



归心测量中轮轨式 VLBI 天线的水平钢轨形变建模

张志斌¹ 王广利^{1,2} 宋世泽^{1,2} 张阿丽³ 王 宏⁴

1 中国科学院上海天文台,上海,200030

2 中国科学院大学,北京,100049

3 中国科学院新疆天文台,新疆 乌鲁木齐,830011

4 北京跟踪与通信技术研究所,北京,100094

摘要:为在本地测量中更精确地测定 VLBI(very long baseline interferometry)天线参考点(reference point, RP)点位,分析了水平钢轨残余形变对四轮座架式天线的影响,首次提出并推导了用以改正归心解算靶标点(target point, TP)坐标的水平钢轨残余形变模型,结合实测靶标坐标与钢轨水准数据,解释了 TP 坐标残差中的系统性效应,精化了 TP 理论坐标,显著提高了参考点测定精度。结果表明,采用水平钢轨残余形变改正模型与估算模型可分别使靶标坐标归心拟后残差中误差提高 50% 和 65%,归心精度均可提高约 30%。此外,本钢轨残余形变估算模型还可有效用于该类天线钢轨形变的监测。

关键词:参考点;VLBI;归心测量;钢轨形变改正;轮轨式

中图分类号:P228.6

文献标志码:A

甚长基线干涉测量(very long baseline interferometry, VLBI)是用以构建多技术地球参考架的重要手段之一^[1-3]。VLBI 天线参考点(reference point, RP)坐标不仅可利用多条在射电源方向上所投影的基线时延通过反向交会求得^[4],也可通过在单站开展本地测量而得到,然而 RP 作为虚拟点并不可直接测量,需要通过观测与天线随动的靶标点(target point, TP),采用一定的归心算法或称为间接方法(indirect method, IM)^[4-12]来测定,其原理是通过构建 TP 点位、天线定向以及 RP 点位间的几何关系,将 RP 坐标与天线结构参数(如轴线偏差、主动轴和被动轴倾角等)作为待估参数求解,并用靶标点点位(观测量)的拟后残差来评估参考点的精度。

座架式 VLBI 天线的水平钢轨经长年运行后,驱动轮与钢轨不断磨损(特别是拼接钢轨,其接缝有逐年变宽趋势),同时考虑地基沉降等原因,会直接影响天线指向、观测质量以及固定在天线上的 TP 坐标观测结果。水平钢轨形变改正模型曾用以修正天线指向,如 Condon^[13]构建的钢轨形变模型将 100 m 格林班克天线方位指向方差减小了 27%;美国喷气推进实验室通过在深空站天线 DSS25/26/34/55 不同位置处固定多台倾

斜仪,测定了每座天线的钢轨水准补偿表以改正其指向,以 DSS25 天线为例,其俯仰指向误差由 52 as 减小到 11 as^[14];利用天线轨道模型修正模型,乌鲁木齐南山 25 m 天线指向拟后残差从 30 as 减小到 10 as 内^[15]。综上所述,钢轨形变模型在天线指向修正中的应用是广泛而有效的,然而,针对本地测量中天线参考点的归心解算,目前钢轨形变改正的应用却是有限的。已有文献[16-17]曾开展过天线重力形变和热形变对 RP 点位测定影响的研究,但天线水平钢轨形变对测定 RP 的影响一直未深入研究,现有 IM 模型均认为水平钢轨形变仅包括了水平钢轨面的整体倾斜,然而天线钢轨形变表现复杂,仅用简单的倾斜形变来描述会导致归心测量观测的靶标坐标残差中出现系统差,这必然会影响到归心点位。对此,本文针对应用广泛的四轮座架式方位俯仰型天线进行专题研究,首次提出水平钢轨残余形变改正,开展了钢轨残余形变建模、TP 理论坐标改正以及水平钢轨形变反演等工作。

1 水平钢轨整体与残余形变

水平钢轨表面高程形变 H 可划分为钢轨面

整体倾斜 H_w 和残余形变 H_a 两部分。前者导致天线方位轴在站心系中指向某一偏离天顶的固定方向, 该效应在现有归心解算模型中已有考虑, 即通过估计方位轴东西向倾角 α 和北南向倾角 β 来确定天线方位轴指向(见 § 3)。方位轴倾角与钢轨面整体倾斜的关系可表示为:

$$\begin{cases} H_w = -\alpha' \rho \sin A + \beta' \rho \cos A \\ \alpha' = \frac{L}{L + \zeta} \cdot \alpha \\ \beta' = \frac{L}{L + \zeta} \cdot \beta \end{cases} \quad (1)$$

