



应用重力场模型 GL1500E 和 LLR 天平动参数 估算月核大小及其组成

钟 振^{1,2,3} 张 腾¹ 段 炼^{2,3} 李 毅¹ 朱化强¹

1 贵州师范大学物理与电子科学学院,贵州 贵阳,550001

2 南宁师范大学自然资源与测绘学院,广西 南宁,530001

3 南宁师范大学北部湾环境演变与资源利用教育部重点实验室,广西 南宁,530001

摘 要:针对月核大小及密度估计问题,利用高分辨率重力场模型 GL1500E 的二阶位系数和 LLR(lunar laser ranging)天平动参数,考虑月核分层为外核和内核的情况,结合非线性粒子群优化算法,对月核大小和组成进行了估计。大批量的统计结果表明,大概率分布的外核半径 r_{c1} 约为 469 km,内核半径 r_{c2} 约为 303 km,外核密度 ρ_{c1} 约为 4 613 kg/m³,内核密度 ρ_{c2} 约为 7 004 kg/m³,月幔密度 ρ_m 约为 3 340 kg/m³。月幔密度非常接近地质研究结果 3 360 kg/m³,内外核半径与近期其他研究结果相近,估算的月核大小与密度组成具有一定的参考价值。若月核由纯铁和硫化亚铁组成,则研究表明,内核大部分由纯铁组成,外核大部分由硫化亚铁组成。

关键词:重力场模型;天平动参数;粒子群优化算法;月核大小;月核组成

中图分类号:P223

文献标志码:A

月球由于缺少全球范围和大规模的地质活动,保留了许多太阳系的早期历史,号称太阳系的活化石^[1];而地球由于板块漂移、水流冲刷、火山活动等导致许多早期演化历史无法研究。根据比较行星学理论,通过月球相关科学研究,可以复原早期地球物理过程,对丰富地球历史的认识具有重要意义^[1-2]。

随着空间探测活动的展开,人们对月球组成的认识越来越丰富。特别是近年来,随着中国“嫦娥”、日本 SELENE(selenological and engineering explorer)、美国 GRAIL(gravity recovery and interior laboratory)任务的开展,月球重力场模型的分辨率得到了极大提高,这对开展月球内部结构研究具有重要意义^[3-5]。

对月球内部结构的认识主要通过月震数据来实现。月震数据来源于早期 Apollo 任务期间布置的三角月震台站,但数据量有限,而且对深震信息的约束较弱,特别是 1 000 km 以下的深震^[6],早期研究无法确定月核的存在。月核的大小和组成对丰富月球内部分层结构和组成以及月球热演化历史至关重要。为此,文献[7]使用

阵列方法对月震数据进行过滤,发现 1 000 km 以下的月核存在固态内核和液态外核,但月核半径的大小及组成无法较好地约束。为了解决该问题,文献[8]讨论了 GRAIL 系列 660 阶次的高分辨率重力场模型 GRGM660PRIM,使用平均惯性矩因子作为约束条件,估计了月核的可能取值范围。该方法最早由文献[9]提出,并应用于火星核的大小和密度约束,取得了较好的结果,其在使用时需要估计多个待求参数,文献[8-9]采用蒙特卡洛方法来估计这些参数,耗时较长。近年来,使用智能算法对多参数进行最优估计显示出较好的效果^[10-11]。其中,粒子群优化(particle swarm optimization,PSO)算法可调参数少,可同时对多参数进行最优搜索,因而得到了广泛应用^[10-11]。

为此,本文使用 PSO 算法,应用最新高分辨率的月球重力场模型 GL1500E^[12],结合行星历表提供的月球天平动参数,对月核的大小和密度组成进行最优估计,以期对月球内部结构研究及其热历史约束提供一定的参考。

收稿日期:2019-11-03

项目资助:国家自然科学基金(41864001);武汉大学测绘遥感信息工程国家重点实验室开放基金(17P03);贵州省科技计划项目(黔科合平台人才[2018]5769);北部湾环境演变与资源利用教育部重点实验室开放基金(2015K03)。

