观观察来选取最优正则化方法, 缺少严密的数学依据; RMSE 最小方法是通过最小化反演结果与真实信号的残差来选取最优正则化参数, 特别适用于做数值模拟研究, 但在实际情况下真实信号未知, 只能采用参考信号来近似选取最优正则化参数。

GCV 方法是基于统计学的思想, 对实际数据进行排序, 假设把其中的第 i 个观测数据点 u_i 提取出来, 通过剩余的观测值求解出一个解 $x_{\lambda,i}$, 并

用这个解去估计一个与 u_i 最接近的 $u_{\lambda,i}$ 。对每一个数据点都进行同样的估计, 通过选择一个最佳参数 λ 使得所有估计值和对应真实值残差之和最小。通常选择满足 GCV 函数最小的参数 λ 来表示^[13]:

$$G(\lambda) = \frac{\frac{1}{n} \|(I - Q(\lambda))y\|^2}{\left[\frac{1}{n} \text{trace}(I - Q(\lambda)) \right]^2} \quad (11)$$

式中, I 为单位阵; n 为观测值个数; $Q(\lambda) = A(A^T A + \lambda^2 P)^{-1} A^T$, Q 是将式 (6) 中观测值向量 U 映射到解向量 X 的任意矩阵; $P = L^T L$, L 为正则化矩阵; $\text{trace}(\cdot)$ 表示矩阵的迹。

3 数值模拟分析

3.1 反演方法与软件验证

为验证本文反演方法以及软件的可靠性, 用全球数据同化系统 (global land data assimilation system, GLDAS) 水文模型和非潮汐大气海洋模型计算了北美某地区 $90^\circ\text{W} \sim 111^\circ\text{W}$, $49^\circ\text{N} \sim 70^\circ\text{N}$ 的等效水高和垂直位移数据进行数值模拟分析。图 1(a) 为计算得到的地表质量变化分布 (以等效水高表示, 红色圆点表示模拟的均匀分布 GNSS 测站的位置), 其信号在 $-350 \sim 660$ mm 变化, 可以看出, 该区域的水储量变化较为复杂, 可用于验证本文反演方法的可行性和有效性。

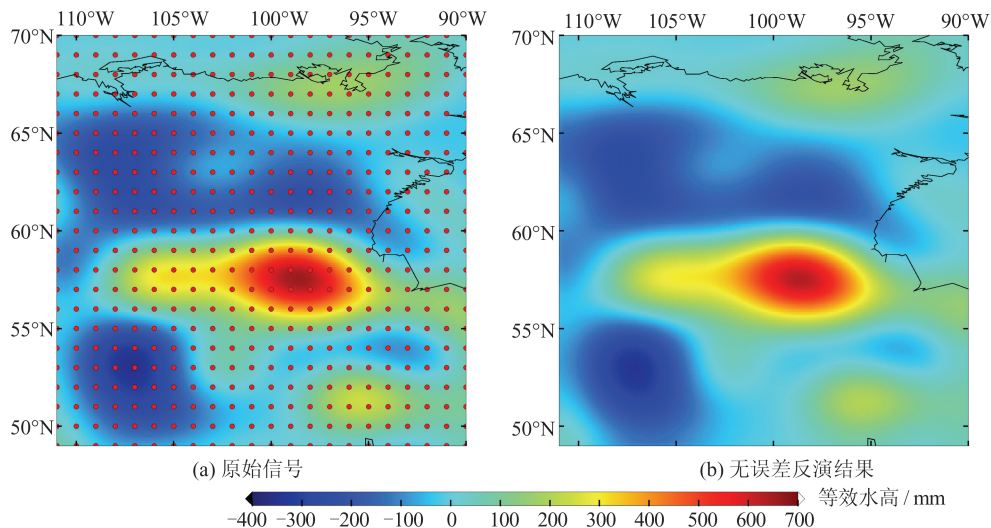


图 1 模拟的研究区域地表质量变化

Fig.1 Simulated Surface Mass Variations in the Study Area

将研究区域划分为 $0.25^\circ \times 0.25^\circ$ 的均匀网格, 并根据图 1(a) 的原始信号模拟 GNSS 测站垂直位移, 采用矩阵 L_B 作为正则化约束矩阵, 利用

RMSE 最小方法选取最优正则化参数, 通过最小化目标函数反演区域地表质量变化。图 1(b) 为 484 个 GNSS 均匀分布测站垂直位移不加误差的

反演结果,可知在无误差情况下,484个均匀分布的GNSS测站的垂直位移能够很好地恢复该区域地表质量变化。表1为无误差情况下,原始信号、反演结果以及两者之差的统计值。

