

DOI:10.13203/j.whugis20170174



文章编号:1671-8860(2019)05-0737-08

# 利用可分离非负矩阵分解实现高光谱波段选择

杨刚<sup>1</sup> 孙伟伟<sup>1,2</sup> 张殿发<sup>1</sup>

1 宁波大学地理与空间信息技术系,浙江宁波,315211

2 武汉大学测绘遥感信息工程国家重点实验室,湖北武汉,430079

**摘要:**高光谱影像波段众多且相关性强,导致分类存在信息冗余且计算量较大。提出了可分离非负矩阵分解方法来选取高光谱影像的代表性波段子集,在保证分类精度的同时降低计算量。该方法假设高光谱影像的波段集合具有可分离特性,改进传统非负矩阵分解模型,将波段选择转换为可分离非负矩阵分解问题,采用迭代投影方法来依次选取能够非负线性表达其他波段的代表性波段。在此基础上,利用两个公开高光谱数据集对比几种主流方法,采用定量评价和分类精度指标来综合评价所提的波段选择方法的效果。实验结果表明,可分离非负矩阵分解方法的分类精度高于其他几种方法,而且计算效率排名第2,能够选取合适的波段子集以满足高光谱遥感的应用需求。

**关键词:**高光谱影像;可分离非负矩阵分解;波段选择;迭代投影

中图分类号:P237;TP751

文献标志码:A

高光谱遥感利用数百个波段采集地表地物从可见光至近红外的光谱响应信息,能够利用分类区分具有细微光谱特征差异的地物<sup>[1-3]</sup>,分类结果对植被覆盖制图和海岸带监测等应用影响重大<sup>[4-5]</sup>。但是,高光谱波段众多且相关性强,导致分类时存在明显的信息冗余且计算量较大<sup>[6]</sup>。此外,高光谱分类存在维数灾难问题,需要巨大的训练样本来得到高精度的结果<sup>[7]</sup>。因此,可以采用波段选择来选取波段子集,降低原始数据计算量并得到较高精度<sup>[3,8]</sup>。

国内外学者针对高光谱波段选择提出了许多方法,包括基于排序策略的最大方差主成分分析(maximum variance principal component analysis, MVPCA)<sup>[9]</sup>与限制能量最小的限制波段选择方法<sup>[10]</sup>,基于聚类策略的层次聚类法<sup>[11]</sup>与仿射传播法<sup>[12]</sup>,以及基于搜索策略的线性预测搜索法<sup>[13]</sup>与粒子群优化搜索法<sup>[14]</sup>等。其后,矩阵计算策略逐渐被用于解决高光谱波段选择问题,充分考虑高光谱数据的潜在结构(如稀疏、低秩和非负等),将波段选择转换为矩阵分解的目标优化问题来求解。目前有学者在该方面进行了研究,如

稀疏非负矩阵分解(sparse nonnegative matrix factorization, SNMF)将高光谱波段矩阵分解为字典和稀疏系数矩阵,利用聚类稀疏系数的列向量来选择最佳波段<sup>[15]</sup>;稀疏支持向量机方法基于二值分类器得到各个波段对应的权重系数,利用权重系数差异来选取重要波段<sup>[16]</sup>;改进的稀疏子空间聚类方法通过整合稀疏表达和子空间聚类方法,利用稀疏系数向量来构建相似性矩阵,采用谱聚类方法来得到合适波段<sup>[6]</sup>;多任务稀疏追踪将波段选择转换为多任务稀疏追踪学习问题,采用进化策略来选取波段<sup>[17]</sup>;差异加权自表达考虑波段的差异信息来构建差异性正则项,改进自表达模型来选取较大差异的波段<sup>[8]</sup>;低阶表达方法利用排序波段的表达系数来选取合适波段以满足分类需求<sup>[18]</sup>。

不同于上述方法,本文提出了可分离非负矩阵分解(separable nonnegative matrix factorization, SepNMF)方法来研究高光谱影像的波段选择问题。利用美国印第安纳派恩斯市和某城市共两个数据集进行实验分析,验证提出的SepNMF方法的有效性。

收稿日期:2018-04-17

项目资助:国家自然科学基金(41671342,41801256);浙江省自然科学基金(LR19D010001,LQ18D010001);地球观测与时空信息科学国家测绘地理信息局重点实验室开放基金(201804);测绘遥感信息工程国家重点实验室开放基金(18R05)。