第一作者:钟振,博士,教授,主要从事月球重力场和月球内部结构研究。zhengzhongmail@163.com

1 月球重力场模型与月球内部圈层结构

当前,最新月球重力场模型 GL1500E 展开阶次达到 1 500 阶次,由大量高精度星间 Ka 波段测量数据解算求得。类似其他 GRAIL 重力场模型,其模型精度优于其他非 GRAIL 重力场模型^[5,12-13],对月核大小和密度的约束具有重要意义^[8]。基于 GL1500E,规格化 2 阶位系数 C_{20} 和 C_{22} 及求解的月球质量和平均密度如表 1 所示。其中,万有引力常量 G 参考了最新研究结果^[14]。计算中需要使用的月球天平动参数 β 和 γ 由月球激光测距(lunar laser ranging, LLR)给出,由行星与月球星历表 DE430^[15]提供,月球相关参数取值如表 1 所示,其中 I 表示模型惯性矩。

表 1 月球相关参数取值

参数	取值
位系数 C_{20}	$-0.908\ 801\ 749\ 640\ 3 \times 10^{-4}$
位系数 C_{22}	$0.346\ 730\ 215\ 866\ 3 \times 10^{-4}$
月球质量 M/kg	$7.346\ 287\ 264\ 657\ 5 \times 10^{22}$
平均半径 R/km	1 738
平均密度 $\rho_0/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	3 340.642
天平动参数 β	$631.020\ 8 \times 10^{-6}$
天平动参数 γ	$227.732\ 8 \times 10^{-6}$
平均转动惯量因子 I/MR^2	0.393 000 223 9

对月球内部结构的认识主要来源于月震数据,大致可分成上月壳、下月壳、上月幔、中月幔、下月幔、外核和内核^[7-12]。文献[8]将月球内部简化成 3 层模型(月壳、月幔和月核),由于外核与内核的组成存在较大差异^[16],在月球内部结构中考虑外核与内核,更有利于月核大小及其组成的约束。文献[8]的研究表明,月亮厚度与密度对月核大小和组成的影响非常小,将其近似成常数并不影响结果,而且有利于简化模型,提升计算效率。另外,参考文献[7-12]的研究,上月幔、中月幔和下月幔间的密度差较小,文献[8]的研究也表明将三者合并考虑并不影响月核大小和组成的估计。本文通过数值计算也表明,不同月幔层间的密度几乎一致,对估计月核大小及其组成的影响非常小。为此,本文将上月幔、中月幔和下月幔合并为一层,构建了如图 1 所示的月球内部 4 层结构模型,从外至内依次为月壳、月幔、外核和内核,对应的密度分别为 ρ_s 、 ρ_m 、 ρ_{c1} 和 ρ_{c2} ,其取值及范围如表 2 所示。

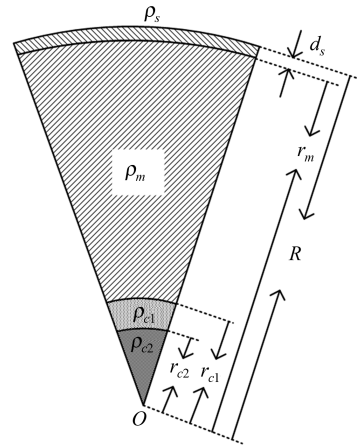


图 1 月球内部分层结构

Fig.1 Lunar Internal Structure with Various Layers

表 2 月球内部分层结构参数取值及范围

Tab.2 Values and Ranges of Lunar Parameters at Various Internal Layers

参数	取值及范围
月壳厚度 b_c/km	40
月亮密度 $\rho_s/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	2 800
外核半径 r_{c1}/km	[200, 650]
内核半径 r_{c2}/km	[100, 350]
月幔密度 $\rho_m/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	[3 100, 3 600]
外核密度 $\rho_{c1}/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	[3 400, 6 000]
内核密度 $\rho_{c2}/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	[4 000, 8 500]

2 控制方程

根据主轴惯性矩 A 、 B 和 C ,与重力场模型规格化的 2 阶位系数 C_{20} 和 C_{22} ,以及天平动参数 β 和 γ 间的关系,可得^[17-19]:

$$\sqrt{5} C_{20} = \frac{A + B - 2C}{2MR^2} \quad (1)$$

$$\sqrt{\frac{5}{12}} C_{22} = \frac{B - A}{4MR^2} \quad (2)$$

$$\beta = \frac{C - A}{B} \quad (3)$$

$$\gamma = \frac{B - A}{C} \quad (4)$$

式中, M 和 R 分别表示月球总质量和平均参考半径,其他物理量如表 1 所示。通过式(1)~(4),利用最小二乘法,求出月球主轴惯性矩 A 、 B 和 C ,可得平均惯性矩因子:

$$\frac{I_0}{MR^2} = \frac{A + B + C}{3MR^2} \quad (5)$$

式中, I_0 表示由 GL1500E 的 2 阶位系数以及 DE430 天平动参数依据式(1)~(5)求得的平均惯性矩。

根据图 2 所示的模型结构,可得该模型的平

均密度 ρ 和平均惯性矩因子 I/MR^2 ,即:

$$\rho = \rho_s + (\rho_m - \rho_s) \left(\frac{r_m}{R} \right)^3 + (\rho_{c1} - \rho_m) \left(\frac{r_{c1}}{R} \right)^3 + (\rho_{c2} - \rho_{c1}) \left(\frac{r_{c2}}{R} \right)^3 \quad (6)$$

$$\frac{I}{MR^2} = \frac{2}{5} \left[\frac{\rho_s}{\rho} + \frac{\rho_m - \rho_s}{\rho} \left(\frac{r_m}{R} \right)^5 + \frac{\rho_{c1} - \rho_m}{\rho} \left(\frac{r_{c1}}{R} \right)^5 + \frac{\rho_{c2} - \rho_{c1}}{\rho} \left(\frac{r_{c2}}{R} \right)^5 \right] \quad (7)$$

式(6)中, r_m 表示月幔半径。

如果不区分外核和内核,即 $\rho_{c1} = \rho_{c2}$ 。令 $\rho_{c1} = \rho_{c2} = \rho_c$, $r_{c1} = r_{c2} = r_c$,则式(6)和式(7)可简化成如下关系:

$$\rho = \rho_s + (\rho_m - \rho_s) \left(\frac{r_m}{R} \right)^3 + (\rho_c - \rho_m) \left(\frac{r_c}{R} \right)^3 \quad (8)$$

$$\frac{I}{MR^2} = \frac{2}{5} \left[\frac{\rho_s}{\rho} + \frac{\rho_m - \rho_s}{\rho} \left(\frac{r_m}{R} \right)^5 + \frac{\rho_c - \rho_m}{\rho} \left(\frac{r_c}{R} \right)^5 \right] \quad (9)$$

此即文献[8]给出的3层模型,表明式(6)和式(7)所描述的平均密度和平均惯性矩因子具有一定的合理性。

3 目标函数与PSO算法

为了估计月核的大小及其组成,需要利用表1求出的平均密度以及式(5)~(7),根据平均密度和平均惯性矩因子的拟合残差,对表2所示的自由参数同时进行估计。控制方程涉及式(6)和式(7),这是一个多目标反演函数的问题^[20],拟合残差 f 为:

$$f = (\rho_0 - \rho)^2 + \left(\frac{I_0}{MR^2} - \frac{I}{MR^2} \right)^2 \quad (10)$$

式中, ρ_0 表示由重力场模型GL1500E求出的月球平均密度,如表1所示; ρ 表示由式(6)求解的模型平均密度。

为了估计月核的大小和组成,以式(10)的最小值作为判据,涉及表2所示5个自由参数的反演。由于问题的复杂性及反演参数较多的特征,用非线性PSO算法估计自由参数有助于降低问题的复杂性。PSO算法是基于鱼群和鸟群的觅食行为演变而来^[21-22]。其基本原理是:随机地初始化一群没有质量和体积的粒子,每个粒子由 n 个待估参数构成,每个粒子在这 n 个待估参数构成的 n 维空间中运动,粒子的好坏由待估参数相

关的拟合残差决定。粒子在每一代中跟踪两个最优值,分别是群体最优值 P_g 和个体最优值 P_i ,并根据两个最优值的大小来更新自己的位置 x^{i+1} ,即:

$$v^{i+1} = w \cdot v^i + c_1 \cdot r_1 \cdot (p_i^i - x^i) + c_2 \cdot r_2 \cdot (p_g^i - x^i) \quad (11)$$

$$x^{i+1} = x^i + v^{i+1} \quad (12)$$

式中, v^i 和 v^{i+1} 分别表示粒子群在上一次迭代的速度和当前迭代的速度; x^i 和 x^{i+1} 分别表示粒子群在上一次迭代的位置和当前迭代的位置; r_1 和 r_2 表示(0,1)之间的随机数; c_1 和 c_2 表示学习因子,一般取 $c_1 = c_2 = 2$; w 表示权重因子; p_g^i 和 p_i^i 分别表示上一次迭代的群体最优值和个体最优值。对单个粒子 j 而言,其位置矢量 x_j 由表2所示的自由参数组成,即:

$$x_j = (r_{j,c1} \ r_{j,c2} \ \rho_{j,m} \ \rho_{j,c1} \ \rho_{j,c2}) \quad (13)$$