表1 原始信号和无误差反演结果及残差标准差/mm
Tab.1 Statistics of Original Signal, Error-Free Inversion Results and Residuals/mm

项目	最大值	最小值	平均值	标准差
原始信号	660.10	-353.90	9.20	158.90
反演结果	659.70	-353.70	9.30	158.90
残差	18.30	-15.60	0	1.50

由表1可以看出,反演结果与原始信号十分接近,且残差的最大、最小值分别为18.30 mm和

-15.60 mm,平均值为0,标准差为1.50 mm。在无误差情况下,GNSS垂直位移能够很好地反演区域地表质量变化,反演结果与真实信号的差异主要是由反演模型误差和数值截断误差引起,验证了本文反演方法及软件的正确性和可靠性。

为比较不同的正则化约束矩阵(L_A, L_B)对反演结果的影响,在上述484个均匀分布GNSS测站的垂直位移中加入标准差为3 mm^[17]的高斯白噪声进行模拟计算。图2为不同约束矩阵对应的反演结果及反演结果与原始信号之间的残差图,其中,图2(a)和2(c)是拉普拉斯矩阵 L_A 和正则化拉普拉斯矩阵 L_B 采用RMSE最小方法选取正则化参数对应的反演结果,图2(b)和2(d)是 L_A 和 L_B 对应的反演结果与原始信号的残差图。

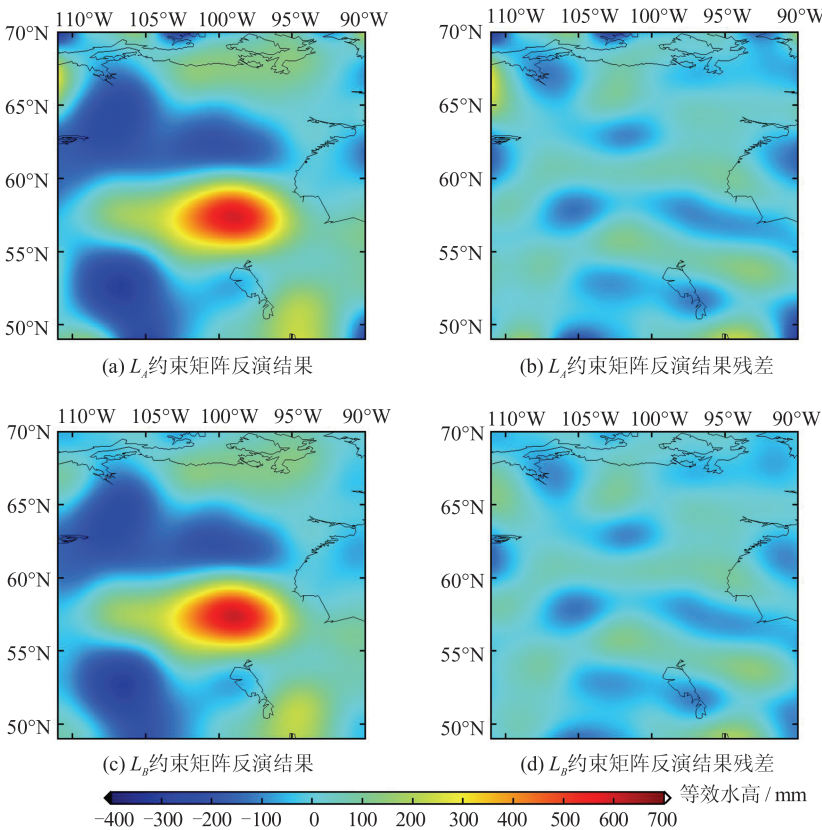


图2 不同约束矩阵的反演结果及残差图比较
Fig.2 Comparisons of Inversion Results Between Different Constraint Matrices

从图2可以看出,在GNSS垂直位移中加入标准差为3 mm的噪声之后,由约束矩阵 L_A 和 L_B 都能较好地反演地表质量变化,但 L_A 矩阵的反演结果在边缘区域出现了较为明显的虚假信号。对比图2(b)和2(d)的残差图可以进一步看出,图2(b)中的边缘区域出现了较大的残差值,而图2(d)中边缘区域的残差值较小。表2为不同约束矩阵反演结果对应的正则化参数、反演结果与

原始信号的相关系数和残差标准差。

表2 不同正则化约束矩阵对应反演结果的相关系数和残差标准差
Tab.2 Correlation Coefficient and Residual Standard Deviation Estimated from Different Constraint Matrices

