

# 自主卫星导航的空间基准维持

杨元喜<sup>1</sup> 任 夏<sup>1,2</sup>

1 地理信息工程国家重点实验室,陕西 西安,710054  
2 信息工程大学地理空间信息学院,河南 郑州,450001

**摘 要:**基于星间测距的自主定轨必然存在星座的整体旋转和漂移,即存在星座空间基准的衰减问题,因此,卫星星座的空间基准维持是自主定轨的主要目标,也是自主定轨的核心问题之一。重点讨论卫星自主定轨中的空间基准维持方法,系统分析星地观测、星间/星地组合观测和星间观测 3 种观测模式下的卫星轨道参数估计方法,及其对应的空间基准维持方式;提出卫星自主定轨强基准和弱基准概念。强基准是指在星地观测或星间/星地组合观测条件下,强化地面高精度基准站坐标的定轨方式,此时卫星星座基准与地面跟踪站基准一致;弱基准是指在仅有星间链路观测条件下,采用卫星轨道信息先验弱约束的定轨方式,即弱基准是以先验轨道所对应的卫星星座的几何重心建立的。强基准充分利用了星间、星地观测网中的各类信息,计算结果可靠且精度稳定,而弱基准虽然缺少地面观测信息,但先验卫星轨道同样是基于地面跟踪网精密定轨得到的,对卫星空间基准的维持同样可靠,且定轨计算更为简单。采用北斗试验星实测数据,分别开展无基准、弱基准和强基准支持下的自主定轨试验,试验结果表明,弱基准中仅对卫星轨道倾角和升交点赤经进行先验弱约束即可抵偿卫星星座的旋转和漂移,但定轨精度略低于强基准支持下的定轨精度。在无地面跟踪系统支持的特定环境下,建议采用弱基准方法,实现真正意义上的自主定轨。

**关键词:**自主定轨;星间链路;空间基准;星座旋转;星座漂移;先验约束  
**中图分类号:**P228 **文献标志码:**A

基于星间链路(inter-satellite link, ISL)的导航卫星自主定轨的核心是卫星星座的空间基准维持和时间基准维持。自主定轨的空间基准维持是指在无星地跟踪的情况下,卫星星座原有的空间基准保持不变,或只有微小的随机变化(高频变化),即卫星星座中各卫星所对应的坐标仍然对应于定义的坐标系统。空间基准维持的核心是控制整体星座坐标系统的平移、旋转和尺度变化。

利用星地观测链路实现卫星轨道的精确测定、预报及其基准维持已有现成的理论和方法<sup>[1]</sup>,而单纯利用卫星之间的距离观测实现卫星轨道的精确测定、卫星星座的基准维持则存在理论和实践难题。因为仅利用星间链路观测数据进行导航星座的自主定轨,并没有任何与地球固连的时空基准信息,很难消除或抑制星座的整体平移和整体旋转,致使星座难以长时间自主运行<sup>[2-3]</sup>。

实际上,卫星星座的空间基准维持与地面大地控制网的基准维持有相似之处。有关地面大地控制网的基准确定与数据处理方法间的关系已有

丰富的研究成果<sup>[4-5]</sup>,而综合利用星地观测、星间观测实现卫星的轨道测定的研究方兴未艾<sup>[6]</sup>,基于不同观测和不同参数估计准则确定的卫星轨道的基准及其维持还未见报道。

现有实现卫星星座基准维持的常见方法有两种。方法一:增加卫星自主定轨能力,即在卫星上增加恒星敏感器进行恒星观测,测定卫星的位置和姿态,或采用 X 射线脉冲星观测进行卫星定位,但该方法离实际应用还存在相当大的距离,有许多关键技术问题尚未得到解决;方法二:利用星间观测增加星间几何联系,也可增加地面锚固站,增加星地几何联系。

不同观测结构以及不同数据处理准则确定的卫星星座基准将会发生变化,即不同卫星观测类型以及不同的卫星轨道计算方法都可能对应不同的空间基准。因此,详细分析各类观测组合及各类轨道参数估计准则所对应的卫星轨道基准具有理论和实践意义。本文主要论述卫星自主定轨的空间基准维持理论与方法,重点讨论不同的观测

数据处理方法所对应的空间基准及其相互关系。

# 1 基于地面跟踪站的空间基准维持

测定卫星轨道实际上是确定卫星在所选定坐标系的位置和速度。导航卫星星座需要一个物理意义和几何意义明确的空间基准,因为基于卫星轨道发播的卫星星历是用户导航定位的基本参数。通常,人们总是通过固定地面跟踪站的坐标,利用星地观测使卫星星座的空间基准固联于地面跟踪站的原有基准。理论上,固定 3 个地面跟踪站即可维持整个卫星星座的空间基准,即卫星星座不能平移(3 个参数)、不能旋转(3 个参数)、不能缩放(1 个参数)。实践中则常常利用全球分布的多个地面跟踪站维持卫星星座的基准。这种利用星地观测测定卫星的轨道实际上是固定地面坐标基准的星地观测“附合平差”,如此固定的卫星星座的基准可以称为“强基准”<sup>[7]</sup>。

“强基准”是指在轨道测定和轨道参数估计过程中,地面跟踪站坐标不获得任何改正数,即所有地面跟踪站均视为已知点,其坐标值的权无穷大。显然,强基准必须要求固定的地面跟踪站坐标具有绝对的高精度,否则地面跟踪站坐标误差必然通过观测数据处理无条件地引入卫星轨道参数中,可能导致卫星星座几何结构扭曲,轨道基准出现偏差。

卫星精密定轨时往往不考虑地面跟踪站坐标的误差,即将所有地面跟踪站坐标固定,仅计算卫星的轨道参数。这样做的基本理由是,现有地面跟踪站一般均建立在较稳固的基站上,而且相应坐标均由长期连续观测获得,与国际地球参考框架(International Terrestrial Reference Frame, ITRF)具有固有的联系,通过数据处理一般均具有绝对的高精度。实践中,星地跟踪观测一般都施加了各种改正(大气改正、多路径改正、固体潮改正等),尽管仍然有残余的系统误差和偶然误差,甚至异常误差影响,但是,当地面跟踪站坐标固定后,通过适当的数据处理准则,消除不符值,星地观测的各类误差会受到一定程度的控制,一般不会被累积或转移。于是,长期的轨道测定仍能维持卫星星座的高精度坐标基准。

