



# 空间碎片轨道协方差传播及其动态校正

桑吉章<sup>1,2</sup> 李彬<sup>1</sup> 刘宏康<sup>1</sup>

1 武汉大学测绘学院, 湖北 武汉, 430079

2 地球空间信息技术协同创新中心, 湖北 武汉, 430079

**摘要:** 轨道误差传播研究在空间碰撞风险分析、任务规划等空间态势感知领域具有重要作用。轨道误差常用误差协方差矩阵表达, 其传播方式主要有线性传播模型与非线性传播模型两种。线性传播模型通过状态转移矩阵外推初始协方差矩阵, 计算快速, 但因将高度非线性化的轨道动力学问题线性化描述, 导致传播精度随时间快速降低。非线性传播模型精度高但计算慢, 难以进行大规模碎片群的轨道误差传播。在轨道误差传播特性分析的基础上, 提出了一种获得较为真实的空间碎片轨道预报误差的方法, 分 3 步进行: 初始协方差矩阵的构建、初始轨道协方差线性传播以及基于实测数据对轨道预报协方差的动态校正。经大量案例统计分析, 结果表明, 校正后的轨道预报协方差, 相较于线性传播结果, 精度提高了 60% 以上, 可服务于空间碰撞风险分析等高精度空间任务。

**关键词:** 空间碎片; 误差特性分析; 协方差传播; 动态校正

中图分类号: P22

文献标志码: A

目前, 约 23 000 个空间目标被美国空间监视网(Space Surveillance Network, SSN)常规性跟踪。北美防空司令部(North American Aerospace Defense Command, NORAD)维护的空间目标数据库已编目的非机密目标有 18 922 个, 其中各类工作卫星约占 6%<sup>[1]</sup>。这些目标中, 低轨目标绝大部分直径大于 10 cm, 地球同步轨道目标直径大于 1 m。此外, 1~10 cm 尺寸的碎片估计在 50 万个以上。

空间碎片已给航天器的安全运行带来现实威胁。2009 年 2 月 10 日, 美国通信卫星铱星 33 与俄罗斯失效卫星宇宙 2251 相撞, 这是首次有工作卫星被碎片摧毁<sup>[2]</sup>。更为严峻的是, 空间活动受到的碎片撞击威胁持续增加。截至 2016 年, 国际空间站为躲避碎片撞击, 已进行至少 24 次机动规避<sup>[3]</sup>; 仅在 2014 年, 我国 170 余颗在轨卫星红色预警次数多达 54 次, 这一数字在 2015 年陡增至 87 次, 100 m 以内危险交会约 30 次/a<sup>[4]</sup>。

尽管各航天大国大力推进空间监测设施及系统建设以监测和管理碎片, 仍不能很好地避免空间碰撞事件, 其一个原因是缺少对未来一

段时间内碎片轨道状态及其误差的快速准确的了解。NORAD 编目库仅提供编目目标的轨道平根数——二行参数(two-line elements, TLE), 并不包含其精度或协方差信息<sup>[5]</sup>。轨道预报状态及其误差(或精度)信息作为空间态势感知的基础信息, 是进行可靠碰撞预警的前提与保障, 前者用于接近分析, 后者用于碰撞概率计算。进行快速高精度的轨道误差传播, 以提供及时可靠的碰撞预警, 成为空间态势感知领域的紧迫研究课题。

从轨道力学角度出发, 完整的轨道信息包含轨道状态(位置/速度或轨道根数)及其误差信息<sup>[6]</sup>。其中, 误差信息用于描述轨道状态的不确定性或精度, 常用协方差矩阵表示。相应地, 完整的轨道传播(预报)应包含轨道状态传播与轨道误差传播两部分。为论述方便, 分别定义轨道预报误差(error of propagated orbit, EPO)和协方差预报误差(error of propagated orbit covariance, EPOC)。EPO 描述了未来一段时间轨道状态真值的散落范围, 轨道状态真值以很高的概率落在以轨道预报状态为中心、轨道预报协方差矩阵确定的误差椭球形成的空间管道内。EPOC 描述了

预报的轨道协方差的精度,即预报协方差与真实协方差之间的差异。理论上讲,轨道状态预报被视为一个确定性问题,通过数值、解析或半解析轨道理论可以获得任意时刻的轨道状态。对于轨道误差传播而言,每个空间目标轨道状态的初始协方差矩阵都应在轨道估计中确定,进而通过状态转移矩阵进行传播,获得与预报时刻轨道状态相应的协方差。然而,由于轨道动力学模型的高度非线性,一般无法得到严密解析形式的状态转移矩阵。利用线性模型进行轨道协方差矩阵传播时,由于非线性方程的线性化,传播获得的协方差的保真性随着时间的推移快速降低<sup>[7]</sup>,这是因为预报的协方差会从初始的高斯型快速演变为非高斯型,此时协方差矩阵一般不能较好地描述EPO。而非线性误差传播能用解析手段传播误差,正引起更多关注。但非线性传播模型,如非线性蒙特卡洛模拟<sup>[8]</sup>,精度高但计算极慢,仅适用于少量受控的、重点监测的航天器的轨道误差传播,难以对大规模碎片的轨道误差批量预报。