约束矩阵	正则化参数 λ	相关系数	残差标准差/mm
L_A	0.08	0.92	62.00
L_B	0.30	0.94	52.50

由表 2 可知, L_B 约束矩阵的反演结果均优于 L_A 矩阵的反演结果, 这表明本文采用的 L_B 矩阵在处理边缘效应时相比传统的 L_A 矩阵更优。为了研究不同的正则化参数选取方法对反演结果的影响, 以 L_B 矩阵作为约束矩阵, 分别采用 RMSE 最小方法、GCV 方法和 L 曲线方法来选取正则化参数。图 3 是 3 种不同的正则化参数选取方法对应的曲线图及选取的正则化参数对应的反演结果, 其中, 图 3(a)~3(c) 分别对应 RMSE、

GCV 和 L 曲线, 图 3(d)~3(f) 分别对应 3 种曲线的反演结果。

对比图 3(a)~3(c) 选取的正则化参数可知, GCV 方法比 L 曲线法选取的参数更加接近 RMSE 最小方法选取的正则化参数, 并且 RMSE 最小方法和 GCV 方法得到的反演结果更为接近, 如图 3(d) 和 3(e) 所示。而由 L 曲线得到的正则化参数较大, 其反演结果过于平滑, 如图 3(f) 所示, 一些细节的信号不能较好地反映出来。

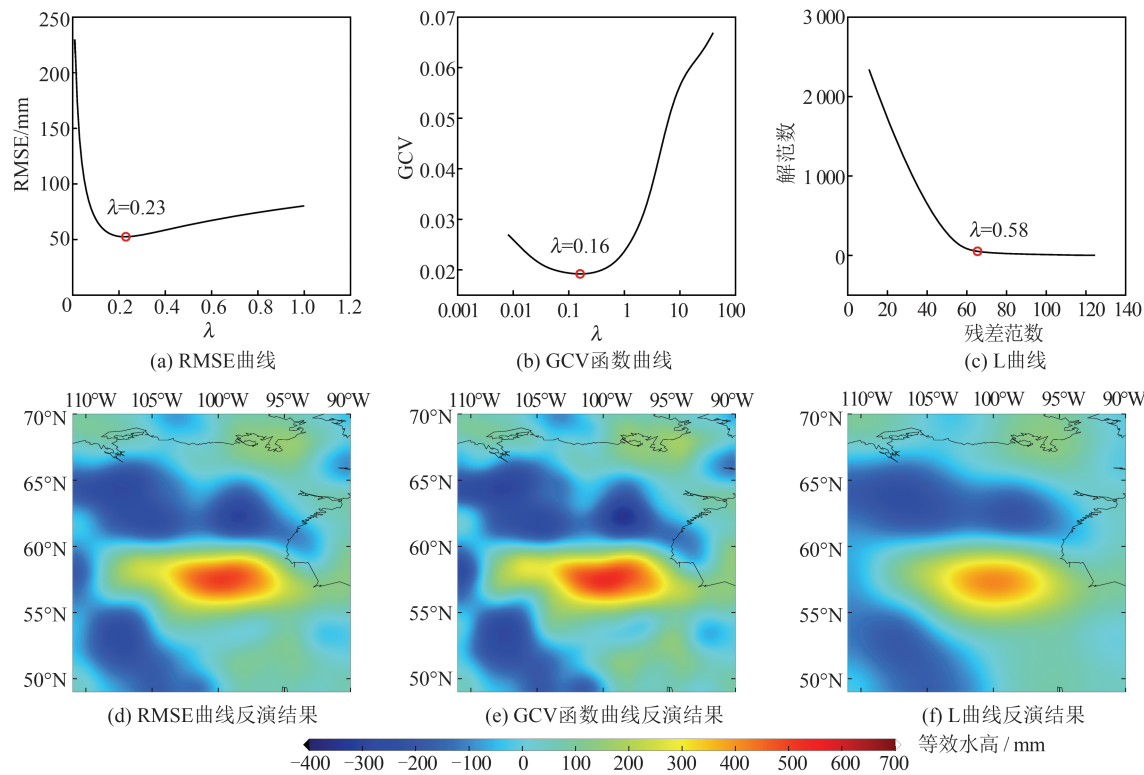


图3 RMSE方法、GCV函数和L曲线图及其确定的正则化参数对应的反演结果

Fig.3 Inversion Results Corresponding to the Regularization Parameters Determined by RMSE Curve, GCV Function Curve and L-Curve

表 3 统计了 3 种正则化参数选取方法对应的反演结果与原始信号之间的相关系数及残差标准差, 可以看出, GCV 方法对应的反演结果与原始信号的相关系数、残差标准差更加接近 RMSE 方法的反演结果, 且优于 L 曲线的反演结果。

表 3 不同正则化参数反演结果的相关系数和残差标准差

Tab.3 Correlation Coefficient and Residual Standard Deviation from Different Regularization Parameters