## 1.1 基于星地观测的卫星星座基准

设卫星在  $t_k$  时刻的运动状态向量为<sup>[8]</sup>:

$$\mathbf{X}_s = [\mathbf{R}^T \quad \dot{\mathbf{R}}^T \quad \boldsymbol{\alpha}^T]^T \quad (1)$$

式中, $\mathbf{X}_s$  为卫星的  $n$  维状态向量; $\mathbf{R}, \dot{\mathbf{R}}$  是卫星在惯性坐标系中的位置和速度矢量; $\boldsymbol{\alpha}$  为力学模型参数向量,且满足  $\dot{\boldsymbol{\alpha}} = \mathbf{0}$ 。

已知  $t_k$  时刻卫星的参考运动状态向量  $\mathbf{X}_s^*(t_k)$ ,令  $\delta \hat{\mathbf{x}}_s(t_k)$  为参考运动状态的改正数向量,即:

$$\delta \mathbf{x}_s(t_k) = \mathbf{X}_s(t_k) - \mathbf{X}_s^*(t_k) \quad (2)$$

对卫星的运动方程进行积分,则得卫星的运动状态方程<sup>[9-10]</sup>:

$$\mathbf{X}_s(t_k) = \boldsymbol{\varphi}(t_k, t_0) \mathbf{X}_s(t_0) \quad (3)$$

式中, $\mathbf{X}_s(t_0)$  为卫星在  $t_0$  时刻的状态; $\boldsymbol{\varphi}(t_k, t_0)$  为状态转移矩阵。实际上,卫星状态从  $\mathbf{X}_s(t_0)$  到  $\mathbf{X}_s(t_k)$  的转换必然存在模型误差,于是式(3)可进一步写成:

$$\mathbf{X}_s(t_k) = \boldsymbol{\varphi}(t_k, t_0) \mathbf{X}_s(t_0) + \mathbf{W}_k \quad (4)$$

式中, $\mathbf{W}_k$  为模型误差向量;相应的协方差矩阵为  $\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{W}_k}$ 。

设卫星  $i$  与地面站  $j$  在  $t_k$  时刻的伪距观测为  $\rho_i$ ,经各类误差改正后表示为  $L_i$ ,地面跟踪站坐标为  $\mathbf{X}_i$ ,一般观测量是卫星运动状态的非线性函数,表示为:

$$L_i = G_i(\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_s, t_k) + e_i \quad (5)$$

式中, $e_i$  为观测量  $L_i$  的误差,且满足  $E(e_i) = 0$ ,  $E(e_i^2) = \sigma_i^2$ ;  $G_i(\cdot)$  为由星地坐标计算星地距离的函数。如果将地面跟踪站坐标向量  $\mathbf{X}_i$  固定,即在观测数据处理过程中, $\mathbf{X}_i$  作为已知向量,平差后不得任何改正数,则线性化后的误差方程为:

$$v_i = \tilde{\mathbf{A}}_{si} \delta \hat{\mathbf{x}}_s(t_k) - l_i \quad (6)$$

式中,

$$\tilde{\mathbf{A}}_{si} = \partial G_i / \partial \mathbf{X}_s |_{\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_s^*} \quad (7)$$

$$l_i = L_i - G_i(\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_s^*, t_k) \quad (8)$$

且对于距离观测满足:

$$\tilde{\mathbf{A}}_{si} = -\frac{1}{\rho_{0i}} [\Delta x_i \quad \Delta y_i \quad \Delta z_i] \quad (9)$$

其中,  $\Delta x_i = x_{ij} - x_{si}^*$ ;  $\Delta y_i = y_{ij} - y_{si}^*$ ;  $\Delta z_i = z_{ij} - z_{si}^*$ ;  $\rho_{0i} = (\Delta x_i^2 + \Delta y_i^2 + \Delta z_i^2)^{1/2}$ 。

式(6)只能求解卫星各个观测时刻的状态向量改正量  $\delta \mathbf{x}_s(t)$ ,卫星轨道确定一般采用批处理方法<sup>[8]</sup>,即确定某一历元时刻的状态向量改正量  $\delta \mathbf{x}_s(t_0)$ ,简写为  $\delta \mathbf{x}_{s0}$ 。将式(3)代入式(6)得:

$$v_i = \mathbf{A}_{si} \delta \hat{\mathbf{x}}_{s0} - l_i \quad (10)$$

式中,  $\mathbf{A}_{si} = \tilde{\mathbf{A}}_{si} \boldsymbol{\varphi}(t_k, t_0)$ 。设  $t_k$  观测时刻的观测向量为  $\mathbf{L}_k = [L_1 \quad L_2 \cdots L_m]^T$ ,自由项为  $\mathbf{l}_k = [l_1 \quad l_2 \cdots l_m]^T$ ,相应协方差矩阵为  $\boldsymbol{\Sigma}_k$ ,残差向量为  $\mathbf{V}_k = [v_1 \quad v_2 \cdots v_m]^T$ ,星地间的观测方程系数矩阵为  $\mathbf{A}_k = [\mathbf{A}_1^T \quad \mathbf{A}_2^T \cdots \mathbf{A}_m^T]^T$ ,则式(10)可以写为:

$$\mathbf{V}_k = \mathbf{A}_k \delta \hat{\mathbf{x}}_{s0} - \mathbf{l}_k \quad (11)$$

假设各观测互不相关,各观测量  $L_i$  的先验权

为  $p_i = \sigma_0^2/\sigma_i^2$ , 先验权矩阵为  $\mathbf{P}_k = \text{diag}[p_1 \ p_2 \cdots p_m]$ ,  $\sigma_0^2$  为方差因子。基于上述误差方程, 利用带有误差的观测数据  $\mathbf{L}_k$  和不精确的初始状态  $\mathbf{X}_{s0}^*$ , 基于特定准则(如最小二乘准则), 可以求出状态向量改正量的“最佳”估值  $\delta \hat{\mathbf{x}}_{s0}$ 。式(11)的最小二乘解为:

$$\delta \hat{\mathbf{x}}_{s0} = (\mathbf{A}_{sk}^T \mathbf{P}_k \mathbf{A}_{sk})^{-1} \mathbf{A}_{sk}^T \mathbf{P}_k \mathbf{L}_k \tag{12}$$

通过式(2)和式(3), 即可得到任一时刻的卫星状态向量  $\hat{\mathbf{X}}_s$ :

$$\hat{\mathbf{X}}_s(t_k) = \boldsymbol{\varphi}(t_k, t_0)(\hat{\mathbf{x}}_{s0} + \mathbf{X}_{s0}^*) \tag{13}$$