对于 m 个粒子组成的粒子群而言,其位置 x 为:

$$x = (x_1 \ x_2 \ x_3 \ \cdots \ x_j \ \cdots \ x_m)^T \quad (14)$$

4 结果与分析

在计算过程中,本文选取粒子群的数量 $m = 1\ 200$,迭代总次数 $i_{\max} = 500$ 。由于反演参数较多,而控制方程较少,反演结果存在非唯一性,单次计算结果存在差异。为了避免反演结果的不稳定性,本文使用粒子群总共进行了10 000次计算,类似计算重复多次,得到的结果非常稳定。大批量的计算结果具有统计意义,可以反映出待估参数的分布特征,如图2所示。其中,图2(a)表示外核半径 r_{c1} 的频率分布,主要集中在470 km附近;图2(b)表示内核半径 r_{c2} 的频率分布,主要集中在[230, 350] km之间,最优值在300 km左右;图2(c)表示外核密度 ρ_{c1} 的频率分布,主要集中在4 600 kg/m³附近;图2(d)表示内核密度 ρ_{c2} 的频率分布,主要集中在7 000 kg/m³附近;图2(e)表示月幔密度 ρ_m 的频率分布,主要集中在3 340 kg/m³附近。基于图2(a)~2(e)最大概率对应的自由参数取值,进一步缩小参数取值范围,可分析目标函数式(10)的收敛情况,如图2(f)所示。粒子群最大迭代次数 $i_{\max} = 100$,残差值式(10)经100次迭代后达到了 10^{-10} 量级,对应的最优值分别为:外核半径 $r_{c1} = 469$ km,内核半径 $r_{c2} = 303$ km,外核密度 $\rho_{c1} = 4\ 613$ kg/m³,内核密度 $\rho_{c2} = 7\ 004$ kg/m³,月幔密度 $\rho_m = 3\ 340$ kg/m³。