式中, A 表示天线方位角; ζ 为天线俯仰轴相距水平钢轨面的高度; ρ 为圆形水平钢轨半径; L 为参考点到天线主面边缘的间距。因定义方位轴倾角所采用的参考原点不同, 本文引入系数 $L/(L + \zeta)$ 表示分别以钢轨圆心和参考点为原点所计算的天线方位轴倾角的比例。残余形变指水平钢轨形变扣除整体倾斜形变所剩余的形变。钢轨面整体倾斜会导致天线方位轴在站心系中指向某固定方向, 而残余形变引起的方向轴指向变化是复杂的, 并不能用两个参数来简单表示。

2 数 据

2011 年 8 月, 针对乌鲁木齐南山 25 m VLBI 天线, 分别开展了本地靶标坐标测量与水平钢轨水准测量。

2.1 靶标点观测数据

本文归心测量靶标算例来自文献[18], 文中列出了用以归心解算的靶标在局部控制网(local control network, LCN)中的坐标。在测定靶标坐标时, 天线驱动采用了传统的停走模式。前期 LCN 布设、靶标交会测量、水准测量等详细过程可见文献[19-20], 实验中共观测了两组靶标, 其信息统计见表 1。TP 在天线上的对应的固定位置以及在 LCN 中的分布示意见图 1。

如表 1 所示, 南山站天线俯仰角限位为 88° , 因此从俯仰 $80^\circ \sim 88^\circ$ 的步进间隔为 8° 。在第 1 组靶标观测时, 天线俯仰固定在 88° , 方位步进间隔为 15° , 天线背架上共固定了 5 个靶标, 考虑在起始位置处作了一次闭合测量, 因此共产生 125 个靶标坐标观测量。第 1 组靶标点侧重于求解天线方位轴, 第 2 组靶标点则可直接用于求取参考点坐标。为进一步提高解算精度, 两组靶标点全部作为观测量用于归心解算。

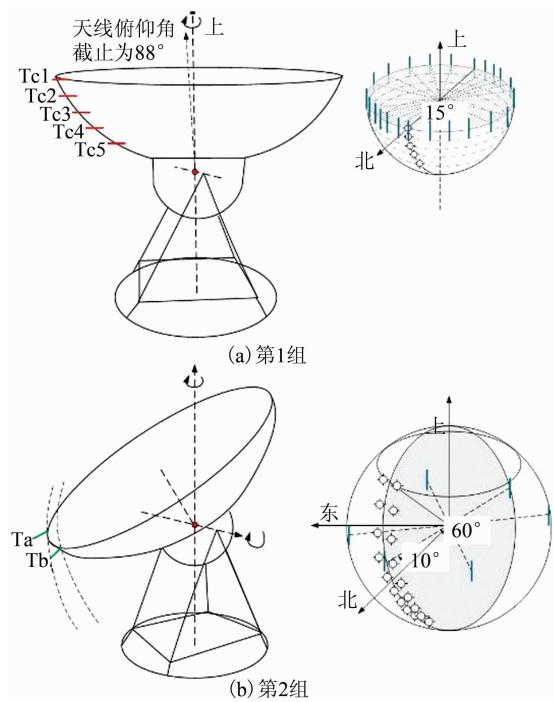


图 1 靶标位置及分布示意图

Fig. 1 Fixed Positions and Distribution of All Targets

表 1 观测靶标信息统计

Tab. 1 Statistics of Observed Targets

项目	第 1 组	第 2 组
靶标名称	Tc1~Tc5	Ta, Tb
靶标数目	5	2
方位定向/(°)	0, 15, 30...360	10, 70, 130...310
方位步进/(°)	15	60
俯仰定向/(°)	88	10, 20, 30...80, 88
俯仰步进/(°)	—	10 或 8
TP 观测量数目	125	108
TP 分量($1\sigma/\text{mm}$)	1.0, 1.0, 1.7	0.3, 0.3, 0.2

2.2 钢轨形变测量数据

本文所用钢轨水准测量数据来自文献[15]。利用该水准数据对 § 3.1 所提的 TP 理论位置作水平钢轨残余形变改正。如图 2(a)所示, 通过精密水准测量所测得钢轨不平的极差为 1.2 mm, 采用未考虑钢轨残余形变的 IM 模型(见 § 3.1)可求得天线方位轴东西向倾角 α 和北南向倾角 β 的估值, 可利用式(1)进一步推出钢轨整体倾斜所引起的高程变化, 如图 2(b)所示。尽管图 2(b)中曲线与图 2(a)中实测结果有一定吻合, 但当两者作差后(见图 2(c)中实线), 钢轨残余形变的极差达到了 1.4 mm, 该极差已大于图 2(a)中钢轨总形变。为对基于不同方位下的 TP 作钢轨残余形变改正, 此处采用二阶傅里叶级数拟合该曲线(见图 2(c)中点线), 用于插值求取不同方位处天线滚轮所对应的高程。