式(12)和式(13)给出了一种统计意义下的“最佳”轨道<sup>[8, 11]</sup>。

如果观测有误差  $\Delta \mathbf{l}_t$ , 则对卫星轨道参数的影响为:

$$\Delta \hat{\mathbf{x}}_s(\Delta \mathbf{l}_t) = (\mathbf{A}_s^T \mathbf{P}_t \mathbf{A}_s)^{-1} \mathbf{A}_s^T \mathbf{P}_t \Delta \mathbf{l}_t \tag{14}$$

式中,

$$\mathbf{l}_i = \mathbf{L}_i - \mathbf{G}_i(\mathbf{X}_t, \mathbf{X}_s^*, t_i) \approx \mathbf{L}_i - \mathbf{A}_{t_i} \mathbf{X}_t - \mathbf{A}_{s_i} \mathbf{X}_s^* \tag{15}$$

$$\mathbf{A}_{t_i} = \partial \mathbf{G}_i / \partial \mathbf{X}_t |_{\mathbf{X}_t, \mathbf{X}_s^*} \tag{16}$$

$$\mathbf{A}_{s_i} = \{ \partial \mathbf{G}_i / \partial \mathbf{X}_s |_{\mathbf{X}_t, \mathbf{X}_s^*} \} \boldsymbol{\varphi}(t, t_0) \tag{17}$$

式(14)表明, 卫星轨道及其坐标基准仅受星地观测误差影响, 且这种影响具有随机性和抵偿性。

固定地面跟踪站坐标进行卫星定轨, 所确定的卫星轨道基准可称为“强基准”, 即认为测定的卫星轨道及其星座的空间基准与地面跟踪站网的基准一致, 如此确定的卫星星座基准不存在平移、旋转或缩放。但这种“强基准”的弱点是, 地面跟踪站坐标的所有误差都将无条件地带入卫星轨道参数估计结果中。

为了分析地面跟踪站坐标的误差影响, 可将误差方程(10)表示为:

$$\mathbf{V}_t = \mathbf{A}_t \delta \hat{\mathbf{x}}_t + \mathbf{A}_s \delta \hat{\mathbf{x}}_s - \mathbf{l}_t \tag{18}$$

若认为地面跟踪站坐标  $\mathbf{X}_t$  没有误差, 将其作为常数向量看待, 于是  $\hat{\mathbf{x}}_t = \mathbf{0}$ , 即误差方程(18)变成式(10)。实际上,  $\mathbf{X}_t$  不可避免也存在误差  $\Delta \mathbf{X}_t$ , 由此而带来的轨道误差影响为:

$$\Delta \hat{\mathbf{x}}_s(\Delta \mathbf{X}_t) = -(\mathbf{A}_s^T \mathbf{P}_t \mathbf{A}_s)^{-1} \cdot \mathbf{A}_s^T \mathbf{P}_t \mathbf{A}_t \Delta \mathbf{X}_t \tag{19}$$

1.2 基于星地观测与星间观测组合确定的卫星星座基准

如果将星地观测与星间观测统一进行处理, 则不同的定轨计算方式将导致卫星星座不同的坐标基准。

解法 1: 地面站坐标固定的组合定轨

$$\begin{bmatrix} \delta \hat{\mathbf{X}}_t \\ \delta \hat{\mathbf{X}}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_t^T \mathbf{P}_t \mathbf{A}_t + \boldsymbol{\Sigma}_{\bar{\mathbf{X}}_t}^{-1} & \mathbf{A}_t^T \mathbf{P}_t \mathbf{A}_s \\ \mathbf{A}_s^T \mathbf{P}_t \mathbf{A}_t & \mathbf{A}_s^T \mathbf{P}_t \mathbf{A}_s + \mathbf{B}_s^T \mathbf{P}_s \mathbf{B}_s \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_t^T \mathbf{P}_t \mathbf{l}_t \\ \mathbf{A}_t^T \mathbf{P}_t \mathbf{l}_t + \mathbf{B}_s^T \mathbf{P}_s \mathbf{l}_s \end{bmatrix} \tag{27}$$

首先假设星地观测向量为  $\mathbf{L}_t$ , 卫星  $i, j$  之间的伪距观测为  $\rho^{i,j}$ , 相应的观测向量为  $\mathbf{L}_s$ 。如果将所有地面跟踪站坐标  $\mathbf{X}_t$  固定, 则观测误差方程表示为:

$$\begin{cases} \mathbf{V}_t = \mathbf{A}_t \delta \hat{\mathbf{X}}_s - \mathbf{l}_t \\ \mathbf{V}_s = \mathbf{B}_s \delta \hat{\mathbf{X}}_s - \mathbf{l}_s \end{cases} \tag{20}$$

该误差方程与式(10)相同, 其中  $\mathbf{l}_t$  的分量由式(8)计算;  $\mathbf{V}_s$  为  $\mathbf{L}_s$  的残差向量;  $\mathbf{B}_s$  为设计矩阵;  $\mathbf{l}_s$  为自由项:

$$\mathbf{l}_s = \mathbf{l}_s(t_k) = \mathbf{B}_s \mathbf{X}_s^*(t_k) - \mathbf{L}_s \tag{21}$$

相应的目标函数为:

$$\mathbf{V}_t^T \mathbf{P}_t \mathbf{V}_t + \mathbf{V}_s^T \mathbf{P}_s \mathbf{V}_s = \min \tag{22}$$

式中,  $\mathbf{P}_s$  为星间观测向量  $\mathbf{L}_s$  的权矩阵。参数解向量为:

$$\delta \hat{\mathbf{X}}_s = (\mathbf{A}_t^T \mathbf{P}_t \mathbf{A}_t + \mathbf{B}_s^T \mathbf{P}_s \mathbf{B}_s)^{-1} (\mathbf{A}_t^T \mathbf{P}_t \mathbf{l}_t + \mathbf{B}_s^T \mathbf{P}_s \mathbf{l}_s) \tag{23}$$

解法 1 确定的卫星星座基准仍然是“强基准”, 因为地面跟踪站坐标没有得到任何改正, 而星间观测只增加了卫星之间的几何联系和卫星星座基准的整体性, 没有增加对地面跟踪站坐标的贡献。

解法 2: 地面站坐标弱约束的组合定轨

若将地面跟踪站坐标进行弱约束, 即将地面跟踪网的所有坐标  $\mathbf{X}_t$  及其相应的方差协方差矩阵作为先验信息与卫星轨道参数  $\mathbf{X}_s$  整体求解, 显然地面跟踪站坐标不再固定。通过星地观测和星间观测, 不仅卫星轨道参数的精度得到改善, 地面跟踪站的精度也有望获得提高, 且地面跟踪站坐标的误差不会强制转移到卫星轨道参数中。