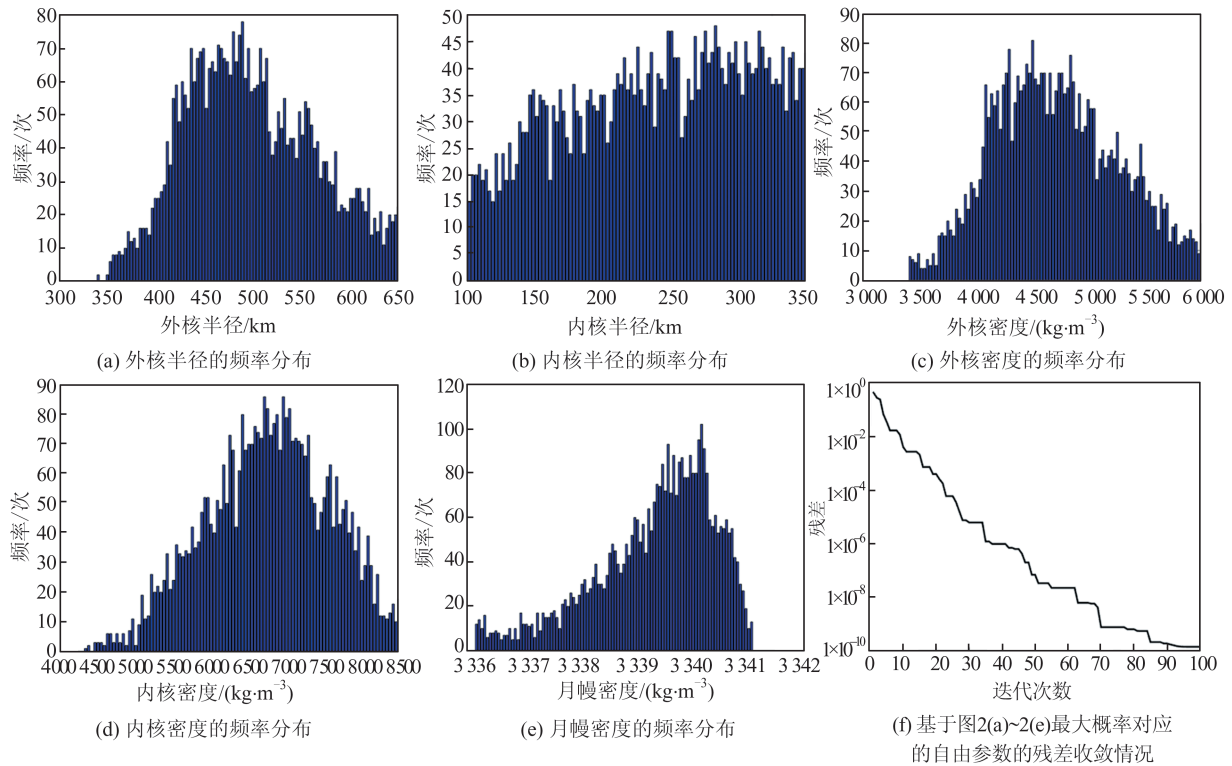


图 2 待估参数的频率分布图与残差收敛图

Fig. 2 Histograms of Frequency Distributions of the Parameters to be Estimated and Convergence of Residuals

文献[7]估算的核幔边界部分熔融层的半径在 480 km 左右,外核半径约为 330 km,内核半径约为 240 km,本文估算值大于文献[7]的结果。若考虑文献[7]部分熔融层厚度 480 km,本文估算的外核半径 469 km 具有一定的参考价值。另外,文献[8]将内核与外核合并为一层,得出的月核半径可能值在 370 km 左右。本文结果有异于文献[8],主要是由图 1 所示的月球内部分层结构模型差异所致。文献[23]的研究表明,月球内核半径接近 330 km,外核半径接近 500 km。文献[24]的最新研究结果表明,内核半径可能在 [300, 340] km 范围内,外核半径可能在 [540, 560] km 范围内。本文估算的内核半径 303 km 接近于文献[24]的研究结果,外核半径接近文献[23]的参考值。另外,本文估算的月幔密度 $3\,340\text{ kg/m}^3$ 非常接近文献[25]给出的参考值 $3\,360\text{ kg/m}^3$ 。综合考虑,本文的研究结果具有一定的参考价值。考虑硫化亚铁的密度约为 4.8 kg/m^3 ,纯铁密度约为 7.8 kg/m^3 ,并考虑月核如由纯铁和硫化亚铁组成^[26],若本文研究结果接近月核真实情况,则依据本文估算的内外核密度,内核中铁含量将超过 90%,内核大部分由纯铁组成,外核大部分由硫化亚铁组成。

5 结 语

利用 GRAIL 高分辨率重力场模型 GL1500E 的二阶位系数和 LLR 天平动参数,结合非线性粒子群优化算法,对月核大小和组成进行了估计。大批量的统计结果表明,月核外核半径 r_{c1} 约为 469 km,内核半径 r_{c2} 约为 303 km,外核密度 ρ_{c1} 约为 $4\,613\text{ kg/m}^3$,内核密度 ρ_{c2} 约为 $7\,004\text{ kg/m}^3$,月幔密度 ρ_m 约为 $3\,340\text{ kg/m}^3$ 。其中,月幔密度接近地质研究结果 $3\,360\text{ kg/m}^3$,内核半径在近期其他研究结果的范围([300, 340] km),外核半径也接近近年来其他研究结果(约 500 km)。综合考虑月幔密度和内外核半径结果,本文的估算值具有一定的参考价值。若本文结果接近月核真实情况,假设月核由纯铁和硫化亚铁组成,内核中铁含量将超过 90%,大部分由纯铁组成,而外核大部分由硫化亚铁组成。由于控制方程较少,反演结果存在非唯一性,而未来国际协作月震网的建立以及中国“嫦娥”地质采样数据的收集,有望进一步约束月核的大小及其组成。

参 考 文 献

- [1] Ouyang Ziyuan. Introduction to Lunar Science [M]. Beijing: China Aerospace Publishing House, 2005(欧阳自远. 月球科学概论[M]. 北京:中国宇