第一作者:杨刚,博士,讲师,从事遥感影像数据质量改善与信息提取理论和方法、遥感滨海健康监测技术与应用研究。yanggang@nbu.edu.cn

通讯作者:孙伟伟,博士,副教授。sunweiwei@nbu.edu.cn

# 1 可分离非负矩阵分解实现波段选择

## 1.1 高光谱影像的可分离非负矩阵分解模型

假设高光谱波段矩阵为  $Y = [y_i]_{i=1}^N \in \mathbb{R}^{D \times N}$ , 其中  $D$  为像素个数,  $N$  为波段数,  $y_i$  为任一波段对应的向量。非负矩阵分解模型为:

$$Y = WH \quad (1)$$

该模型将高光谱波段矩阵  $Y$  分解为非负字典矩阵  $W \in \mathbb{R}^{D \times r}$  和非负系数矩阵  $H \in \mathbb{R}^{r \times N}$  的乘积, 以逼近原始的影像数据<sup>[19-20]</sup>, 其中  $r$  为  $W$  和  $H$  的秩, 且  $r \leq N < D$ 。非负矩阵分解具有许多特性, 如聚类、稀疏和低秩等, 然而  $W$  和  $H$  未知, 导致上述问题非凸而较难得到全局最优解。

可分离特性能够解决上述病态问题<sup>[21]</sup>。可分离特性认为<sup>[22]</sup>: 假如存在一个基数为  $r$  的高维数据  $Y$  的索引子集  $k$  满足  $Y = Y(:, k_i)H$ , 那么  $Y$  是  $r$  分离的。其中, “:” 表示选中矩阵中某列全部元素,  $Y(:, k_i)$  为水平排列的索引子集  $k$  的原始波段矩阵  $Y$  的子集,  $\forall k_i \in [1, 2 \dots N]$  且  $|k|_0 = r$ 。

将可分离特性应用到  $Y$  中, 假设  $W = Y(:, k_i)$ , 高光谱的可分离非负矩阵分解模型可表达为:

$$\begin{aligned} Y &= WH, \forall k_i \in [1, 2 \dots N], \\ |k|_0 &= r \text{ 和 } r \ll \min(D, N) \end{aligned} \quad (2)$$

式中,  $k$  为波段的索引子集且数量为  $r$ 。可分离特性能够保证高光谱波段矩阵  $Y$  估计得到唯一的波段子集  $Y(:, k_i)$ , 且剩余的波段能够被  $Y(:, k_i)$  进行非负线性表达。可分离矩阵分解求解解释为寻找包围其对应高维数据点的凸圆锥体的极端射线<sup>[23]</sup>。

## 1.2 可分离非负矩阵分解模型的求解

式(2)中, 假如将高光谱波段矩阵  $Y$  的每一列进行归一化处理, 则可以得到:

$$Y = WH \equiv YD_Y^{-1} = WD_W^{-1}(D_W HD_W^{-1}) \quad (3)$$

式中,

$$(D_X)_{ij} = \begin{cases} \|X_{:,j}\|_1, & \text{如果 } i=j, X_{:,j} \neq 0 \\ 1, & \text{如果 } i=j, X_{:,j} = 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

$$X = W \text{ 或 } Y$$

可以看出,  $D_Y^{-1}$  和  $WD_W^{-1}$  每一列元素和为 1。同时, 由可分离特性可知, 高光谱的波段矩阵可以通过优化排列, 使得前  $r$  列分别对应于  $W$  的列, 即  $Y = WH = W[I_r H']^\top$ , 其中  $I_r$  为大小为  $r$  的单位矩阵,  $H' \in \mathbb{R}^{(N-r) \times r}$  为系数矩阵, 其每一列所有

元素和小于等于 1。考虑到采集误差, 假设  $Y' = Y + E$ , 其中  $E$  为误差项,  $Y$  满足可分离特性且每一列元素和为 1。

文献[24]证明, 如果索引  $i$  使得  $Y'(:, i)$  满足条件  $\operatorname{argmax} \|Y'(:, i)\|_2$ , 则存在  $j \in k$  使得  $W(:, j)$  满足:

$$\begin{aligned} \|Y'(:, i) - W(:, j)\|_2 &\leq O\left(\frac{L}{\mu} \frac{\epsilon}{\sigma_r^2(W)}\right), \\ 1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq r \end{aligned} \quad (4)$$