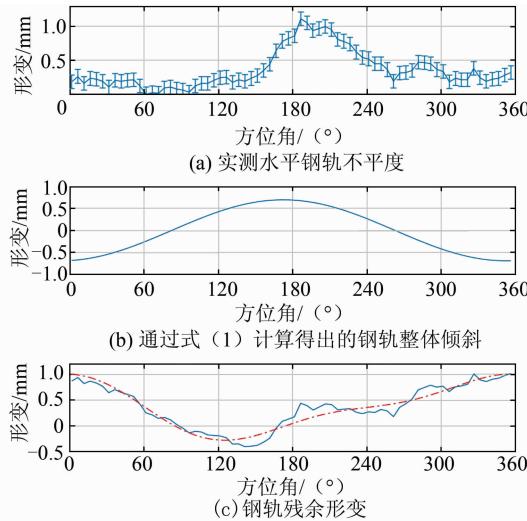


图 2 钢轨的整体倾斜和残余形变

Fig. 2 Global Tilt and Residual Deformation of Steel-Track

3 归心解算与钢轨形变改正

3.1 归心解算模型

IM 用以构建 RP 点位、天线定向以及 TP 点位间的关系。未采取钢轨形变改正的靶标理论位置 P_{calc} 采用下式^[6]计算：

$$P_{\text{calc}} = P_{\text{rp}} + \mathbf{R}_x(\beta) \cdot \mathbf{R}_y(\alpha) \cdot \mathbf{R}_z(A + O_A) \cdot$$

$$\mathbf{R}_y(\gamma) \cdot \mathbf{R}_x(E + O_E) \cdot (P_{\text{tel}} + AO) \quad (2)$$

式中, P_{rp} 是参考点的先验位置; O_A 和 O_E 分别是起始方位角和起始俯仰角; α 与 β 为式(1)中所述方位轴倾角; γ 表示俯仰轴倾角; P_{tel} 为靶标的初始位置, 可由 $[b \ a \ 0]^T$ 来表示; AO 表示轴线偏差矢量; \mathbf{R}_x 表示天线坐标系中分别绕 X 、 Y 和 Z 轴转动的天线旋转矩阵, 可详见文献[6]。

式(2)的输入量天线对应的方位俯仰角为 A 与 E 。其精度采用 $\sigma_A = \sigma_E = \pm 0.005^\circ$ (天线设计指标), 平差过程参见文献[21]。

尽管观测第一组靶标时, 天线并未做俯仰变化, 此时不可能解算出参考点点位, 但在观测第二组靶标时, 天线做了俯仰变化, 如果将两组靶标坐标作综合平差, 法方程矩阵并不会产生奇异。此外, 为减小其他误差影响, 可将天线重力形变参数化, 该方法本质是从台站高中分离出随俯仰角存在正弦关系变化的部分; 为减少天线热形变对 RP 点位测定的影响, 在归心解算时, 将与靶标位置相关的参数设为局部参数, 并做了分段拟合。

3.2 钢轨残余形变改正模型

由前文可知, 水平钢轨面整体倾斜形变已由 IM 中两个方位轴倾斜参数 α 和 β 表示(或吸收), 因此 TP 点位的钢轨形变改正仅需考虑残余形

变。其建模过程如下:

用半径为 ρ 的圆来表示水平钢轨, 其残余形变 η 与方位角 A 相关, A 的取值范围为 $0 \sim 2\pi$ 。4 个滚轮组位于钢轨上方与钢轨面接触, 用以驱动天线改变方位, 各滚轮组仅占约 6° 方位, 因此可将其简化为 4 个点。相邻滚轮组以 90° 方位间隔环形分布。当天线方位角为 0° (指北) 时, 第一个滚轮组的方位角为 $\pi/4$, 则对应任意方位角 A , 每个滚轮组下方的钢轨残余形变高程表示为 $\eta(\xi)$, $i = 1, 2, 3, 4$, 其中 $\xi_i = A + (2i-1)\pi/4$ 。如图 2 所示, 天线钢轨残余形变 H_a 的值可用实测钢轨形变扣掉钢轨整体倾斜形变而求得, 即:

$$H_a(A) = H(A) - H_w(A) \quad (3)$$

图 2(a)中的水平钢轨高程测量数据所用方位采样间隔为 5° , 对应的扣除钢轨整体形变所得残余形变的采样间隔也是 5° , 本文采用了二阶傅里叶级数来内插任意方位上的钢轨的残余形变 H_a , 图 2(c)中所示利用二阶傅里叶级数拟合钢轨残余形变的拟后残差中误差为 0.1 mm , 这个值与测定钢轨高程时所用的 Ni002A 数字水准仪测量精度相当。