轨道误差传播的前提是初始轨道误差的准确确定。现有文献中,初始轨道误差常假设为服从高斯分布的对角型矩阵,这样的表示通常过于乐观,且各分量之间的关系也与实际情形不符<sup>[6,9]</sup>。更加准确的初始协方差应从轨道估计过程中产生。然而,由于轨道观测误差、动力学模型误差等的客观存在,利用带有误差的观测数据进行轨道确定,只能得到轨道的某种最优估值;经轨道确定,得到初始时刻的轨道状态及其误差协方差矩阵;经轨道预报,得到未来任意时刻的轨道状态预报值及其协方差预报值。

空间碎片轨道确定与预报有其特殊性。空间碎片属于非合作目标,很难进行精密观测;跟踪设施严重不足且分布畸形,导致碎片观测数据较为稀疏;大多数碎片弹道系数或面质比参数完全未知,或已知但误差极大,严重制约着空间碎片轨道确定与预报的精度<sup>[10-11]</sup>。

利用稀疏跟踪数据确定的空间碎片协方差虽然能反映轨道确定的精度,但经验表明该结果往往过于乐观。因此,本文在轨道误差传播特性分析的基础上,提出一种更加实用的、基于实测数据动态校正轨道预报协方差的方法。该方法首先确定稀疏数据条件下的空间碎片轨道,获得初始轨道状态和与之对应的协方差矩阵;然后基于线性传播模型,对初始协方差向前、向后快速传播;最后利用实测数据对轨道预报协方差的变化趋势进行动态校正。

## 1 真实环境下的轨道误差特性分析

### 1.1 理论阐述

空间目标轨道误差来源于轨道观测、轨道确定和轨道预报各个环节。进行轨道及其误差传播时,误差源主要包括初值误差和模型误差。由于轨道观测误差的存在,经数据处理后获得的初始时刻的轨道状态必然含有误差,称之为初始轨道误差。这样,初始轨道传播至某历元时,获得的轨道也将含误差,即EPO。并且,由于模型的不精确,EPO量级将随传播时间的推移而逐渐增大。实际上,即使初始轨道无误差,模型误差也会产生EPO。典型的模型误差包括大气质量密度模型误差和面质比参数误差。

轨道误差的传播与模型误差的影响是一个相互耦合的过程,两者彼此影响,导致轨道误差特性分析是一个较复杂的问题。在碎片EPO分析时,通常将二者之间的相互影响解耦分析,即在分析碎片初始轨道误差传播特性时,认为模型是准确的,这是本节轨道误差分析实验的一个前提。

实验利用Cowell数值积分器进行轨道状态的精密传播。积分器初始轨道输入状态为参考轨道某一历元的轨道位置和速度。轨道预报精度采用位置误差的均方根(root mean square,RMS)来评定,即:

$$\text{RMS}_{\text{position}} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (|X_{i,\text{propagated}} - X_{i,\text{true}}|^2)} \quad (1)$$

式中,n为历元个数,轨道预报时每180 s输出一个轨道状态; $X_{\text{true}}$ 为轨道位置真值; $X_{\text{propagated}}$ 为轨道位置预报值。

轨道传播时将顾及主要的摄动力影响,包括地球非球形引力、日月和行星等第三体引力、大气阻力、太阳光压、海潮和固体潮、地球辐射压、相对论效应等。地球重力场模型采用JGM-3 70×70,计算大气阻力和太阳光压时,大气阻力系数 $C_D$ 为2.2,太阳光压系数 $C_R$ 为1.1,目标面质比信息需事先估计或查询得到,大气质量密度模型采用MSISE-86模型,并利用DE406行星星历计算行星位置。

### 1.2 初始轨道误差传播特性分析

实验选取3个低轨卫星进行轨道误差传播特性分析,分别为GRACE-A(近地点高度485 km)、SAC-C(近地点高度698 km)、HY-2A(近地点高度971 km)。它们的精密轨道均来源于全球