设观测误差方程为:

$$\begin{cases} \mathbf{V}_t = \mathbf{A}_t \delta \hat{\mathbf{X}}_t + \mathbf{A}_s \delta \hat{\mathbf{X}}_s - \mathbf{l}_t \\ \mathbf{V}_s = \mathbf{B}_s \delta \hat{\mathbf{X}}_s - \mathbf{l}_s \end{cases} \tag{24}$$

式中,  $\delta \hat{\mathbf{X}}_t$  为跟踪站坐标近似值的改正数;  $\mathbf{V}_t$  和  $\mathbf{V}_s$  为星地观测  $\mathbf{L}_t$  和星间观测量  $\mathbf{L}_s$  的残差向量;  $\mathbf{A}_t$  为地面跟踪站坐标向量的系数矩阵;  $\mathbf{l}_t$  和  $\mathbf{l}_s$  分别为自由项(“观测”减“计算”):

$$\begin{cases} \mathbf{l}_t = \mathbf{A}_t \bar{\mathbf{X}}_t + \mathbf{A}_s \mathbf{X}_s^* - \mathbf{L}_t \\ \mathbf{l}_s = \mathbf{B}_s \mathbf{X}_s^* - \mathbf{L}_s \end{cases} \tag{25}$$

相应的最小二乘估计准则为:

$$\mathbf{V}_t^T \mathbf{P}_t \mathbf{V}_t + \mathbf{V}_s^T \mathbf{P}_s \mathbf{V}_s + \delta \hat{\mathbf{X}}_t^T \boldsymbol{\Sigma}_{\bar{\mathbf{X}}_t}^{-1} \delta \hat{\mathbf{X}}_t = \min \tag{26}$$

式中,  $\bar{\mathbf{X}}_t$  和  $\boldsymbol{\Sigma}_{\bar{\mathbf{X}}_t}$  分别为跟踪站坐标  $\mathbf{X}_t$  的先验参数向量和协方差矩阵。相应的参数解为:

顾及地面站点坐标先验信息的轨道测定,相应的卫星轨道基准对应于地基跟踪站的坐标基准,如此确定的基准不存在任何基准秩亏,基准意义明确。

解法 3:地面站坐标和卫星先验轨道双弱约束的组合定轨

$$\begin{bmatrix} \delta \hat{\mathbf{X}}_t \\ \delta \hat{\mathbf{X}}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_t^T \mathbf{P}_t \mathbf{A}_t + \boldsymbol{\Sigma}_{\bar{\mathbf{X}}_t}^{-1} & \mathbf{A}_t^T \mathbf{P}_t \mathbf{A}_s \\ \mathbf{A}_s^T \mathbf{P}_t \mathbf{A}_t & \mathbf{A}_s^T \mathbf{P}_t \mathbf{A}_s + \mathbf{B}_s^T \mathbf{P}_s \mathbf{B}_s + \boldsymbol{\Sigma}_{\bar{\mathbf{X}}_s}^{-1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_t^T \mathbf{P}_t \mathbf{l}_t \\ \mathbf{A}_t^T \mathbf{P}_t \mathbf{l}_t + \mathbf{B}_s^T \mathbf{P}_s \mathbf{l}_s \end{bmatrix} \quad (29)$$

依据地面跟踪站坐标弱约束和卫星轨道参数弱约束,其卫星轨道的坐标基准仍然是地面基准的延伸,但由于加入了卫星轨道参数的先验约束,即卫星先验动力学信息参与了卫星轨道基准的确定,相应的轨道基准与原有地面基准略有弱化。

解法 4:地面站坐标强约束、卫星轨道先验弱约束的组合定轨

如果将地面跟踪站坐标作强约束,而由卫星运动学方程积分而得到的卫星轨道参数作弱约束,即地面跟踪站坐标在卫星轨道确定过程中不得到改正数,而卫星轨道参数则由两类观测(星地观测和星间观测)及卫星力学模型确定的轨道参数先验信息决定。此时的观测误差方程为:

$$\begin{cases} \mathbf{V}_t = \mathbf{A}_s \delta \hat{\mathbf{X}}_s - \mathbf{l}_t \\ \mathbf{V}_s = \mathbf{B}_s \delta \hat{\mathbf{X}}_s - \mathbf{l}_s \end{cases} \quad (30)$$

相应的目标函数为:

$$\mathbf{V}_t^T \mathbf{P}_t \mathbf{V}_t + \mathbf{V}_s^T \mathbf{P}_s \mathbf{V}_s + \delta \hat{\mathbf{X}}_s^T \boldsymbol{\Sigma}_{\bar{\mathbf{X}}_s}^{-1} \delta \hat{\mathbf{X}}_s = \min \quad (31)$$

轨道参数解为:

$$\delta \hat{\mathbf{X}}_s =$$

$$(\mathbf{A}_s^T \mathbf{P}_t \mathbf{A}_s + \mathbf{B}_s^T \mathbf{P}_s \mathbf{B}_s + \boldsymbol{\Sigma}_{\bar{\mathbf{X}}_s}^{-1})^{-1} (\mathbf{A}_t^T \mathbf{P}_t \mathbf{l}_t + \mathbf{B}_s^T \mathbf{P}_s \mathbf{l}_s) \quad (32)$$

将卫星轨道先验信息作为重要支撑信息参与基准调整,可以增强卫星星座的整体几何结构。即卫星轨道先验信息、星地观测信息和星间观测信息共同参与卫星轨道基准维持,这样的卫星基准将受制于卫星运动方程提供的动力学信息和卫星间观测信息的约束,于是卫星基准在强约束基准的基础上进一步加强。

## 2 基于星间链路观测的卫星基准维持

如果仅存在卫星与卫星之间的观测  $\mathbf{L}_s$ ,则通过对观测的平差处理,可以消除观测之间的矛盾,但并不能完全固定卫星星座的基准。为简便起见,将观测误差方程表示成:

$$\mathbf{V}_s = \mathbf{B}_s \delta \hat{\mathbf{X}}_s - \mathbf{l}_s \quad (33)$$