钢轨残余形变引起的天线座架及 TP 位置偏移可以用旋转矩阵 $\mathbf{R}_{\text{total}}$ 来表示, 该旋转矩阵以 RP 为原点建立, 改正对象为 TP 坐标。 $\mathbf{R}_{\text{total}}$ 由三个小角旋转矩阵相乘得到, 即

$$\mathbf{R}_{\text{total}} = \mathbf{R}_z \mathbf{R}_y \mathbf{R}_x = \begin{pmatrix} 1 & -\Delta Z & \Delta X \\ \Delta Z & 1 & -\Delta Y \\ -\Delta X & \Delta Y & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

如图 3 所示, 小角 Δx 、 Δy 与 Δz 是由 4 组滚轮组间高程的微小差异而引起的, 前两者引起天线座架倾斜, 第三者引起天线挠度形变, 三者计算公式^[13]分别为:

$$\begin{cases} \Delta x = \frac{\eta_3 - \eta_1 + \eta_4 - \eta_2}{2\sqrt{2}\rho} \\ \Delta y = \frac{\eta_1 - \eta_3 + \eta_4 - \eta_2}{2\sqrt{2}\rho} \\ \Delta z = \frac{\eta_1 - \eta_3 + \eta_2 - \eta_4}{2\rho^2} \zeta \end{cases} \quad (5)$$

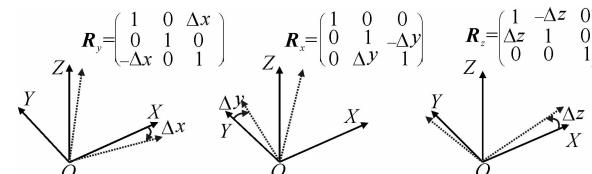


图 3 基于小角度的天线旋转矩阵

Fig. 3 Antenna Rotation Matrix Based on Small Angles

可将式(4)分解为一个单位矩阵和一个改正矩阵 \mathbf{R}_c , 其中 \mathbf{R}_c 为:

$$\mathbf{R}_c = \begin{bmatrix} 0 & -\Delta z & \Delta x \\ \Delta z & 0 & -\Delta y \\ -\Delta x & \Delta y & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

同时, 靶标在天线坐标系中的理论位置可以简要表示为:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x_t \\ y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L \cos(E + O_E) \sin(A - O_A + O_{At}) \\ L \cos(E + O_E) \cos(A - O_A + O_{At}) \\ L \sin(E + O_E) - \gamma b \end{bmatrix} \\ L = \sqrt{a^2 + b^2} \\ O_{At} = \arctan\left(\frac{b}{a}\right) \end{cases} \quad (7)$$

式中, O_A 表示初始方位角, 定义为地平东方向到本地控制坐标系 x 方向间夹角。由于实测的水平钢轨水准数据是相对北方向测定的, 因此为了改正靶标在本地控制系中的理论位置, 在钢轨残余形变改正时, O_A 前应加入负号; γ 表示天线俯仰轴与方位轴的不正交度。对本地控制坐标系中的理论 TP 坐标引入的水平钢轨残余形变改正量 P_t 为:

$$P_t = \mathbf{R}_c (x_t \ y_t \ z_t)^T \quad (8)$$

钢轨残余形变改正过程即将 P_t 加到式(2)中的 P_{calc} 上, 以精化靶标理论位置。

3.3 水平钢轨残余形变估算模型

既然水平钢轨形变会影响到天线指向和靶标点位, 那么同样可以从所测靶标点位中反演出钢轨不平度。不同于 § 3.2 中利用二阶傅里叶级数对钢轨残余形变作插值后再作 TP 改正, 本小节在 TP 理论位置中并不加入实测的钢轨残余形变改正, 而是将钢轨残余形变参数化, 并连同其他参数, 包括 RP 坐标、轴线倾角等, 一并将其从 TP

坐标信息中估计出来。过程如下:

若水平钢轨残余形变可由周期为 2π 的二阶傅里叶级数来拟合, 可表示为:

$$\eta_i = b_0 + a_1 \cos(\xi_i) + b_1 \sin(\xi_i) + a_2 \cos(2\xi_i) + b_2 \sin(2\xi_i) \quad (9)$$