式中,  $\mu$  和  $L$  分别为函数  $f = \|\cdot\|_2$  的凸参数和利普希茨连续梯度常数;  $\|\cdot\|_2$  的全局最小值为  $f(0) = 0$ ;  $\epsilon$  为误差项的二阶范数阈值, 即  $\|E(:, i)\| \leq \epsilon$ ;  $\sigma_r(W)$  为矩阵  $W$  的第  $r$  个奇异值,  $O(\cdot)$  表示括号里的参数成比例的一个数值。本文采用迭代优化策略, 假定第  $t$  次迭代中  $Y'$  的残差矩阵  $R^{(t)} = [W^{(t)} Q] H + E^{(t)}$ , 其中  $Q \in \mathbb{R}^{D \times (r-t)}$ , 可分离非负矩阵分解模型式(2)可转换为优化问题式(5):

$$i^* = \operatorname{argmax} \|R^{(t)}(:, i)\|_2, 0 \leq t \leq r \quad (5)$$

可以看出, 在第  $t$  次迭代中,  $\operatorname{argmax} \|R^{(t)}(:, i)\|_2$  能够保证找到  $j \in k$  来满足式(4)的条件。本文采用迭代投影算法<sup>[18]</sup>来求解目标优化问题, 即式(5)。该方法利用  $R^{(0)} = Y'$  来初始化残差矩阵  $R^{(0)}$ , 采用  $W(:, t) = Y'(:, i^*)$  来更新波段子集, 并通过  $R^{(t+1)} = (I - \frac{R(:, i^*) R(:, i^*)^\top}{\|R(:, i^*)\|_2^2}) R^{(t)}$  来迭代更新下一步的残差矩阵。在迭代次数  $t=r$  后, 可估计得到合适的波段子集  $W = Y'(:, k)$ , 从而进一步优化求解目标函数式(6)来估计得到系数矩阵  $\hat{H}$ :

$$\hat{H} = \operatorname{argmin}_{H \geq 0} \|Y - WH\|_F^2 \quad (6)$$

## 1.3 SepNMF 实现波段选择的流程

利用可分离非负矩阵分解方法 SepNMF 实现高光谱波段选择的流程如图 1 所示, 包含以下步骤:

- 1) 将三维高光谱影像立方体转换为二维矩阵  $Y'$ , 其中  $D$  为  $Y'$  的矩阵列数,  $N$  为  $Y'$  的矩阵行数。
- 2) 利用式(2)构建高光谱影像的可分离非负稀疏矩阵分解模型, 并将式(2)转换为寻找最大化残差矩阵列的目标优化问题, 即式(5)。
- 3) 利用迭代投影算法依次更新误差矩阵  $R^{(t+1)}$  和  $W(:, t)$ 。在迭代次数  $t=r$  时, 估计得到

合适的波段子集  $\mathbf{W} = \mathbf{Y}'(:, k)$ 。

4) 求解目标函数式(6)得到系数矩阵的最优值  $\hat{\mathbf{H}}$ 。

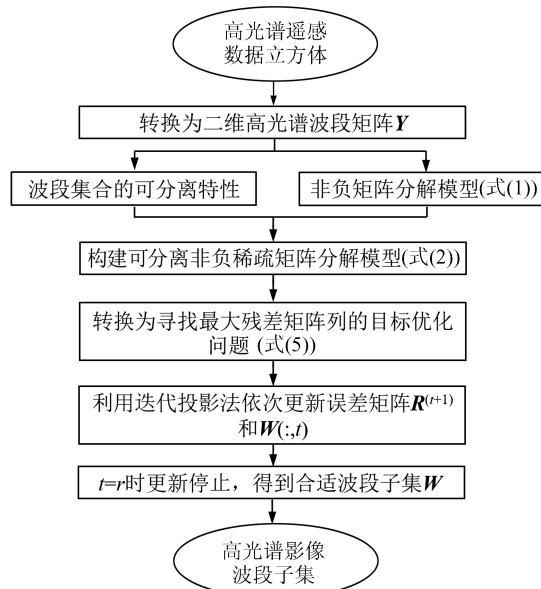


图1 SepNMF用于波段选择的流程

Fig. 1 Process of SepNMF for Band Selection

## 2 波段选择实验与效果分析

### 2.1 实验数据获取与预处理

美国印第安纳派恩斯市影像来自美国普渡大学遥感应用实验室。影像由美国喷气推进实验室成像光谱仪于1992年6月12日采集得到,空间分辨率为20 m,光谱分辨率为10 nm,光谱区间为200~2 400 nm,预处理后波段数为200个。图2为覆盖美国印第安纳州西拉法叶地区西部8 km(派恩斯市)的一小块区域,包含145×145像素。图2中共包含16类主要地物,其地物分布的样本信息见表1。