- 航出版社, 2005)
- [2] Zhu Dan, Wang Shijie, Zhu Chengming. Differentiation of the Lunar Magma Ocean and Formation of the Lunar Crust [J]. *Geochimica*, 2010, 39(1): 63-72(朱丹, 王世杰, 朱成明. 岩浆洋分异与月壳[J]. *地球化学*, 2010, 39(1): 63-72)
 - [3] Ouyang Ziyuan, Li Chunlai, Zou Yongliao, et al. Progress of Scientific Application and Research of China's Circumlunar Exploration Program [J]. *Bulletin of Chinese Academy of Sciences*, 2009, 24(5): 530-536(欧阳自远, 李春来, 邹永廖, 等. 绕月探测工程科学应用研究进展[J]. *中国科学院院刊*, 2009, 24(5): 530-536)
 - [4] Namiki N, Iwata T, Matsumoto K, et al. Farside Gravity Field of the Moon from Four-Way Doppler Measurements of SELENE (Kaguya) [J]. *Science*, 2009, 323(5916): 900-905
 - [5] Zuber M T, Smith D E, Neumann G A, et al. Gravity Field of the Moon from the Gravity Recovery and Interior Laboratory (GRAIL) Mission [J]. *Science*, 2013, 339(6120): 668-671
 - [6] Khan A, Pommier A, Neumann G A, et al. The Lunar Moho and the Internal Structure of the Moon: A Geophysical Perspective [J]. *Tectonophysics*, 2013, 609: 331-352
 - [7] Weber R C, Lin P Y, Garner E J, et al. Seismic Detection of the Lunar Core [J]. *Science*, 2011, 331(6015): 309-312
 - [8] Yan J G, Xu L Y, Li F, et al. Lunar Core Structure Investigation: Implication of GRAIL Gravity Field Model [J]. *Advances in Space Research*, 2015, 55(6): 1721-1727
 - [9] Sohl F, Schubert G, Spohn T. Geophysical Constraints on the Composition and Structure of the Martian Interior [J]. *Journal of Geophysical Research*, 2005, 110(E12008): 1-8
 - [10] Zhong Zhen, Li Fei, Yan Jianguo, et al. Application of Gravity/Topography Admittance to the Inversion of Lunar Geophysical Parameters Considering the Lithosphere as a Thin Elastic Spherical Shell [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2014, 39(12): 1487-1492(钟振, 李斐, 鄢建国, 等. 利用重力/地形导纳和岩石圈单一薄层模型的月球物理参数反演[J]. *武汉大学学报·信息科学版*, 2014, 39(12): 1487-1492)
 - [11] Zhong Z, Yan J G, Rodriguez J A P, et al. Ancient Selenophysical Structure of the Grimaldi Basin: Constraints from GRAIL Gravity and LOLA Topography [J]. *ICARUS*, 2018, 309: 411-421
 - [12] Park R S, Konopliv A S, Yuan D N, et al. A High-Resolution Spherical Harmonic Degree 1500 Lunar Gravity Field from the GRAIL Mission [C]. American Geophysical Union Fall Meeting, San Francisco, USA, 2015
 - [13] Ye Mao, Li Fei, Yan Jianguo, et al. Orbit Determination Ability Analysis of the GRAIL Gravity Model [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2016, 41(1): 93-99(叶茂, 李斐, 鄢建国, 等. GRAIL月球重力场模型定轨性能分析[J]. *武汉大学学报·信息科学版*, 2016, 41(1): 93-99)
 - [14] Mohr P J, Taylor B N, Newell D B. CODATA Recommended Values of the Fundamental Physical Constants: 2010 [J]. *Journal of Physical and Chemical Reference Data*, 2012, 41(4): 043109
 - [15] Folkner W M, Williams J G, Boggs D H, et al. The Planetary and Lunar Ephemerides DE430 and DE431 [J]. *Interplanetary Network Progress Report*, 2014, 196: 1-81
 - [16] Matsumoto K, Yamada R, Kikuchi F, et al. Internal Structure of the Moon Inferred from Apollo Seismic Data and Selenodetic Data from GRAIL and LLR [J]. *Geophysical Research Letters*, 2015, 42(18): 7351-7358
 - [17] Bills B G. Discrepant Estimates of Moments of Inertia of the Moon [J]. *Journal of Geophysical Research*, 1995, 100(E12): 26297-26303
 - [18] Yan J G, Goossens S, Matsumoto K, et al. CEGM02: An Improved Lunar Gravity Model Using Chang'E-1 Orbital Tracking Data [J]. *Planetary and Space Science*, 2012, 62(1): 1-9
 - [19] Wiczeorek M A. Localized Spectral Analysis on the Sphere [J]. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, 2005, 162(3): 655-675
 - [20] Wang Jiaying. Inverse Theory in Geophysics [M]. Beijing: Higher Education Press, 2002(王家映. 地球物理反演理论[M]. 北京: 高等教育出版社, 2002)
 - [21] Eberhart R C, Kennedy J. A New Optimizer Using Particles Swarm Theory [C]. The 6th International Symposium on Micro Machine and Human Science, Piscataway, USA, 1995
 - [22] Kennedy J, Eberhart R. Particle Swarm Optimization [C]. IEEE International Conference on Neural Networks, Piscataway, USA, 1995
 - [23] Harada Y, Goossens S, Matsumoto K, et al. Strong Tidal Heating in an Ultralow-Viscosity Zone at the Core-Mantle Boundary of the Moon [J]. *Nature Geoscience*, 2014, 7(8): 569-572
 - [24] Harada Y, Goossens S, Matsumoto K, et al. The