由于天线的整体倾斜和扭曲仅由各个滚轮间的相对钢轨残余形变来反映, 因此式(9)中的常数项 b_0 可以忽略。对钢轨残余形变开展参数化, 将参数 a_1 、 b_1 、 a_2 与 b_2 作为全局参数来估计:

$$\tilde{\eta}_i = \left[\frac{\partial F}{\partial a_1} \ \frac{\partial F}{\partial b_1} \ \frac{\partial F}{\partial a_2} \ \frac{\partial F}{\partial b_2} \right]^T \quad (10)$$

其中矢量 $\partial F / \partial a_1$ 表示为:

$$\frac{\partial F}{\partial a_1} = \left[\frac{\partial F_x}{\partial a_1} \ \frac{\partial F_y}{\partial a_1} \ \frac{\partial F_z}{\partial a_1} \right]^T \quad (11)$$

其余偏导量可类比推得。

这样二阶傅里叶级数 4 个系数的估值可同方位轴倾角同时解出, 则钢轨不平度估值 H_e 表示为:

$$H_e(A) = \hat{H}_w(A) + \hat{H}_a(A) \quad (12)$$

其中, \hat{H}_w 与 $\hat{H}_a(A)$ 可通过式(1)并利用上述估值而计算得出。

4 结果与讨论

4.1 钢轨残余形变改正和估算模型的贡献

图 4 中的靶标拟后残差分别由下述模型计算:

模型 A: 传统 IM 模型;

模型 B: 水平钢轨残余形变改正模型;

模型 C: 水平钢轨残余形变估算模型。

除模型 C 多解算了 4 个傅里叶级数系数外, 3 类模型的其他解算参数数目均相同。其中 Ta、Tb、Tc1~Tc5 表示 7 个不同位置的靶标, x 、 y 、 z 表示靶标在 LCN 中的坐标分量。

由图 4 中可见, 模型 B、C 相较模型 A, 7 个

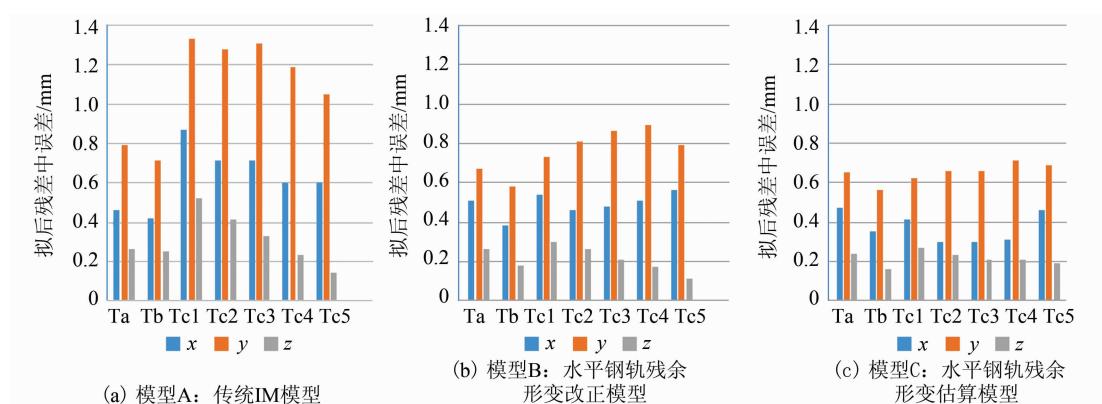


图 4 利用 3 类模型拟合 7 个靶标所得 TP 拟后残差

Fig. 4 Post-Residuals to Observations of 7 Targets Fitted by 3 Different IMs

TP点位分量的拟后残差显著减小,靶标点位残差中误差平均分别提高了50.1%和65.3%。为了进一步说明模型B、模型C的有效性,此处给出E、N、U坐标系中Tc1~Tc5共5个靶标未加入钢轨残余形变改正时的残差,并与钢轨残余形变改正模型所计算的改正量作对比,如图5所示,其中红、绿、蓝、黄和黑分别表示Tc1~Tc5靶标。钢轨残余形变改正可以很好地解释仅用传统IM模型所得残差中的系统性效应。由于在拟合钢轨不规则形变时采用的是二阶傅里叶级数,尽管其拟合精度与钢轨高程实测精度已相当,但钢轨形变中较为尖锐的部分并不能完全被该级数反映,因此结合§3.2钢轨残余形变改正模型,可知不能被拟合的部分在靶标坐标x和y分量上应该有90°的相位差,图5中x分量在方位约40°、80°、120°与y分量在方位约130°、170°、330°上确实存在90°的相位差,由此表明模型与改正的不符合的部分是由于二阶傅里叶级数模型的拟合误差引起的。同时,对于本例,局部控制坐标系相对地平坐标存在约38°的方位零点差,这些原因共同导致TP点位残差在局部控制坐标系y分量上的投影要大于x分量上的投影。