导航卫星系统精密定轨结果,位置精度在 cm 级。

选取精密轨道某一历元的轨道状态,作为 Cowell 数值积分器的初始输入,分别向前(未来)、向后(过去)传播 7 d。为模拟真实的空间碎片轨道误差传播场景,需要对初始轨道状态进行降精度处理,即在初始轨道状态中添加随机误差,生成含有误差的初始轨道状态。初始误差选择在开普勒轨道根数域( $a, e, i, \Omega, \omega, M$ )中添加, $a$  为轨道半长轴, $e$  为偏心率, $i$  为倾角, $\Omega$  为升交点赤经, $\omega$  为近地点辐角, $M$  为平近点角。实验设定 6 种初始轨道误差情形,具体为:

- 1) Case0: 初始轨道状态无误差。
- 2) Case1:  $a$  误差为 1.0 m;  $e$  误差为  $1\%e$ ;  $i$ 、 $\Omega$ 、 $\omega$ 、 $M$  误差均为  $2''$ 。
- 3) Case2:  $a$  误差为 2.0 m;  $e$  误差为  $2\%e$ ;  $i$ 、 $\Omega$ 、 $\omega$ 、 $M$  误差均为  $4''$ 。
- 4) Case3:  $a$  误差为 3.0 m;  $e$  误差为  $3\%e$ ;  $i$ 、 $\Omega$ 、 $\omega$ 、 $M$  误差均为  $6''$ 。
- 5) Case4:  $a$  误差为 4.0 m;  $e$  误差为  $4\%e$ ;  $i$ 、 $\Omega$ 、 $\omega$ 、 $M$  误差均为  $8''$ 。
- 6) Case5:  $a$  误差为 5.0 m;  $e$  误差为  $5\%e$ ;  $i$ 、 $\Omega$ 、 $\omega$ 、 $M$  误差均为  $10''$ 。

考虑到低轨目标受大气阻力影响较为严重,沿迹轨道误差较为突出,且随时间快速增加,可针对沿迹误差展开误差传播特性分析。同一初始轨道状态向前、向后传播 7 d 的沿迹 EPO 见图 1、图 2 和图 3。

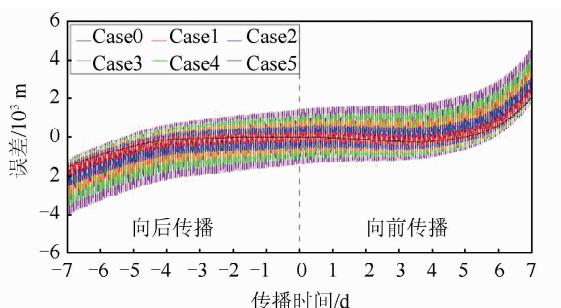


图 1 GRACE-A 向前、向后传播 7 d 的沿迹 EPO

Fig. 1 Along-Track EPO over the 7 d Forward and Backward Propagation for GRACE-A

表 1 向前(+)、向后(-)7 d 传播的轨道位置误差 RMS/m

Tab. 1 RMS Values of the Position Errors Over 7 d Forward and Backward Propagation/m

卫星	Case0		Case1		Case2		Case3		Case4		Case5	
	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+
GRACE-A	555.8	550.9	708.3	666.2	913.1	953.7	1 142.3	1 076.2	1 383.9	1 316.2	1 632.4	1 565.6
SAC-C	50.2	43.7	325.2	331.6	652.7	663.0	981.5	995.3	1 310.6	1 327.8	1 639.9	1 660.5
HY-2A	32.4	12.4	349.3	357.2	681.0	707.6	1 013.0	1 058.0	1 345.2	1 408.5	1 677.4	1 759.0

## 2 稀疏数据条件下的空间碎片轨道初始协方差构建

轨道确定是利用带有误差的观测数据通过某种最优估计方法,获得与观测值最佳拟合的轨道状态的过程。因此,轨道确定与预报精度很大程度上取决于观测值的精度、数量和分布。在不考虑系统误差的基础上,观测误差具有随机性,估计所得的轨道状态的均值和协方差定义了一个最可能包含真实轨道的区间<sup>[12]</sup>。其中,轨道协方差定义了一个沿均值轨道状态分布的等概率密度的6维超椭球(考虑位置和速度)或3维椭球(仅考虑位置),且随时间的外推而发散。

然而,就空间碎片而言,由稀疏数据导出的初始轨道协方差往往过于乐观,难以准确描述定轨结果的精度。本节主要分析稀疏数据条件下的空间碎片轨道确定的初始协方差特性,并发展有效的、利用实测数据检校轨道协方差传播准确性的方法。

### 2.1 轨道确定与预报

实验以 Larets、Starlette 卫星为例,进行轨道协方差确定与传播研究。它们的激光测距(satellite laser ranging, SLR)数据与高精度预报轨道-CPF(consolidate prediction format)轨道可从国际激光测距服务网站(<ftp://cddis.gsfc.nasa.gov/>)获取。单个 CPF 文件包含 5 d 的轨道预报位置,以第一天的轨道精度最高,因此,第一天的轨道位置通常被视为轨道真值来评估轨道预报精度,即计算 EPO。