式中,各符号的意义同前。

由于缺少地面跟踪站观测信息,可采用卫星轨

道先验弱约束解法,即将卫星先验外推轨道参数向量  $\bar{\mathbf{X}}_s$  及相应的协方差矩阵  $\boldsymbol{\Sigma}_{\bar{\mathbf{X}}_s}$  作为虚拟观测信息与实际星间观测信息一起求解。此时的卫星星座构成的卫星网可称为 Bayes 网,具体见图 1。

$$\mathbf{V}_t^T \mathbf{P}_t \mathbf{V}_t + \mathbf{V}_s^T \mathbf{P}_s \mathbf{V}_s + \delta \hat{\mathbf{X}}_t^T \boldsymbol{\Sigma}_{\bar{\mathbf{X}}_t}^{-1} \delta \hat{\mathbf{X}}_t + \delta \hat{\mathbf{X}}_s^T \boldsymbol{\Sigma}_{\bar{\mathbf{X}}_s}^{-1} \delta \hat{\mathbf{X}}_s = \min \quad (28)$$

轨道参数解为:

道先验弱约束解法,即将卫星先验外推轨道参数向量  $\bar{\mathbf{X}}_s$  及相应的协方差矩阵  $\boldsymbol{\Sigma}_{\bar{\mathbf{X}}_s}$  作为虚拟观测信息与实际星间观测信息一起求解。此时的卫星星座构成的卫星网可称为 Bayes 网,具体见图 1。

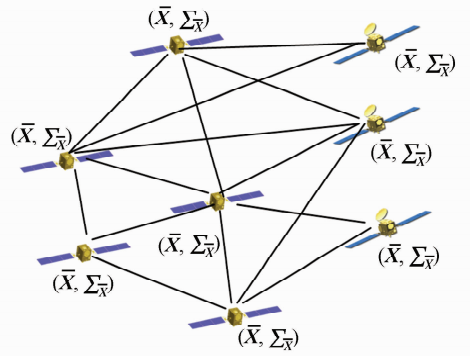


图 1 卫星星座 Bayes 网

Fig. 1 Bayes Network of Satellite Constellation

若采用伪逆平差法确定卫星轨道,即采用如下准则:

$$\mathbf{V}_s^T \mathbf{P}_s \mathbf{V}_s = \min \quad (34)$$

$$\delta \hat{\mathbf{X}}_s^T \delta \hat{\mathbf{X}}_s = \min \quad (35)$$

式(35)可以转换为:

$$\mathbf{G}_s^T \delta \hat{\mathbf{X}}_s = \mathbf{0} \quad (36)$$

式中,矩阵  $\mathbf{G}_s$  满足<sup>[12]</sup>:

$$\mathbf{R}_k(\mathbf{G}_s) = d \quad (37)$$

式中, $d$  为秩亏参数个数,在自主卫星轨道测定条件下, $d=7$ 。考虑误差方程(33), $\mathbf{G}_s$  还必须满足:

$$\mathbf{B}_s \mathbf{G}_s = \mathbf{0} \quad (38)$$

相应的卫星轨道参数解为:

$$\delta \hat{\mathbf{X}}_s = (\mathbf{B}_s^T \mathbf{P}_s \mathbf{B}_s + \mathbf{G}_s \mathbf{G}_s^T)^{-1} \mathbf{B}_s^T \mathbf{P}_s \mathbf{l}_s \quad (39)$$

如此确定的卫星基准相对于通过卫星运动方程积分得到的各卫星状态向量  $\bar{\mathbf{X}}_s$  所形成的星座几何重心<sup>[13]</sup>。这种坐标基准可称为“弱基准”,它不如前面两种基准的意义明确<sup>[7]</sup>。

卫星星座的重心基准虽然没有具体的点与之对应,但是整个卫星星座的轨道参数精度分布均匀。需要注意的是,这样定义的卫星星座的空间基准与  $\bar{\mathbf{X}}_s$  本身所在的坐标系略有差异。因为按式(10)确定的卫星轨道参数只有星座几何重心点

的坐标不变,即  $\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \bar{X}_{s_i}$ 、 $\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \bar{Y}_{s_i}$  和  $\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \bar{Z}_{s_i}$  ( $m$  为星座的全部卫星个数)保持不变,而所有卫星的轨道参数均有所改变。显然,不管卫星星历多么精密,只要星间测量有误差,所得到的卫星轨道的重心坐标与所定义的坐标也会有差异。当然,从严格意义上讲,没有任何一个坐标基准通过测量计算传递后依然是严格的,只是人们往往忽略这种微小的差异。

在所有卫星轨道参数改正数极小的条件下进行卫星轨道的测定,卫星星座的平移、旋转将不受控制,若固定整体星座中两个卫星的轨道,则全部卫星的空间基准即随之确定。星间链路定轨中星座的旋转和漂移主要体现在轨道定向参数  $\Omega$ 、 $i$  和  $\omega$  上。已有研究结果表明,附加轨道参数  $\Omega$  和  $i$  先验弱约束的定轨方式即可抵偿轨道定向参数的旋转和漂移<sup>[14]</sup>,或者以卫星先验位置进行弱约束也可维持卫星星座的空间基准<sup>[15]</sup>。

基于上述对“强基准”、“弱基准”与无基准的分析,认为在无地面支持的情况下,“弱基准”应为优选方案,其基本理由如下。

1)“弱基准”充分利用了网中所有观测信息,计算结果具有可靠的统计精度,但此时卫星轨道的测定仍依赖地面跟踪网,并不能实现真正意义上的自主定轨。

2)“弱基准”确定的导航星座基准虽称为“弱基准”,但平差计算利用了更多的观测信息,且卫星先验轨道信息同样是基于地面跟踪网事先精密定轨求得的,故基准的统计质量也较可靠。

3)即使存在地面跟踪观测,如果采用“弱基准”定轨,则地面跟踪站误差(甚至异常误差)在联合定轨中很容易发现,且地面跟踪站坐标可通过平差得到改善。

4)“弱基准”对应的平差计算较简单。

### 3 算例分析

本文算例采用 3 颗北斗试验卫星 I2S、M1S、M2S 和一个地面锚固站之间的测距信息,星间、星地观测数据均为双单向 Ka 波段观测值,观测数据长度为 7 d,数据处理方法为集中式扩展 Kalman 滤波(extend Kalman filter,EKF)算法,定轨策略见表 1。将 Ka 波段星间/星地批处理精密定轨结果作为参考轨道进行精度评定,其轨道重叠弧段精度在径向约为 0.1 m,三维方向约为 1 m。

| 表 1 定轨策略                            |   |
|-------------------------------------|---|
| Tab. 1 Orbit Determination Strategy |   |
| 参数                                  | 策略  |
| 定轨弧长                                | 7 d   |
| 数据处理方法                              | 集中式 EKF   |
| 动力学模型                               | 二体,地球非球形摄动,日、月引力,太阳光压和固体潮                         |
| 光压模型                                | ECOM 5 参数模型(D、Y、B 方向的常数项和 B 方向的周期项)               |
| 系统误差修正                              | 星间链路:天线相位中心,通道延迟<br>星地链路:天线相位中心,对流层延迟中的干分量部分,通道延迟 |
| 天线相位中心修正                            | PCO(phase center offset)                          |
| 待估参数                                | 卫星位置、速度   |