表2中给出了采用3种模型所解算的参考点在本地控制坐标系中的坐标分量,括号中的值为其对应的1 σ 精度,模型A、模型B和模型C所求参考点点位的一致性约0.3 mm,说明在引入钢轨残余形变改正或钢轨残余形变估计模型后,归心解算的RP点位并未有显著偏移,同时TP点位的测定精度提高了约30%,归心模型的拟合优度 χ^2/dof 也有相应提高。

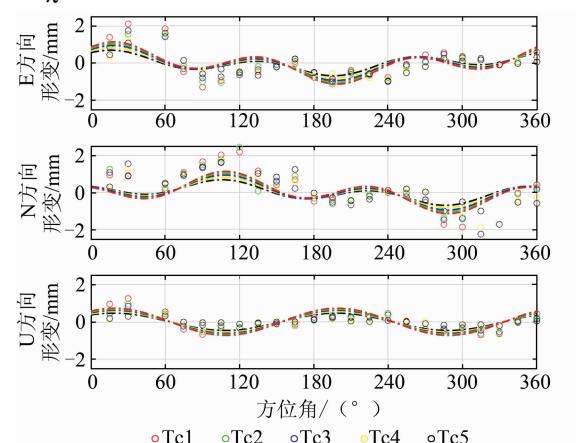


图5 未加入钢轨残余形变改正的靶标分量残差(点)和钢轨残余形变模型所计算的改正值(线)

Fig. 5 Component Residuals (Dots) Without Steel-Track Residual Deformation Correction and Corrections (Lines) Calculated by Steel-Track Residual Deformation

表2 不同归心与改正算法所解算参考点点位坐标

(1 σ 精度)以及模型拟合优度

Tab. 2 RP Coordinates (1 σ Precision) and Goodness of Fit Based on the Different IMs and Corrections

模型	Δx / mm	Δy / mm	Δz / mm	$\frac{\chi^2}{\text{dof}}$
A	-0.09(0.09)	-0.11(0.11)	0.07(0.18)	6.9
B	-0.23(0.07)	0.11(0.08)	-0.08(0.15)	4.4
C	0(0.07)	0(0.07)	0(0.13)	3.5

注:表中所给值为各模型所解算参考点坐标与(63 365.95, -12 396.01, 8 695.44)mm的差值

4.2 钢轨不平度的反演

通过开展协方差分析表明,如图6所示,模型C所解算的钢轨残余形变参数估值(式(9)中的 $\hat{a}_1, \hat{b}_1, \hat{a}_2$ 与 \hat{b}_2)独立于方位轴倾角($\hat{\alpha}$ 和 $\hat{\beta}$)等参数(参数间相关性为0),这说明了钢轨残余形变估计可独立于钢轨整体形变估计,同时也表明了对残余形变开展建模的可靠性。图7为实测与反演的钢轨形变对比图,两者间的高程零点差已由两者间的平均偏差而改正,在有着1.2 mm极差的钢轨不平度上,两者的符合度为0.28 mm。该结果验证了利用本地测量TP坐标观测量反演钢轨形变不平度的有效性。值得注意的是,反演钢轨不平度的前提是开展TP坐标观测时,天线在方位上需有足够密集的定向,本文所用数据采用的天线方位步进采样为5°。

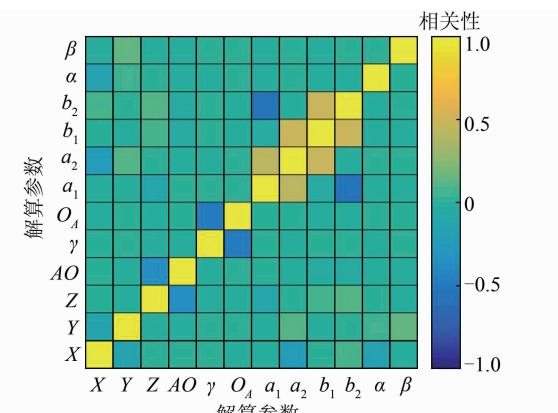


图6 模型C解算参数间的相关性

Fig. 6 Correlations Among Estimates in Model C

5 结语

本文针对四轮座架式方位俯仰型VLBI天线,对天线水平钢轨形变展开分析,并首次构建了钢轨残余形变改正模型,通过利用实测本地归心靶标测量数据与天线水平钢轨水准数据,分析了钢轨残余形变模型对靶标点位与参考点点位及精度的影响。结果表明,钢轨残余形变改正模型与