正则化参数 选取方法	正则化参数λ	相关系数	残差标准差/mm
RMSE	0.23	0.94	52.40
GCV	0.16	0.94	55.20
L 曲线	0.58	0.91	65.90

3.2 不同噪声水平对反演结果的影响

为了分析不同噪声水平对反演结果的影响, 采用拉普拉斯矩阵 L_B 作为正则化约束矩阵, 利用 GCV 方法选取最优正则化参数, 进一步讨论了在 484 个均匀分布的 GNSS 测站情况下, 垂直位移中分别加入标准差为 0.1 mm、1 mm、3 mm 和 5 mm 的高斯白噪声对反演结果的影响。

图 4(a)、4(b)、4(c)、4(d) 分别对应垂直位移包含噪声标准差分别为 0.1 mm、1 mm、3 mm 和 5 mm 时的反演结果, 图 4(e)、4(f)、4(g)、4(h) 分别对应 4 种不同噪声大小的反演结果与原始信号残差图。

由图 4(a) 可以看出, 当噪声标准差为 0.1 mm

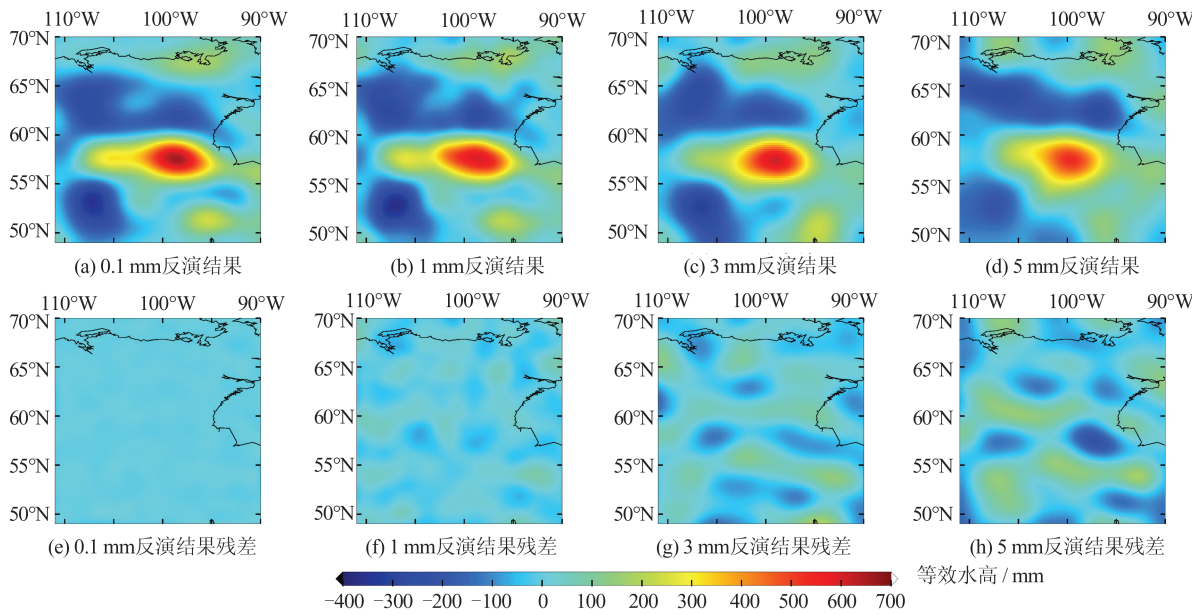


图4 不同噪声水平反演结果及残差比较

Fig.4 Comparison of Inversion Results and Residuals Estimated from Different Noises of GNSS Data

时,484个GNSS均匀分布测站能够很好地反演出局部精细的地表质量变化,其与原始信号的残差大小接近于0(如图4(e)所示)。图4(b)是噪声标准差为1 mm时的反演结果,与图4(a)相比,其在模拟区域北部的信号出现一定程度的微小偏离,且在模拟区域西南部分的负值区域出现了较大的负值,其与原始信号的残差(图4(f))相比于图4(e)有所增大,但总体上仍能很好地反演出原始信号的分布。图4(c)是噪声标准差为3 mm时对应的反演结果,其局部特征受到不同程度的噪声污染,其对应的残差值(图4(g))进一步增大,但研究区域内主要信号的基本特征仍能较好地反映出来。图4(d)中,由于其受到的噪声影响更大,因此其对应的残差图的值(图4(h))也最大,但其反演结果仍能够对信号较强的区域进行恢复。