算例分别采用无基准、“强基准”和“弱基准”支持下的星间链路定轨,具体方案设计见表 2。将历史批处理定轨结果进行轨道外推,并以此作为预报轨道,滤波初值由预报轨道给出,滤波中光压模型参数和通道延迟参数均采用批处理结果进行固定。当采用强基准支持时,对地面站坐标进行强约束,星间、星地 Ka 波段观测量随机噪声均为 0.1 m,但由于本文中仅采用 Saastamoinen 模型修正了对流层的干分量部分,因此星地链路观测量中仍有未修正的对流层湿分量影响。当采用弱基准支持星间链路定轨时,将各历元的轨道倾角  $i$  和升交点赤经  $\Omega$  的预报值作为虚拟观测量与星间链路数据一同解算。将表 2 中 3 种方案下的自主定轨结果与参考轨道进行比较,并将卫星三维位置之间的差异绘于图 2 至图 4,统计结果均方根(root mean square,RMS)列于表 3,将各卫星轨道定向参数与参考值之间的差异分别绘于图 5 至图 7,考虑到北斗卫星均为近圆轨道,因此将  $\omega$  和平近地角  $M$  合并为  $\omega + M$  进行比较。通过对 3 种方案定轨结果的分析可以得出以下结论。

| 表 2 定轨方案                           |                             |        |                                    |
|------------------------------------|-----------------------------|--------|------------------------------------|
| Tab. 2 Orbit Determination Schemes |                             |        |                                    |
| 方案                                 | 观测数据                        | 基准支持方式 | 基准精度                               |
| 1                                  | 星间测距                        | 无      | 无                                  |
| 2                                  | Ka 波段星间、星地链路测距              | “强基准”  | 星地 Ka 波段测距,随机噪声 0.1 m              |
| 3                                  | Ka 波段星间测距和预报 $i$ 和 $\Omega$ | “弱基准”  | 预报 $i$ 和 $\Omega$ 的精度,优于 0.015 mas |

1)从图 2 至图 4 可以看出,无基准支持下的星间链路定轨精度并不理想,而“强基准”和“弱基准”支持下的定轨精度均有明显改善。由此可见,“强基准”和“弱基准”均可以有效解决星间链路定轨中的星座旋转和漂移问题。由于本文中可用的卫星和地面站个数较少,对系统误差的修正并不精确(如对流层延迟误差),因此自主定轨的精度有限。

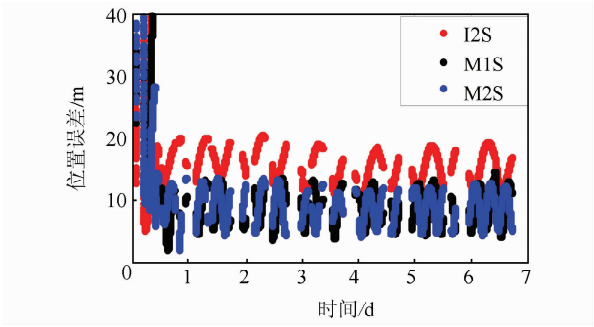


图 2 星间链路定轨位置误差

Fig. 2 Position Error of ISL-only Orbit Determination

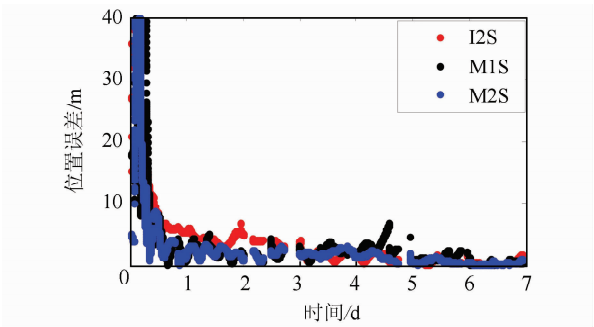


图 3 “强基准”支持下的星间链路定轨位置误差

Fig. 3 Position Error of ISL Orbit Determination with Support of Strong Datum

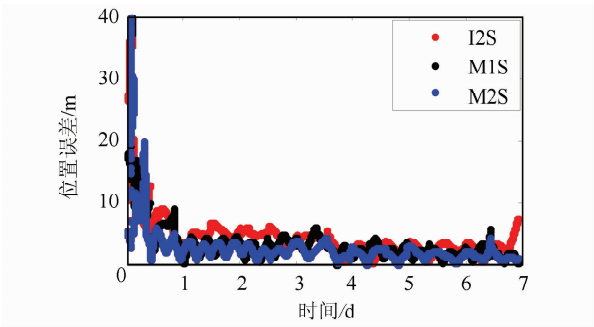


图 4 “弱基准”支持下的星间链路定轨位置误差

Fig. 4 Position Error of ISL Orbit Determination with Support of Weak Datum

2) 滤波收敛后,“强基准”下的定轨结果与参考轨道之间的差异在径向小于 0.4 m, 三维位置小于 3 m。如果忽略地面站坐标误差的影响,强基准精度会受到星间、星地观测量系统误差、偶然误差甚至异常误差的影响。但是,可以通过合理的数据处理准则进行控制,不会出现误差累积的情况。因此,强基准对应的长期轨道测定仍能维持卫星星座的高精度基准。

3) 算例中所采用的“弱基准”是通过附加先验  $i$  和  $\Omega$  约束实现的,从定轨结果可以看出,仅对  $i$  和  $\Omega$  施加先验约束可以同时改进  $i$ 、 $\Omega$  和  $\omega+M$  的精度,说明星间链路观测数据的加入使得本该独立的轨道定向参数间产生了相关性。滤波收敛后,