为反映空间碎片真实的激光测距场景,定轨采用单站跟踪的、间隔约 24 h、连续 3 圈的测距数据进行轨道估计。由于典型的碎片激光测距精度在 1 m 左右,数据处理时,需要在 SLR 数据中添加 1 m 的高斯噪声,生成碎片激光测距数据。初始

$$\mathbf{P}(t_0) = \begin{bmatrix} 1.13 \times 10^3 & -6.99 \times 10^2 & -2.59 \times 10^2 & -1.46 & 3.82 \times 10^{-1} & -3.25 \times 10^{-2} \\ -6.99 \times 10^2 & 5.20 \times 10^2 & 1.26 \times 10^2 & 8.96 \times 10^{-1} & -3.04 \times 10^{-1} & 1.04 \times 10^{-2} \\ -2.59 \times 10^2 & 1.26 \times 10^2 & 7.41 \times 10^1 & 3.42 \times 10^{-1} & -6.09 \times 10^{-2} & 1.15 \times 10^{-2} \\ -1.46 & 8.96 \times 10^{-1} & 3.42 \times 10^{-1} & 1.90 \times 10^{-3} & -4.87 \times 10^{-4} & 4.37 \times 10^{-5} \\ 3.82 \times 10^{-1} & -3.04 \times 10^{-1} & -6.09 \times 10^{-2} & -4.87 \times 10^{-4} & 1.82 \times 10^{-4} & -3.44 \times 10^{-6} \\ -3.25 \times 10^{-2} & 1.04 \times 10^{-2} & 1.15 \times 10^{-2} & 4.37 \times 10^{-5} & -3.44 \times 10^{-6} & 2.05 \times 10^{-6} \end{bmatrix}$$

可以看到,初始协方差矩阵为对称矩阵,且非对角线元素非零,表明各元素之间的相关性。

为考虑大气阻力不确定性对初始协方差传播结果的影响,通常需要在上述矩阵中顾及大气

历元设定为第一个观测弧段前的子夜时刻,初始轨道状态由定轨弧段前最新的 NORAD 二行参数提供;轨道解算成功后,分别向前、向后传播 7 d。

空间碎片轨道确定与预报采用最小二乘估计和数值积分理论进行处理,流程见图 4。

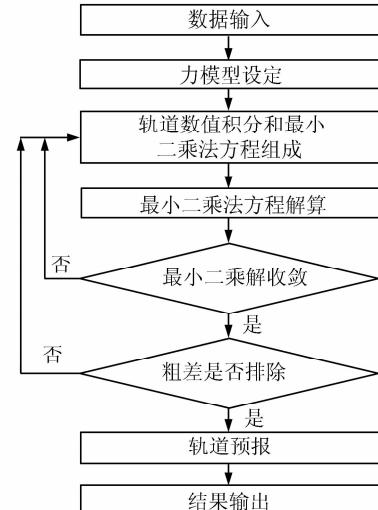


图 4 空间碎片轨道确定与预报处理流程

Fig. 4 Flowchart of the Orbit Determination and Prediction of Space Debris

### 2.2 初始协方差构建

最小二乘意义下的初始协方差矩阵可表述如下:

$$\mathbf{P}(t_0) = \hat{\sigma}_0^2 (\mathbf{B}^\top \mathbf{W} \mathbf{B})^{-1} \quad (2)$$

式中,  $\mathbf{B}$  为误差方程矩阵;  $\mathbf{W}$  为观测值权阵, 为对角矩阵;  $\hat{\sigma}_0$  为验后观测标准差, 即为  $\hat{\sigma}_0 = \sqrt{\frac{\mathbf{V}^\top \mathbf{V}}{n-t}}$ ,  $\mathbf{V}$  为定轨观测值残差;  $n$  为参与定轨解算的观测值个数;  $t$  为待估计参数的个数。

以 Larets 为例, 相对于观测站(Yarragadee 跟踪站)3 次通过的观测弧长分别为 98.0 s、314.8 s、130.0 s。利用 3 次通过的碎片激光测距数据定轨后, 获得的初始协方差矩阵为:

阻力系数  $C_D$  的模型误差。实验中, 假设  $C_D$  方差为 0.01, 且与目标位置、速度分量各不相关。因此, 顾及了大气阻力模型误差的初始协方差矩阵为:

$$\mathbf{P}(t_0) = \begin{bmatrix} \hat{\sigma}_0^2 (\mathbf{B}^T \mathbf{W} \mathbf{B})^{-1} & \mathbf{0}_{6 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 6} & 0.1^2 \end{bmatrix}_{7 \times 7} \quad (3)$$