表4是不同噪声水平对应的垂直位移的信噪比,以及反演结果与原始信号的相关系数和残差标准差统计。

表4 不同噪声水平反演结果的相关系数和残差标准差			
Tab.4 Correlation Coefficient and Residual Standard Deviation Corresponding to Different Noise Levels			
噪声标准差 /mm	垂直位移信噪比	相关系数	残差标准差 /mm
0.1	34.70	0.99	5.10
1	14.60	0.98	26.30
3	6.30	0.94	52.50
5	3.50	0.90	71.10

从表4可以看出,当噪声标准差为0.1 mm时,垂直位移的信噪比高达34.70,残差标准差为5.10 mm,反演结果与原始信号的相关系数接近于1。当噪声标准差增加为3 mm时,垂直位移的信噪比下降为6.3,残差标准差为52.50 mm,反演结果与原始信号的相关系数仍能达到0.94。从表4还可以看出,随着噪声水平的增加,垂直位移的信噪比随之减小,反演结果与原始信号的残差随之增大,与原始信号的相关性也逐渐减小。随着噪声的增大,局部小区域的质量变化信号不能很好地恢复出来,这是由于噪声越大,需要采用更大的正则化参数来进行约束,但同时也对真实信号起到了过度平滑的作用。因此,在利用实测的GNSS垂直位移反演区域地表质量变化时,需要以高精度的GNSS地表形变数据作为基础,才能保证反演得到更加可靠的结果。

3.3 不同测站分布对反演结果的影响

前文是在GNSS测站均匀分布的情况下进行的分析,但实际情况下GNSS测站几乎不能实现均匀分布,因此,进一步讨论测站分布情况(均匀分布和随机分布)及不同测站数量对反演结果的影响。

图5为噪声标准差为3 mm时,484个均匀分布测站和随机分布测站的反演结果,红色圆点表示测站分布位置。表5是图5中均匀分布测站和随机分布测站反演结果与原始信号的相关系数和残差标准差的统计值。

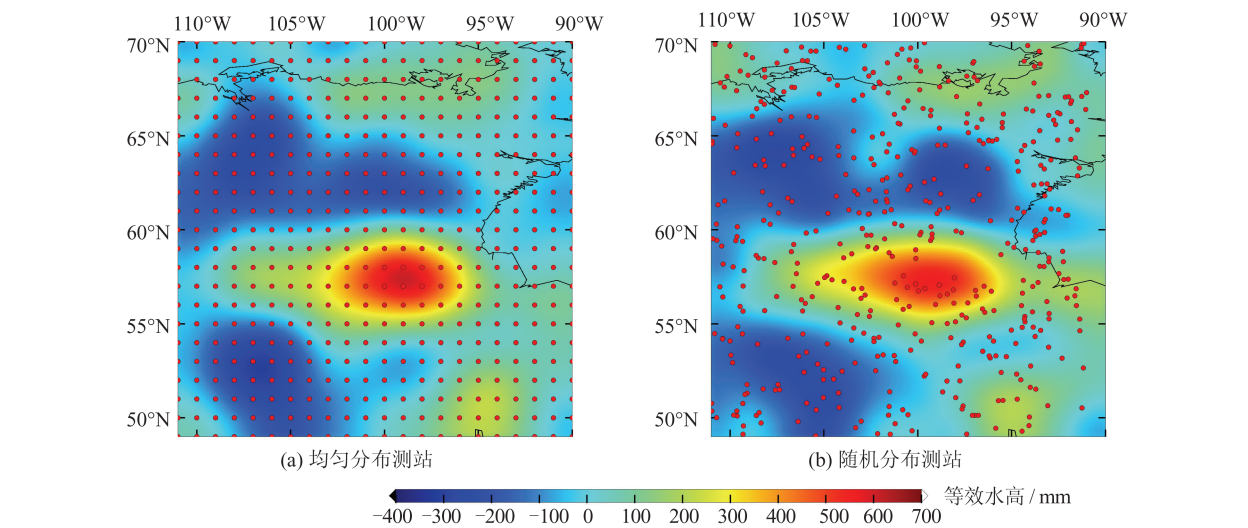


图 5 不同测站分布情况的反演结果

Fig.5 Inversion Results from Different Distributed Stations

表 5 不同测站分布情况反演结果的相关系数和残差标准差

Tab.5 Correlation Coefficient and the Residual Standard Deviation Estimated from Different Distributed Stations