表 3 3 种方案下的星间链路定轨位置误差

Tab. 3 Position Error of ISL Orbit Determination of Three Schemes

| 方案 | 卫星号 | 径向/m  | 迹向/m  | 法向/m   |
|----|-----|-------|-------|--------|
| 1  | I2S | 0.715 | 9.163 | 12.584 |
|    | M1S | 0.231 | 7.989 | 5.133  |
|    | M2S | 0.234 | 8.336 | 4.854  |
| 2  | I2S | 0.338 | 1.343 | 2.301  |
|    | M1S | 0.375 | 1.313 | 1.830  |
|    | M2S | 0.239 | 1.165 | 1.308  |
| 3  | I2S | 0.764 | 2.289 | 3.103  |
|    | M1S | 0.381 | 2.176 | 1.840  |
|    | M2S | 0.349 | 1.498 | 1.648  |

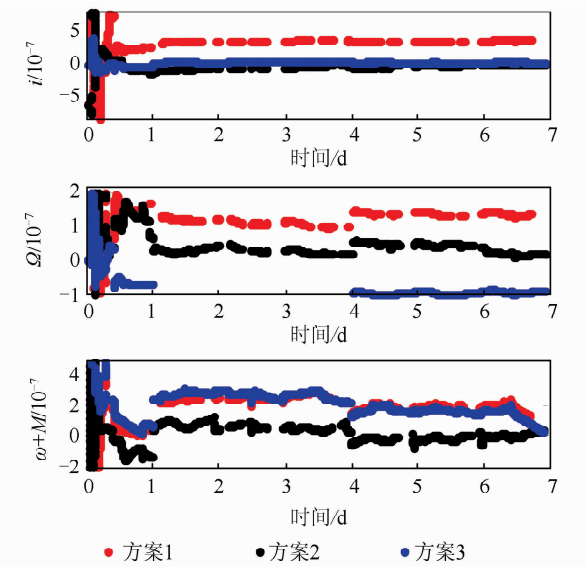


图 5 3 种方案下 I2S 卫星轨道定向参数误差

Fig. 5 Errors of Orbit Orientation Parameters of I2S of Three Schemes

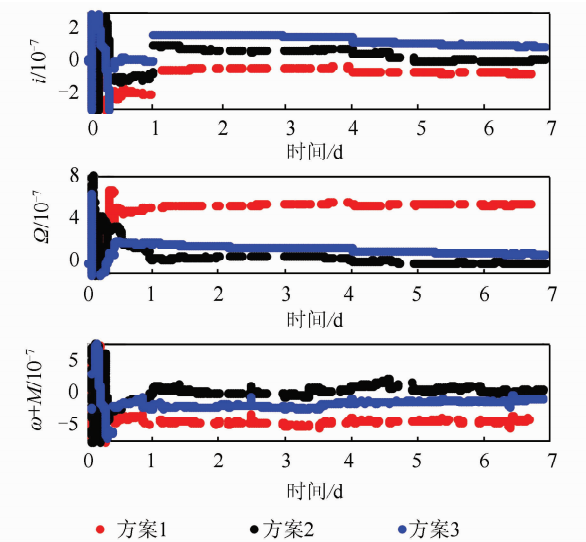


图 6 3 种方案下 M1S 卫星轨道定向参数误差

Fig. 6 Errors of Orbit Orientation Parameters of M1S of Three Schemes

“弱基准”对应的定轨结果与参考轨道之间的差异径向小于 0.8 m, 三维位置小于 4 m。



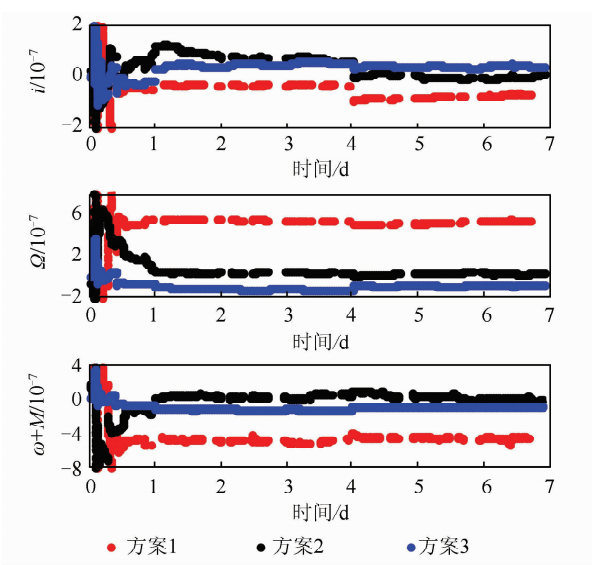


图 7 3 种方案下 M2S 卫星轨道定向参数误差  
Fig. 7 Errors of Orbit Orientation Parameters  
of M2S of Three Schemes

4) 由于基于先验信息可以获取较高精度的  $i$  和  $\Omega$  预报值, 于是, 基于“弱基准”的星间链路定轨可以对星座的旋转和漂移进行控制。必须说明的是, “弱基准”定轨只是在失去地面支持的情况下的一种选择, 尽管计算简单, 但是, 相比“强基准”的轨道测定, 先验轨道精度随时间推移, 精度逐渐降低, 基准的维持能力也会逐渐下降。对比图 5 至图 7 可以看出, “强基准”下得到的定轨结果略优于“弱基准”定轨结果, “强基准”对轨道定向参数的确定也更有利。

最后必须指出, 本文自主定轨计算只是方法验证计算, 所有计算都是基于北斗三号试验卫星星座的有限观测数据, 而且只使用 Ka 观测数据。由于观测精度低, 星间链路几何结构弱, 定轨精度与未来完整星座的自主定轨精度存在较大差距。

4 结 语

本文重点讨论卫星自主定轨中的空间基准维持方法, 系统分析了多种星间、星地观测量的组合方式和参数估计准则所对应的空间基准; 提出了卫星自主定轨强基准和弱基准的概念。结合理论分析和北斗试验卫星自主定轨试验结果, 认为“强基准”和“弱基准”均是维持卫星星座空间基准的有效方式。在实际自主定轨中, 若有稳定的、分布合理的地面跟踪站观测, 则“强基准”是合理选择; 若特定条件下没有地面跟踪站数据的支持, 则顾及卫星先验轨道信息的“弱基准”卫星自主定轨也可以维持卫星星座的空间基准。“弱基准”定轨既

利用星间几何测距信息, 也利用卫星轨道的某些先验信息, 甚至动力学信息。“弱基准”定轨可以保持卫星星座的平移、旋转基准的长时间维持。

参 考 文 献

[1] Li Min, Shi Chuang, Zhao Qile, et al. Multi-GNSS Precision Orbit Determination[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2011, 40 (S1): 26-30 (李敏, 施闯, 赵齐乐, 等. 多模全球导航卫星系统融合精密定轨[J]. *测绘学报*, 2011, 40 (S1): 26-30)