### 3 协方差传播及动态校正

#### 3.1 协方差传播

轨道误差线性传播具有计算快速的优点,用于大规模空间碎片轨道误差传播具有明显优势。线性传播模型通过状态转移矩阵  $\Phi(t, t_0)$  对初始协方差矩阵进行传播,状态转移矩阵的精度由所用的轨道力学模型决定。基于线性模型的轨道误差传播表达为:

$$\mathbf{P}(t) = \Phi(t, t_0) \mathbf{P}(t_0) \Phi^T(t, t_0) \quad (4)$$

式中,  $\Phi(t, t_0)$  表示初始历元  $t_0$  时刻状态的微小变化所导致的其后历元  $t$  时刻状态的变化。实验中,  $\Phi(t, t_0)$  通过数值轨道理论,利用 Cowell 积分器并顾及作用在碎片上的所有摄动力计算得到。

实验分为两个方案。方案 1:不考虑大气阻力模型误差的影响,则初始协方差矩阵为  $6 \times 6$  矩阵;方案 2:考虑大气阻力模型误差的影响,则初始协方差矩阵为  $7 \times 7$  矩阵。

协方差在惯性系中进行传播,误差分析时,则需要转换至轨道坐标系。对定轨初始协方差矩阵进行线性传播,图 5 给出了主对角线元素标准差在沿迹(A)、法向(C)和径向(R)上的变化趋势。

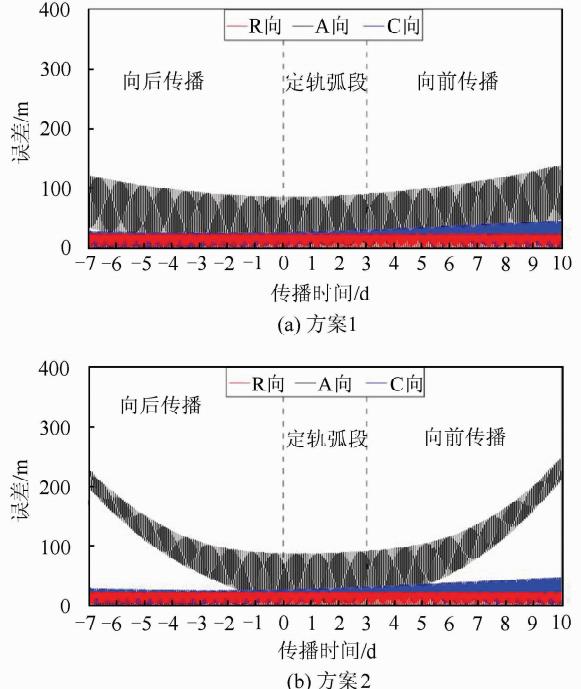


图 5 Larets 轨道协方差向前、向后传播 7 d 在沿迹、法向和径向上的投影

Fig. 5 Along-Track, Cross-Track and Radial Components from the Orbit Covariance for Larets over 7 d Forward and Backward Propagation

图 5 中,方案 1 和方案 2 传播的协方差在 R、C 向上的分量随时间周期性震荡,且基本保持同一量级水平;协方差沿迹分量在定轨弧段内保持同一量级水平,但在轨道传播弧段内却随时间逐渐发散。对比发现,方案 2 中协方差 A 向分量几乎是方案 1 中该分量的两倍,表明大气阻力模型误差对沿迹轨道误差具有显著影响。

尽管顾及各种摄动力影响,传播获得的协方差仍然无法准确描述真实 EPO 的大小。事实上,传播获得的协方差量值显著小于真实的 EPO。图 6 给出了稀疏数据条件下 Larets 轨道确定与预报弧段的定轨误差和真实 EPO。

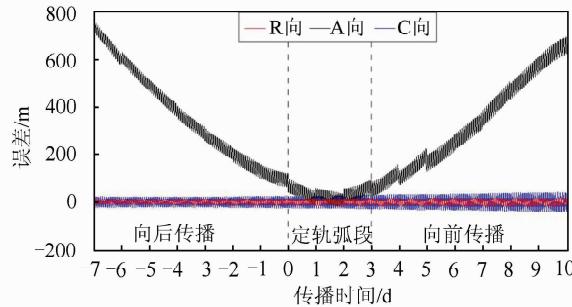


图 6 稀疏数据条件下的 Larets 轨道确定与预报误差

Fig. 6 Orbital Errors of Larets over the Orbit Determination and Prediction Spans Using Sparse Tracking Data