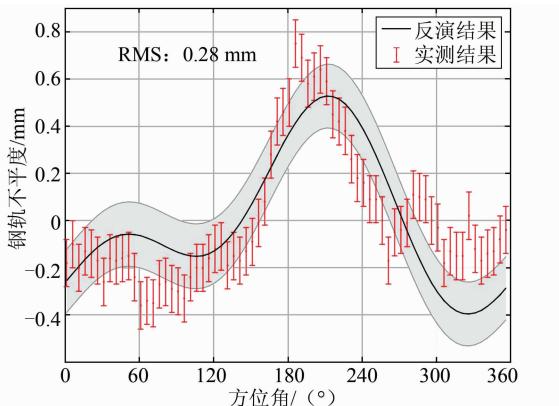


图 7 钢轨不平度的反演与实测结果对比图

Fig. 7 Comparison Between Inversion and Real Steel-Track Unevenness

估算模型不仅可以很好解释天线靶标拟后残差中的系统性效应,而且可将参考点点位精度以及归心模型的拟合优度提高约 30%。这对实现亚毫米级的 VLBI 参考点运动监测具有重要意义。此外,还可利用钢轨残余形变估算模型,结合归心测量靶标观测数据反演四轮座架式天线的钢轨形变,该方法尤其可用于水平钢轨被遮挡或不便开展水准测量的天线,这对提高天线观测效率以及天线后期维护保养具有一定的参考意义。

参 考 文 献

- [1] Seitz M, Angermann D, Bloßfeld M, et al. The 2008 DGFI Realization of the ITRS: DTRF2008 [J]. *Journal of Geodesy*, 2012, 86(12): 1 097-1 123
- [2] Altamimi Z, Rebischung P, Métivier L, et al. ITRF2014: A New Release of the International Terrestrial Reference Frame Modeling Nonlinear Station Motions [J]. *Journal of Geophysical Research Solid Earth*, 2016, 121(8): 6 109-6 131
- [3] Bachmann S, Messerschmitt L, Thaller D. IVS Contribution to ITRF2014 [M]. Berlin, Heidelberg: Springer, 2015
- [4] Zhang Z, Liu X. A VLBI Baseline Post-Adjustment Approach for Station Velocity Estimation in Eurasian Continent [J]. *Advances in Space Research*, 2014, 54(8): 1 563-1 570
- [5] Sarti P, Sillard P, Vittuari L. Surveying Co-Located Space-Geodetic Instruments for ITRF Computation [J]. *Journal of Geodesy*, 2004, 78(3): 210-222
- [6] Dawson J, Sarti P, Johnston G M, et al. Indirect Approach to Invariant Point Determination for SLR and VLBI Systems: An Assessment [J]. *Journal of Geodesy*, 2007, 81(6-8): 433-441
- [7] Li Jinling, Qiao Shubo, Liu Li, et al. Site Survey at Sheshan 25 m Radio Telescope in 2008 [J]. *Geomatic and Information Science of Wuhan University*, 2010, 35(12): 1 387-1 391 (李金岭, 乔书波, 刘鹏, 等. 2008 年佘山 25m 射电天线归心测量 [J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2010, 35(12): 1 387-1 391)
- [8] Li Jinling, Zhang Jinwei. Simulation Analysis of Monitoring of VLBI Antennas Reference Point Via GPS Observations [J]. *Geomatic and Information Science of Wuhan University*, 2013, 38(12): 1 387-1 391 (李金岭, 张津维. 利用 GPS 测量监测 VLBI 天线参考点的仿真分析 [J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2013, 38(12): 1 387-1 391)
- [9] Gong X, Shen Y, Wang J, et al. Surveying Colocated GNSS, VLBI, and SLR Stations in China [J]. *Journal of Surveying Engineering*, 2014, 140(1): 28-34
- [10] Leinen S, Becker M, Dow J, et al. Geodetic Determination of Radio Telescope Antenna Reference Point and Rotation Axis Parameters [J]. *Journal of Surveying Engineering*, 2007, 133(133): 41-51
- [11] Lösler M. New Mathematical Model for Reference Point Determination of an Azimuth-Elevation Type Radio Telescope [J]. *Journal of Surveying Engineering*, 2009, 135(4): 131-135
- [12] McGinniss H, Gale G, Levy R. Estimated Displacements for the VLBI Reference Point of the DSS 13 26-m Antenna [C]. The Deep Space Network, Pasadena, California, 1979
- [13] Condon J. GBT Pointing Equations [OL]. http://library.nrao.edu/public/memos/gbt/legacy/GBT_Memo_75.pdf, 1992
- [14] Gawrtonski W, Baher F, Gama E. Track-Level Compensation Look-Up Table Improves Antenna Pointing Precision [J]. *SPIE*, 2002, 6 273: 1-9
- [15] Li Yongjiang, Aili Yu, Zhang Zhenglu, et al. Antenna Track Deformation Precise Measurement and Pointing Error Model [J]. *Geomatic and Information Science of Wuhan University*, 2013, 38(2): 176-180 (李永江, 艾力玉苏甫, 张正禄, 等. 天线轨道变形精密测量与指向偏差模型研究 [J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2013, 38(2): 176-180)
- [16] Sarti P, Abbondanza C, Vittuari L. Gravity Dependent Signal Path Variation in a Large VLBI Telescope Modelled with a Combination of Surveying Methods [J]. *Journal of Geodesy*, 2009, 83(11): 1 115-1 126
- [17] Nothnagel A. Conventions on Thermal Expansion Modelling of Radio Telescopes for Geodetic and As-