- Deep Lunar Interior with a Low-Viscosity Zone: Revised Constraints from Recent Geodetic Parameters on the Tidal Response of the Moon [J]. *ICARUS*, 2016, 276: 96-101
- [25] Garcia R F, Gagnepain-Beyneix J, Chevrot S, et al. Very Preliminary Reference Moon Model [J]. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 2011, 188(1-2): 96-113
- [26] Kuskov O L, Kronrod V A, Hood L L. Geochemical Constraints on the Seismic Properties of the Lunar Mantle [J]. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 2002, 134(3): 175-189

Estimation of the Size and Composition of the Lunar Core Based on the Gravity Field Model GL1500E and LLR Physical Libration Parameters

ZHONG Zhen^{1,2,3} ZHANG Teng¹ DUAN Lian^{2,3} LI Yi¹ ZHU Huaqiang¹

1 School of Physics and Electronic Science, Guizhou Normal University, Guiyang 550001, China

2 School of Natural Resources and Surveying, Nanning Normal University, Nanning 530001, China

3 Key Laboratory of Environment Change and Resources Use in Beibu Gulf, Ministry of Education, Nanning Normal University, Nanning 530001, China

Abstract: The lunar core is stratified into an outer core and an inner core. They can be estimated according to the second degree of gravity field model and selenophysical libration parameters from lunar laser ranging (LLR). We use the high-resolution lunar gravity field model GL1500E to evaluate the size and density of lunar core, which are inversed through a nonlinear particle swarm optimization. A large number of inversion indicates that, the outer diameter of the outer core is about 469 km with a corresponding density of 4 613 kg/m³, the radius of the inner core is around 303 km with a corresponding density of 7 004 kg/m³ and the density of mantle surrounds 3 340 kg/m³, which is quite close to the geological value of 3 360 kg/m³. The radii of inner core and outer core are quite close to other recent studies as well. The size and density of the lunar core found here can be therefore meaningful. If the lunar core is composed of pure iron and ferrous sulfide, our study shows that the inner core is mainly composed of pure iron whereas the outer core is largely composed of ferrous sulfide.

Key words: gravity field model; physical libration parameters; particle swarm optimization algorithm; size of lunar core; composition of lunar core

First author: ZHONG Zhen, PhD, professor, specializes in application of lunar gravity field model and lunar interior structure. E-mail: zhen-zhongmail@163.com

Foundation support: The National Natural Science Foundation of China (41864001); the Open Fund of State Key Laboratory of Information Engineering in Surveying, Mapping and Remote Sensing, Wuhan University (17P03); Guizhou Science and Technology Plan Project (Guizhou Science and Technology Platform Talents [2018]5769); the Open Fund of Key Laboratory of Environment Change and Resources Use in Beibu Gulf, Ministry of Education(2015K03).

引文格式: ZHONG Zhen, ZHANG Teng, DUAN Lian, et al. Estimation of the Size and Composition of the Lunar Core Based on the Gravity Field Model GL1500E and LLR Physical Libration Parameters[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2021, 46(2): 238-243. DOI:10.13203/j.whugis20190124 (钟振, 张腾, 段炼, 等. 应用重力场模型 GL1500E 和 LLR 天平动参数估算月核大小及其组成[J]. *武汉大学学报·信息科学版*, 2021, 46(2): 238-243. DOI:10.13203/j.whugis20190124)