图 6 中,利用 CPF 高精度轨道对 Larets 轨道确定与预报进行精度评估,EPO 主要表现在 A 方向上,并随预报时间发散。在向后传播的轨道弧段内,最大沿迹 EPO 为 760.0 m,这一数值在向前传播的轨道弧段内为 699.2 m。经统计,向后、向前 7 d 的轨道传播弧段内,二者三维 EPO RMS 值分别为 406.8 m、377.7 m,对碎片而言,二者可视为同一精度量级。然而,与图 5 中的协方差传播结果对比发现,尽管真实 EPO 表现出与之相同的变化趋势,但是在量级上却显著高于协方差传播结果。考虑到向后传播弧段的精密轨道可通过实测数据和轨道估计理论获得,进而可以计算该弧段的 EPO。利用真实 EPO 和向后传播的协方差在 R、A、C 分量上的差异,可以实现向前传播的轨道预报协方差的动态校正。

#### 3.2 协方差传播的动态校正

为克服传播获得的轨道协方差不能准确描述 EPO 的缺点,本节提出一种动态校正轨道协方差传播准确性的方法。该方法首先利用历史实测数据确定向后传播弧段的真实 EPO,进而计算 EPO 与向后传播的轨道协方差的校正尺度函数;然后,利用向后传播弧段的校正尺度函数,校正向前传

播的轨道预报协方差,从而获得精度改善的轨道协方差预报值。

鉴于真实 EPO 在 A、C、R 方向上有正负,而传播的轨道协方差在 3 方向上以标准差形式表示时,各分量均为正值。实验中,每 3 h 计算传播弧段内的误差 RMS,代表局部轨道误差特征。因此,轨道预报协方差的校正尺度  $K$  随时间的变化表示为:

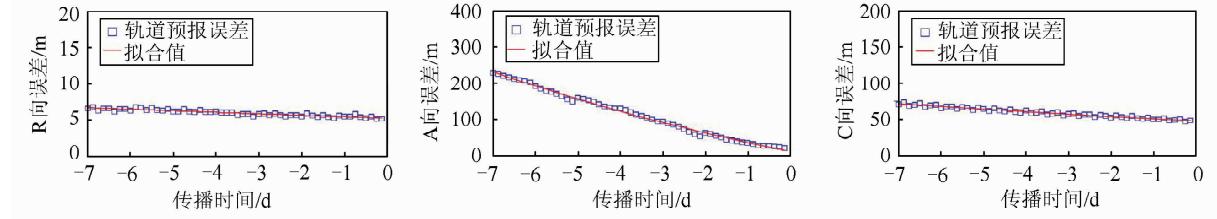


图 7 Larets 向后传播弧段的真实 EPO RMS 值多项式拟合

Fig. 7 Polynomial Fitting of the True EPO RMS Values of Larets over the Backward Propagation Span

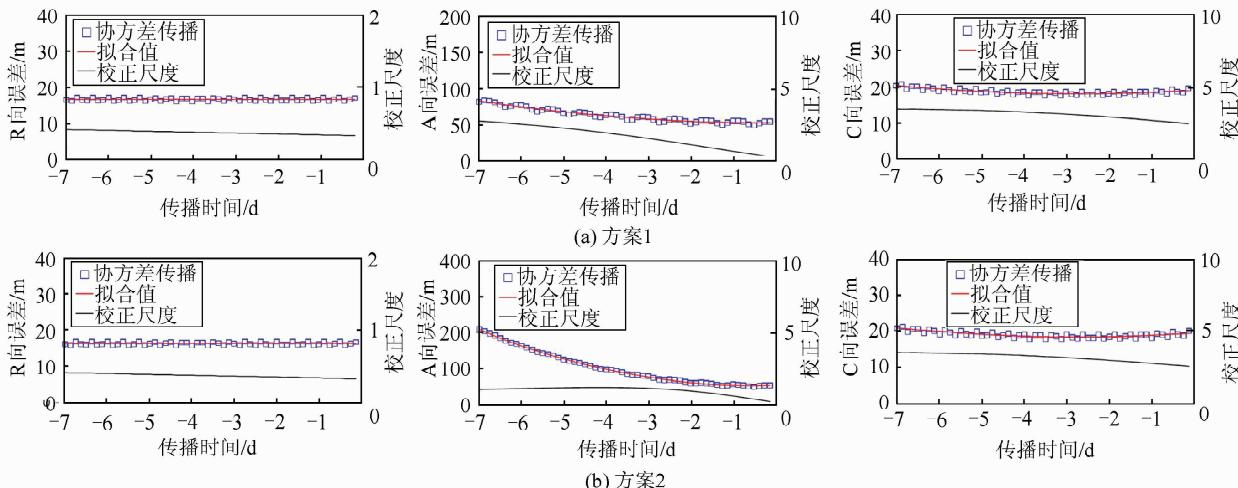


图 8 Larets 向后传播弧段的轨道协方差各分量 RMS 值多项式拟合及相应的校正尺度

Fig. 8 Polynomial Fitting of the RMS Values of the Radial, Along-Track and Cross-Track Components from the Propagated Covariance of Larets over the Backward Propagation Span, and Corresponding Calibration Scales