图2 印第安纳派恩斯市影像

Fig. 2 Image of Indian Pines Data

表1 印第安纳派恩斯市数据的地物样本信息

Tab. 1 Ground Truth of All Classes of Ground Objects  
on Indian Pines Dataset

类号	类名	样本数
1	苜蓿	46
2	非耕犁玉米	1 428
3	玉米幼苗	830
4	玉米	237
5	草地/牧场	483
6	草地/树木	730
7	收割的草地/牧场	28
8	打包的干草	478
9	燕麦	20
10	非耕犁大豆	972
11	大豆幼苗	2 455
12	清洁的大豆	593
13	小麦	205
14	树林	1 265
15	建筑物-草地-树木驱动器	386
16	石铁塔	93
样本总数		10 249

美国某城市高光谱影像为从美国陆军地理空间中心获取的HYDICE影像。影像采集于1995年10月,空间分辨率为2 m,光谱分辨率为10 nm。影像大小为307×307像素,覆盖美国德克萨斯州科帕拉斯区域(靠近胡德堡),如图3所示。对原始的210个波段数据进行预处理,移除低噪比波段,剩余162个波段,包含22类主要地物,各地物的真实分布样本信息如表2所示。



图3 某城市影像

Fig. 3 Image of Urban Data

### 2.2 SepNMF 波段选择效果分析

利用公开高光谱影像(印第安纳派恩斯市和某城市)设计实验来验证SepNMF波段选择的效果。实验采用支持向量机(support vector machine, SVM)分类器和k-近邻(k-nearest neighbor, k-NN)分类器。

bor,  $k$ NN)分类器来分类波段子集,利用总体分类精度(overall classification accuracy, OCA)来评价分类效果。SVM采用径向基核函数,其方差和惩罚因子通过交叉验证获得, $k$ NN分类器的邻域大小为1。对比方法包括MVPCA<sup>[9]</sup>、基于稀疏的波段选择法(sparse based band selection, SpaBS)<sup>[25]</sup>、SNMF<sup>[15]</sup>和基于快速密度峰值聚类法(fast density-peak based clustering, FDPC)<sup>[26]</sup>。

### 2.2.1 不同波段选择方法的定量评价对比

本实验对比不同波段选择方法得到的波段子集的定量评价结果。参照文献[6],实验采用平均信息熵(average information entropy, AIE)来定量评价波段子集的信息量及光谱信息的丰富程度,采用平均相关系数(average correlation coefficient, ACC)来定量评价各波段的相关关系,采用平均相对熵(average relative entropy, ARE)来定量评价各个波段的差异及用于分类的可分性。印第安纳派恩斯市和某城市数据中, $k$ 的大小分别选取为30和40,SpaBS的迭代次数设置为5次。印第安纳派恩斯市数据中,SNMF的正则化因子分别设定为3.0和0.1;某城市数据中,SNMF方法中正则化因子分别设定为3.5和0.05。

表3对比了不同波段方法的定量评价结果。SepNMF波段子集的AIE最高,ACC最低,说明波段信息量最大、相关性最小。SepNMF的ARE表现较好,在印第安纳派恩斯市数据中略低于FDPC,但优于其他4种方法。SNMF和FDPC

方法的定量评价结果总体较为接近,MVPCA和SpaBS方法的定量评价结果低于其他3种方法,在5种方法中表现欠佳。

表2 某城市数据的地面地物样本信息

Tab.2 Samples of Ground Objects in Each Class for Urban Dataset

类号	类名	样本数
1	深色沥青	85
2	浅色沥青	58
3	混凝土01	124
4	牧草	236
5	草地	127
6	树木01	263
7	土壤01	113
8	土壤02	53
9	深色土壤03	59
10	墙面屋顶01	118
11	屋顶02A	91
12	屋顶02B	39
13	浅灰屋顶03	35
14	深色琉璃屋顶04	84
15	教堂屋顶05A	85
16	学校屋顶06	64
17	明亮屋顶07	72
18	蓝绿屋顶08	45
19	网球场	96
20	阴影植被	40
21	阴影地面	64
22	树木02	261
样本总数		2 212

表3 不同波段选择方法的定量评价结果

Tab.3 Results of Quantitative Evaluations from Different Methods on Two Datasets

数据	评价因子	MVPCA	SpaBS	SNMF	FDPC	SepNMF
印第安纳派恩斯市	AIE	10.635	10.434	10.584	10.993	11.478
	ACC	0.606	0.576	0.226	0.320	0.201
	ARE	14.828	18.161	19.552	32.184	30.810
某城市	AIE	7.702	7.521	7.438	7.296	7.997
	ACC	0.841	0.904	0.664	0.738	0.562
	ARE	1.007	1.422	16.356	16.217	17.606