测站分布	相关系数	残差标准差/mm
均匀	0.94	52.50
随机	0.95	52.10

从图 5 和表 5 可以看出,在测站数达到一定条件下,并且局部区域也分布有相对充足的测站时,均匀分布和随机分布测站的反演结果相当。

图 6 给出了 484 个均匀分布测站的反演结果

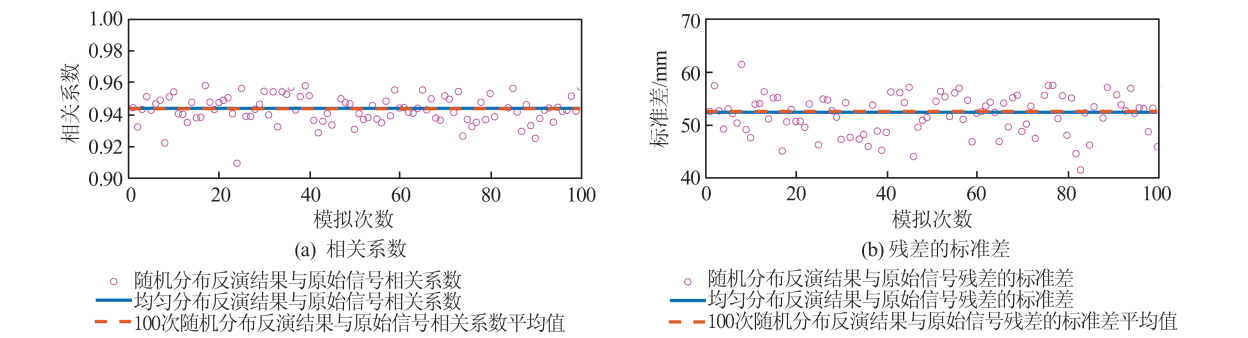


图 6 均匀分布与 100 组随机分布测站反演得到的相关系数和残差标准差

Fig.6 Correlation Coefficient and Residual Standard Deviation Estimated from Uniformly Distributed Stations and 100 Sets of Randomly Distributed Stations

为了更符合实际测站为非均匀分布的情况,以下分析在研究区域划分的格网大小以及格网点数保持不变时,随机分布测站个数分别为 1 000、500、300 和 100 时对反演结果的影响。图 7(a)~7(d)分别对应噪声标准差为 3 mm 时,测站个数分别为 1 000、500、300 和 100 的反演结果,红色圆点表示测站分布位置。

由图 7(a)可知,当模拟测站数为 1 000 个时,

与原始信号的相关系数和残差标准差,以及 100 组 484 个随机分布测站的反演结果与原始信号的相关系数和残差标准差及其均值。

图 6 中,484 个均匀分布测站反演结果与原始信号的相关系数和残差标准差分别为 0.94 mm、52.50 mm,100 组 484 个随机分布测站反演结果与原始信号的相关系数和残差标准差的平均值分别为 0.94 mm、52.60 mm,可知均匀分布测站的反演精度与随机分布测站反演结果的平均值精度相当。

密集的 GNSS 测站能够更完备地监测和记录地表质量变化信息,其反演结果最优。由图 7(b)~7(d)可知,随着测站数的减少,局部区域的地表质量变化细节信息不能被 GNSS 测站很好地监测到。当测站数仅为 100 时,如图 7(d)所示,只恢复了质量变化信号较强和较大的区域。当噪声标准差为 3 mm 时,不同测站数的反演结果与原始信号的相关系数和残差标准差见表 6。