由图 7、图 8 知,在向后传播弧段内,轨道预报协方差的校正尺度曲线为一随时间变化的较为平滑的曲线。由 § 2 基本结论知,同一轨道状态向前预报与向后传播的 EPO 具有基本相同的分布特性,因此,向后传播弧段内的校正尺度函数可用于校正向前传播的预报协方差,尤其是数量级上的校正。根据校正尺度随时间的变化,向前传播的轨道协方差乘以相应时刻的校正尺度,可以改善轨道预报协方差的准确性。

利用 CPF 高精度轨道评估向前传播的 EPO,并以此作为轨道预报协方差 R、A、C 向分量的真值,来评估校正前、后该弧段内的 EPOC。以沿迹 EPOC 为例,方案 1 和方案 2 中,校正前,向前传播的 A 向 EPOC RMS 分别为 311.1 m 和 259.2 m;

$$K = f_{\text{real}}(t)/f_{\text{propagation}}(t) \quad (5)$$

式中,  $f_{\text{real}}(t)$  为向后传播弧段内 EPO RMS 值的多项式拟合函数;  $f_{\text{propagation}}(t)$  为向后传播弧段内轨道协方差径向、沿迹、法向分量 RMS 值的多项式拟合函数。需要说明的是,对真实 EPO 和轨道协方差 R 向、A 向、C 向分量拟合的原因在于获取较为平滑的校正尺度随时间的变化,如图 7、图 8 所示。

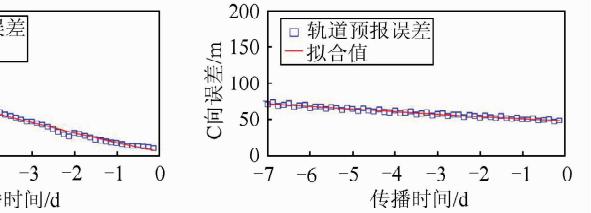


图 7 Larets 向后传播弧段的真实 EPO RMS 值多项式拟合

Fig. 7 Polynomial Fitting of the True EPO RMS Values of Larets over the Backward Propagation Span

校正后,相应的 A 向 EPOC RMS 分别降至 106.4 m、61.3 m,各自提高了 65.8%、76.4%。

表 2 统计了 Larets、Starlette 两颗卫星各自 100 组算例向前传播的 EPOC 校正前、后的精度改善情况。由表 2 看出,向后传播的协方差校正尺度函数用于校正向前传播的协方差预报值时,可以大幅度降低 EPOC,获得较高精度的预报协方差。对于低轨目标而言,A 向误差受大气阻力影响,发散趋势较复杂,本文方法仍可以实现预报协方差沿迹分量 60% 以上的精度改善;对于预报协方差 R 向、C 向分量而言,由于两方向误差传播均呈现周期性震荡,变化趋势较稳定,本文方法对两方向上的协方差传播精度改进更为显著。同时发现,大气阻力模型误差主要影响沿迹方向上

的协方差传播精度,对于径向和法向上的协方差传播影响较小,因此,对于较高轨道目标的协方差

传播而言,大气阻力模型误差可以忽略。

表 2 Larets、Starlette 100 组算例向前传播的 R、A、C 方向 EPOC 的平均精度改善情况

Tab. 2 Average Improvements of the Radial, Along-Track and Cross-Track

EPOC of Larets and Starlette in 100 Runs

轨道卫星	方案	校正前			校正后			改善百分比/%		
		R/m	A/m	C/m	R/m	A/m	C/m	R	A	C
Larets	1	28.4	432.0	25.3	1.9	158.3	2.5	93.3	63.4	90.1
	2	25.0	345.8	24.5	1.5	124.2	2.1	94.0	64.1	91.4
Starlette	1	6.6	48.4	4.9	0.9	16.1	1.1	86.4	66.7	77.6
	2	6.6	43.8	4.9	0.9	15.0	1.1	86.4	65.8	77.6

## 4 结语

现有轨道确定与预报误差通常用协方差表示,实验表明这样的描述过于乐观。本文围绕稀疏数据条件下的空间碎片轨道预报误差问题,给出了一种实用的、动态校核轨道预报协方差的方法。首先基于精密轨道分析了轨道误差向前、向后传播的误差量级与变化趋势,得到了轨道向前、向后传播具有基本相同的误差统计特性这一结论;然后,对稀疏数据条件下的空间碎片进行轨道确定,并构建符合实际情形的初始协方差矩阵;最后,利用实测数据建立真实轨道预报误差与向后传播的协方差的联系,并用于向前传播的预报协方差的校正,校正结果利用已知精密轨道进行了精度评估。实验表明,经校正后的轨道预报协方差,相较于线性传播结果精度提高了 60% 以上。下一步研究将拓展本文方法在空间碰撞风险分析中的应用,为实际工程应用提供准确的轨道预报误差信息。