- trometric VLBI[J]. *Journal of Geodesy*, 2009, 83(8):787-792
- [18] Zhang Ali, Xiong Fuwen, Zhu Wenyao, et al. Co-location Survey at Xinjiang Astronomical Observatory 25 m VLBI and GPS Station [J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2015, 35(4):680-683(张阿丽, 熊福文, 朱文耀, 等. 新疆天文台 25 m VLBI、GPS 归心测量[J]. 大地测量与地球动力学, 2015, 35(4):680-683)
- [19] Zhang Ali, Xiong Fuwen, Zhu Wenyao. The Accuracy and Data Analysis of GPS Control Network at Nanshan Colocation Survey[J]. *Bulletin of Surveying and Mapping*, 2013(12):4-7(张阿丽, 熊福文, 朱文耀. 南山并置站本地连接测量 GPS 控制网数据精度分析[J]. 测绘通报, 2013(12):4-7)
- [20] Zhang Ali, Xiong Fuwen, Zhu Wenyao. Analysis on GPS Observations in Colocation Survey at Xinjiang Astronomical Observatory [J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2013, 33(5):129-132(张阿丽, 熊福文, 朱文耀. 新疆天文台本地连接测量的 GPS 资料归算[J]. 大地测量与地球动力学, 2013, 33(5):129-132)
- [21] Koch K R. Robust Estimations for the Nonlinear Gauss Helmert Model by the Expectation Maximization Algorithm[J]. *Journal of Geodesy*, 2014, 88:263-271

Modeling Azimuthal Steel-Track Deformation to Determine the Reference Point of Wheel-Track VLBI Antenna

ZHANG Zhibin¹ WANG Guangli^{1,2} SONG Shize^{1,2} ZHANG Ali³ WANG Hong⁴

1 Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030, China

2 University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

3 Xinjiang Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Urumqi 830011, China

4 Beijing Institute of Tracking and Telecommunications Technology, Beijing 100094, China

Abstract: To determine a more precise reference point (RP) coordinate of Very Long Baseline Interferometry (VLBI) antenna in a local surveying, the effects of azimuthal track deformations in four-wheels and pedestal-based radio telescopes are analyzed, and an azimuthal steel-track residual deformation correction model is firstly proposed and derived to correct the coordinates of target points (TPs), which are used to determine the RP position. Using the real measurements of TPs and the leveling data of the steel track, systematic effects in residual of TP coordinates are explained and theoretical TP coordinates are corrected so that the corresponding RP precision is significantly improved. The results show that applying azimuthal steel-track residual deformation correction and estimation models can improve the standard error of post-fit TP residuals by 50% and 65%, respectively. The RP precision can improve about 30%. Moreover, the proposed steel-track residual deformation estimation model can be well applied to monitor the azimuth steel-track deformation of four-wheels and pedestal-based antenna.

Key words: reference point; VLBI; local survey; steel-track deformation correction; wheel-track mount

First author: ZHANG Zhibin, PhD, senior engineer, specializes in geodetic VLBI. E-mail: zbzhang@shao.ac.cn

Foundation support: The National Natural Science Foundation of China, Nos. 1703067, 11873077; Key Technologies Research Projects of TT&C for 3th Phase of CLEP.