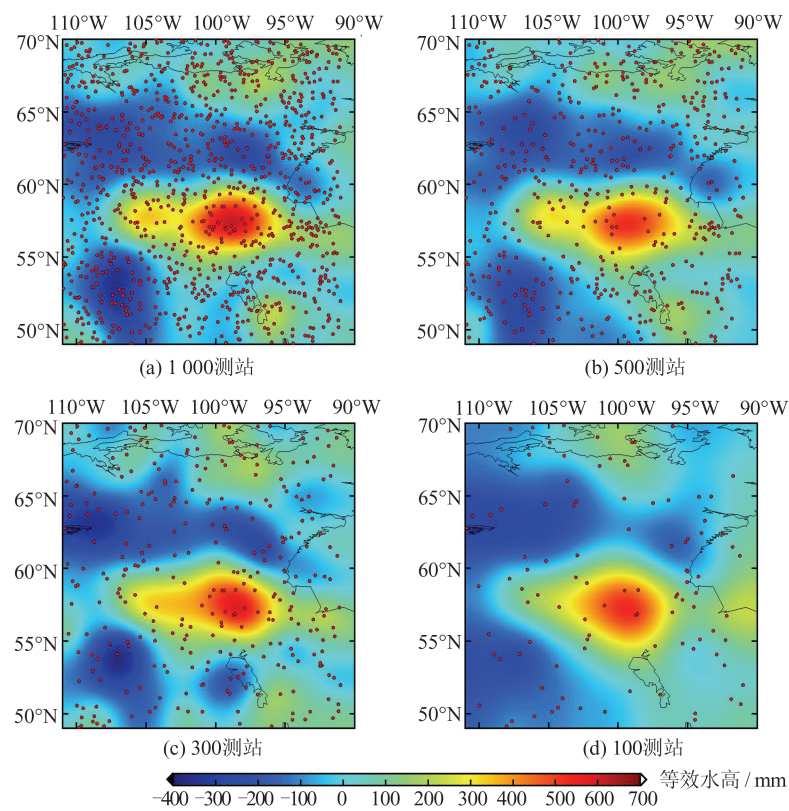


图7 不同测站数的反演结果

Fig.7 Inversion Results from Different Number of Stations

表6 不同测站数反演结果的相关系数和残差标准差

Tab.6 Correlation Coefficient and the Residual Standard Deviation Estimated from Number of Different Stations

测站数	相关系数	残差标准差/mm
1 000	0.97	40.20
500	0.95	51.80
300	0.92	62.50
100	0.85	86.00

由表6可以看出,在噪声水平一定时,测站数越多,反演结果与原始信号的相关系数越大,与原始信号残差的标准差也越小,因此,在实际反演中要求尽可能利用更多分布合理的测站数据进行反演。

4 结 语

连续密集分布的GNSS测站监测的地表垂直位移包含了丰富的地球物理信息,利用GNSS地表垂直位移可以独立地反演精细的区域地表质量变化,并且为检核GRACE时变重力场反演结果的正确性提供了可能。

本文研究了利用GNSS垂直位移反演区域地表质量变化的格林函数方法,给出了一种能有

效抑制边缘效应的正则化拉普拉斯矩阵,分析了GCV方法在选取最优正则化参数的适应性。通过数值模拟分析得出如下结论:(1)相对于传统的拉普拉斯矩阵而言,本文给出的正则化拉普拉斯矩阵能更好地抑制边缘效应;(2)传统的L曲线法只能选取近似最优的正则化参数,而采用GCV方法可以有效地确定最优正则化参数,数值模拟表明GCV方法与RMSE最小方法的反演结果符合较好;(3)GNSS垂直位移的噪声水平和测站数量对反演结果有较大影响,噪声水平越小、测站数越多,反演结果越好,并且在测站数达到一定条件下,并保证局部区域也分布有相对充足的测站时,均匀分布测站与随机分布测站反演的结果差异较小。

参 考 文 献

[1] Tapley B D. GRACE Measurements of Mass Variability in the Earth System[J]. *Science*, 2004, 305(5683): 503-505

[2] Tiwari V M, Wahr J, Swenson S. Dwindling Groundwater Resources in Northern India, from Satellite Gravity Observations[J]. *Geophysical Research Letters*, 2009, 36(18): 184-201

[3] Wang Xingxing, Li Fei, Hao Weifeng, et al. Com-

- parison of Several Filters in the Rates of Antarctic Ice Sheet Mass Change Based on GRACE RL05 Data[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2016, 41(11): 1450-1457 (王星星, 李斐, 郝卫峰, 等. GRACERL05 反演南极冰盖质量变化方法比较[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2016, 41(11): 1450-1457)
- [4] Wang H S, Xiang L W, Jia L L, et al. Load Love Numbers and Green's Functions for Elastic Earth Models PREM, Iasp91, Ak135, and Modified Models with Refined Crustal Structure from Crust 2.0[J]. *Computers & Geosciences*, 2012, 49: 190-199
- [5] Argus D F, Fu Y N, Landerer F W. Seasonal Variation in Total Water Storage in California Inferred from GPS Observations of Vertical Land Motion[J]. *Geophysical Research Letters*, 2014, 41(6): 1971-1980
- [6] Fu Y N, Argus D F, Landerer F W. GPS as an Independent Measurement to Estimate Terrestrial Water Storage Variations in Washington and Oregon[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2015, 120(1): 552-566
- [7] Wahr J, Khan S A, Tiwari V M, et al. The Use of GPS Horizontals for Loading Studies, with Applications to Northern California and Southeast Greenland[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2013, 118(4): 1795-1806
- [8] Heki K. Seasonal Modulation of Interseismic Strain Buildup in Northeastern Japan Driven by Snow Loads[J]. *Science*, 2001, 293(5527): 89-92
- [9] He Siyuan, Gu Yanchao, Fan Dongming, et al. Seasonal Variation of Terrestrial Water Storage in Yunnan Province Inferred from GPS Vertical Observations[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2018, 47(3): 332-340 (何思源, 谷延超, 范东明, 等. 利用 GPS 垂直位移反演云南省陆地水储量变化[J]. 测绘学报, 2018, 47(3): 332-340)
- [10] Zhang T Y, Jin S G. Evapotranspiration Variations in the Mississippi River Basin Estimated from GPS Observations[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2016, 54(8): 4694-4701
- [11] Jin S G, Zhang T Y. Terrestrial Water Storage Anomalies Associated with Drought in Southwestern USA from GPS Observations[J]. *Surveys in Geophysics*, 2016, 37(6): 1139-1156
- [12] Hansen P C. Analysis of Discrete Ill-Posed Problems by Means of the L-Curve[J]. *SIAM Review*, 1992, 34(4): 561-580
- [13] Golub G H, Heath M, Wahba G. Generalized Cross-Validation as a Method for Choosing a Good Ridge Parameter[J]. *Technometrics*, 1979, 21(2): 215-223
- [14] Farrell W E. Deformation of the Earth by Surface Loads[J]. *Reviews of Geophysics*, 1972, 10(3): 761-797
- [15] Cheng Chuanliang. Controllability Analysis of Multi-body Systems Based on Directed Tree Topology[D]. Qingdao: Qingdao University, 2017 (程传良. 基于有向树拓扑图的多个体系统能控性分析[D]. 青岛: 青岛大学, 2017)
- [16] Dam E R V, Omid G R. Graphs Whose Normalized Laplacian Has Three Eigenvalues[J]. *Linear Algebra and Its Applications*, 2011, 435(10): 2560-2569
- [17] Gu Guohua. Time Series of Vertical Displacements Obtained from Continuous GPS Measurement at Fiducial Stations in the Crustal Movement Observation Network of China[J]. *Seismology and Geology*, 2005, 27(2): 332-430 (顾国华. 基准站 GPS 连续观测得到的垂直位移时间序列[J]. 地震地质, 2005, 27(2): 332-430)