## 参 考 文 献

- [1] NASA Orbital Debris Quarterly News. Satellite Box Score [OL]. <https://orbitaldebris.jsc.nasa.gov/quarterly-news/pdfs/odqnv22i2.pdf>, 2018
- [2] NASA Orbital Debris Quarterly News. Satellite Collision Leaves Significant Debris Clouds [OL]. <https://orbitaldebris.jsc.nasa.gov/quarterly-news/pdfs/odqnv13i2.pdf>, 2018
- [3] Bryan C. International Space Station Debris Avoidance Process [J]. *NASA Orbital Debris Quarterly News*, 2016, 20(4): 7-8
- [4] Li Ming, Gong Zizheng, Liu Guoqing. Frontier Technology and System Development of Space Debris Surveillance and Active Removal [J]. *Chinese Science Bulletin*, 2017, doi: 10.1360/N972017-00880 (李明, 龚自正, 刘国青. 空间碎片监测移除前沿技术与系统发展 [J]. 科学通报, 2017, doi: 10.1360/N972017-00880)
- [5] Hoots F R, Roehrich R L. Spacetrack Report No. 3-Models for Propagation of NORAD Element Sets [R]. US: US Aerospace Defense Command, 1980
- [6] Chen Lei, Han Lei, Bai Xianzong, et al. Orbital Dynamics and Error Analysis of Space Objects [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2010 (陈磊, 韩蕾, 白显宗, 等. 空间目标轨道力学与误差分析 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2010)
- [7] Luo Y Z, Yang Z. A Review of Uncertainty Propagation in Orbital Mechanics [J]. *Progress in Aerospace Science*, 2017, 89: 23-39
- [8] Sabol C, Hill K, Alfriend K, et al. Nonlinear Effects in the Correlation of Tracks and Covariance Propagation [J]. *Acta Astronaut*, 2013, 84: 69-80
- [9] Bai Xianzong. Research on Orbital Prediction Error and Collision Probability of Space Objects [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2008 (白显宗. 空间目标碰撞预警中的碰撞概率问题研究 [D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2008)
- [10] Li Bin. Researches on Key Technologies of Fast and Accurate Orbit Determination and Prediction of Space Debris [D]. Wuhan: Wuhan University, 2017 (李彬. 空间碎片快速精密轨道确定与预报若干关键问题研究 [D]. 武汉: 武汉大学, 2017)
- [11] Sang J, Bennett J C. Achievable Debris Orbit Prediction Accuracy Using Laser Ranging Data from a Single Station [J]. *Advances in Space Research*, 2014, 54(1): 119-124
- [12] Montenbruck O, Gill E. *Satellite Orbits: Models, Methods, and Applications* [M]. New York: Springer Science & Business Media, 2000

# Orbital Covariance Propagation of Space Debris and Its Dynamic Calibration

SANG Jizhang<sup>1,2</sup> LI Bin<sup>1</sup> LIU Hongkang<sup>1</sup>

1 School of Geodesy and Geomatics, Wuhan University, Wuhan 430079, China

2 Collaborative Innovation Center of Geospatial Technology, Wuhan 430079, China

**Abstract:** Orbital covariance propagation plays a vital role in the space situation awareness tasks such as the space conjunction analysis and space mission planning. Orbital errors, usually expressed by the orbital covariance matrix, can be propagated with linear models or non-linear models. Linear models are analytical and computationally fast since only the state transition matrix is needed. However, the propagation accuracy declines quickly with the time due to the linearization of highly nonlinear orbital dynamic systems. The non-linear models are accurate but computationally intensive, and thus are less attractive in the orbital covariance propagation for massive space debris. On the basis of the analysis of the propagated orbital errors, this paper proposes a dynamic calibration method to improve the accuracy of orbit error propagation. The method has three steps: the generation of realistic initial orbit covariance matrix, the linear propagation of the covariance matrix, and dynamic calibration of the propagated covariance using past observations. Experiments of real data processing show that the accuracy of calibrated orbit covariance can be improved by more than 60% compared to the linearly propagated covariance, and can provide more accurate propagated covariance for many space applications require high-accuracy such as the space collision probability computation.

**Key words:** space debris; error characterization analysis; orbital covariance propagation; dynamic calibration

**First author:** SANG Jizhang, PhD, professor, “1000 Plan” Expert, specializes in space situation awareness, space environment surveillance, satellite orbital dynamic theory and data association. E-mail: jzhsang@sgg.whu.edu.cn

**Foundation support:** The National Natural Science Foundation of China, No. 41474024.