[2] Rajan J A. Highlights of GPS II-R Autonomous Navigation[C]. ION 58th Annual Meeting/21st Guidance Test Symposium, Albuquerque, USA, 2002

[3] Rajan J A, Orr M, Wang P. On-Orbit Validation of GPS IIR Autonomous Navigation[C]. ION 59th Annual Meeting/22nd Guidance Test Symposium, Albuquerque, USA, 2003

[4] Liu Jingnan. The Equivalence of Mathematical Models for Coordinate Systems Transformation in the Adjustment for the Combination of Satellite and Terrestrial Network[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 1983, 8(1): 37-50(刘经南. 卫星网与地面网联合平差坐标转换模型的等价性[J]. *武汉测绘学院学报*, 1983, 8(1): 37-50)

[5] Liu Jingnan, Zeng Xuping, Xia Linyuan, et al. Algorithm and Simulation of Autonomous Orbit Determination for Navigation Satellites[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2004, 29(12): 1 040-1 044(刘经南, 曾旭平, 夏林元, 等. 导航卫星自主定轨的算法研究及模拟结果[J]. *武汉大学学报 · 信息科学版*, 2004, 29(12): 1 040-1 044)

[6] Liu J, Geng T, Zhao Q. Enhancing Precise Orbit Determination of COMPASS with Inter-Satellite Observations[J]. *Survey Review*, 2011, 43(322): 333-342

[7] Yang Yuanxi, Guo Chunxi, Liu Nian, et al. Datum and Quality Control for Synthetic Adjustment of Absolute and Relative Gravity Networks[J]. *Engineering of Surveying and Mapping*, 2001, 10(2): 11-19(杨元喜, 郭春喜, 刘念, 等. 绝对重力与相对重力混合平差的基准及质量控制[J]. *测绘工程*, 2001, 10(2): 11-19)

[8] Wen Yuanlan, Yang Yuanxi, Wang Wei. Research on Satellite Precision Orbit Robust Estimation[J]. *Chinese Journal of Space Research*, 2001, 21(4): 341-350(文援兰, 杨元喜, 王威. 卫星精密轨道抗差估计的研究[J]. *空间科学学报*, 2001, 21(4): 341-350)

[9] Li Jisheng. Satellite Precise Orbit Determination [M]. Beijing: The People's Liberation Army Press, 1995(李济生. 人造卫星精密轨道确定[M].

北京: 解放军出版社, 1995)

[10] Tapley B D, Born G H, Schutz B E. Orbit Determination Fundamental and Application, Center of Space Research [M]. Austin: The University of Texas, 1986

[11] Yang Yuanxi, Wen Yuanlan. Synthetically Adaptive Robust Filtering for Satellite Orbit Determination[J]. *Science in China Series D*, 2003, 33(11): 1 112-1 119(杨元喜, 文援兰. 卫星精密轨道综合自适应抗差滤波技术[J]. 中国科学(D 辑), 2003, 33(11): 1 112-1 119)

[12] Huang Weibin. Theory and Application of Modern Adjustment[M]. Beijing: The People's Liberation Army Press, 1992(黄维彬. 近代平差理论及其应用[M]. 北京:解放军出版社, 1992)

[13] Tao Benzao. Free Network Adjustment and Deformation Analysis [M]. Beijing: Surveying and Mapping Press, 1984(陶本藻. 自由网平差与变形分析[M]. 北京:测绘出版社, 1984)

[14] Song Xiaoyong. Study on the Orbit Determination of COMPASS Navigation Satellites [D]. Xi'an: Chang'an University, 2008(宋小勇. COMPASS 导航卫星定轨研究[D]. 西安:长安大学, 2008)

[15] Ren X, Yang Y, Zhu J, et al. Orbit Determination of the Next-Generation BeiDou Satellites with Inter Satellite Link Measurements and a Priori Orbit Constraints[J]. *Advances in Space Research*, 2017, 60: 2 155-2 165

Maintenance of Space Datum for Autonomous Satellite Navigation

YANG Yuanxi<sup>1</sup> REN Xia<sup>1,2</sup>

1 State Key Laboratory of Geo-Information Engineering, Xi'an 710054, China

2 Institute of Geographical Spatial Information, Information Engineering University, Zhengzhou 450001, China

**Abstract:** Autonomous orbit determination (AOD) based on inter-satellite link (ISL) measurements may lead to the dilution of constellation datum performing constellation rotation and drift. Thus, the maintenance of constellation space datum is the main purpose and one of the core problems of AOD. This paper mainly discusses the maintenance of coordinate system for satellite AOD, and systematically analyzes the estimation method of satellite orbit parameters and the maintenance of the datum under different observation modes using ground-satellite link (GSL) measurements, combined measurements (GSL and ISL measurements), and ISL measurements, respectively. The concepts of “strong datum” and “weak datum” are proposed. The “strong datum” means that the datum of satellite constellation provided by AOD method aligns to the datum of the existing datum of ground stations with good precision using GSLs or combined measurements (ISLs and GSLs). The “weak datum” means that the ISL-only measurements are employed in AOD method but the parameter estimation is constrained with a priori orbit information, and the satellite constellation datum is consistent to the geometric gravity center of the constellation corresponding to satellite a priori orbits. The “strong datum” uses all kinds of observations in inter-satellite and ground-satellite observation networks. The result is stable and reliable. The “weak datum” maintains space datum reliably without ground-based observations, but with a priori satellite orbits which is achieved through precise orbit determination based on ground tracking network. The computation for the “weak datum” is much easier than that of the “strong datum”. With observations of the demonstration constellation of global BeiDou satellite navigation system, AOD is conducted with different datum including no datum, “weak datum” and “strong datum”. The results show that, for the “weak datum”, the constellation rotation can be compensated with a priori orbit inclination angle and the right ascension of ascending node constraints. However, the AOD precision is worse than that of “strong datum”. When no ground tracking system can be used, “weak datum” is recommended to realize the real AOD.

**Key words:** autonomous orbit determination; inter-satellite link; space datum; constellation rotation; constellation drift; priori constraints

**First author:** YANG Yuanxi, PhD, professor, Academician of Chinese Academy of Sciences, majors in dynamic geodetic data and satellite navigation data processing. E-mail: yuanxi\_yang@163.com

**Foundation support:** The National Key Research and Development Program of China, No. 2016YFB0501700; the National Natural Science Foundation of China, No. 41374019.