Simulation Analysis of Inverting Regional Surface Mass Variations Using GNSS Vertical Displacement

LI Xianpao¹ ZHONG Bo^{1,2} LIU Tao¹

¹ School of Geodesy and Geomatics, Wuhan University, Wuhan 430079, China

² Key Laboratory of Geospace Environment and Geodesy, Ministry of Education, Wuhan University, Wuhan 430079, China

Abstract: Objectives: Continuous and dense global navigation satellite system (GNSS) surface deformation data provide an effective tool to invert refined regional surface mass variations. However, the factors influencing the reliability of GNSS inversion results need to be further studied, such as regularization (including the construction of regularization matrix and determination of optimal regularization parameter), ob-

servation noise and distribution of GNSS stations. **Methods:** First, we proposed an improved regularized Laplacian constraint matrix and discussed the adaptability of the generalized cross-validation (GCV) method in selecting the regularization parameter of ill-posed equations for inversion of regional surface mass variations based on the loading Green's function theory. Second, we compared the effects of different constraint matrices and constraint methods on the GNSS inversion results. Third, we further investigated the influences of different noise levels of GNSS vertical displacement, the number and distribution of GNSS stations on the inversion results. **Results:** (1) The regularized Laplacian matrix in this paper can better suppress the edge effects than the traditional Laplacian matrix. (2) The GCV method can effectively determine the optimal regularization parameter, and the inversion results are in good agreement with those solved by the root mean square error (RMSE) criterion. (3) If there are enough GNSS stations and the observation accuracy is high enough in the studied area, the inversion results will be more reliable. Meanwhile, the accuracy of inversion results for uniformly distributed stations is comparable to that of randomly distributed stations when the number of stations is large enough. **Conclusions:** The improved regularized Laplacian matrix and the GCV method can improve the reliability of GNSS inversion results, which can guide the inversion of surface mass variations using measured GNSS data.

Key words: surface vertical displacement; regional surface mass variations; Green's function method; simulation analysis; Tikhonov regularization

First author: LI Xianpao, PhD candidate, specializes in the GNSS data processing and applications. E-mail: lixianpao@whu.edu.cn

Corresponding author: ZHONG Bo, PhD, associate professor. E-mail: bzhong@sgg.whu.edu.cn

Foundation support: The National Key Research and Development Program of China (2018YFC1503503); the National Natural Science Foundation of China (41974015, 42061134007); the Civil Aerospace Technology Research Project in Advance (D010103).

引文格式: LI Xianpao, ZHONG Bo, LIU Tao. Simulation Analysis of Inverting Regional Surface Mass Variations Using GNSS Vertical Displacement[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2022, 47(1): 45-54. DOI: 10.13203/j.whugis.20190257 (李贤炮, 钟波, 刘滔. GNSS垂直位移反演区域地表质量变化的模拟分析[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2022, 47(1): 45-54. DOI: 10.13203/j.whugis.20190257)