### 2.2.2 不同波段数量下的分类结果对比

对比分析不同波段子集大小条件下SepNMF和其他几种方法在印第安纳派恩斯市和某城市数据集的分类性能。实验中,印第安纳派恩斯市影像中波段数的选择区间为2~44,步长为2;某城市影像中波段数的选择区间为2~50,步长为2。实验选定每一类地物中20%的真实样本作为训练样本来进行分类实验,其余地物

样本作为测试样本。

图4为在不同子集大小条件下,各种波段选择方法在印第安纳派恩斯市和某城市影像集上得到的OCA曲线图。可以看出,随着波段数量的增加,所有方法的OCA整体上升。SepNMF方法得到的OCA曲线结果最优,分类精度整体优于其他几种方法。相比而言,SpaBS的OCA曲线整体低于MVPCA和其他几种方法(SNMF、FDPC和

SepNMF)。FDPC 的 OCA 曲线与 SNMF 较为接近或略低,但优于 MVPCA 和 SpaBS 方法。图 5 和图 6 展示了以上方法在选定波段子集数量条件下的 SVM 分类结果。其中,印第安纳派恩斯市数据和某城市数据中,波段子集  $k$  的大小分别为 30 和 40。可以看出,SepNMF 的分类图结果优于其他方法,进一步验证了图 4 的结论。因此,在不同波段数量条件下,SepNMF 的 OCA 最高,优于其他几种波段选择方法。

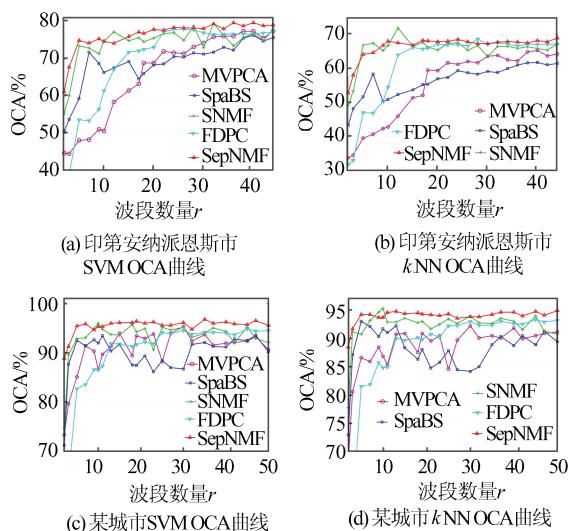


图 4 不同方法的 OCA 曲线

Fig. 4 OCA Curves of Different Band Selection Methods on Two Datasets

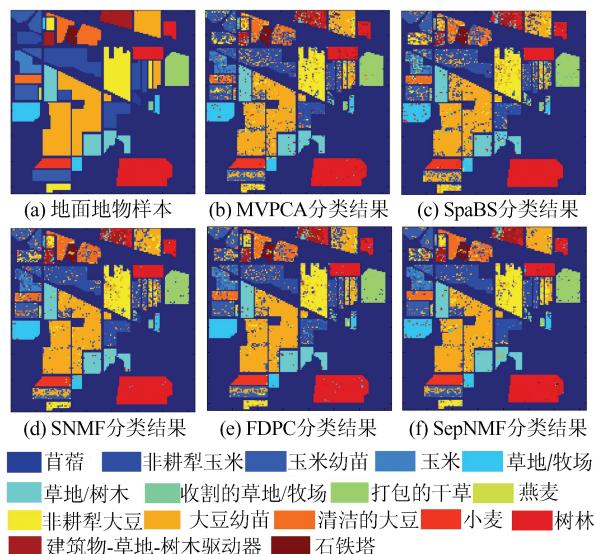


图 5 不同波段选择方法的派恩斯市数据的 SVM 分类结果

Fig. 5 SVM Classification Maps of Different Band Selection Methods on Indian Pines Dataset

### 2.2.3 不同训练样本下的分类结果对比

此实验对比分析不同训练样本大小条件下

SepNMF 和其他 4 种对比方法(MVPCA、SpaBS、SNMF 和 FDPC)的分类结果。其中,印第安纳派恩斯市和某城市影像的训练样本随机采样于地面地物样本集,采样比率的选择集合为  $\{0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3, 0.35, 0.4, 0.45, 0.5\}$ 。印第安纳派恩斯市影像中,波段数量  $k$  设定为 30;某城市影像中,波段数量  $k$  设定为 40。

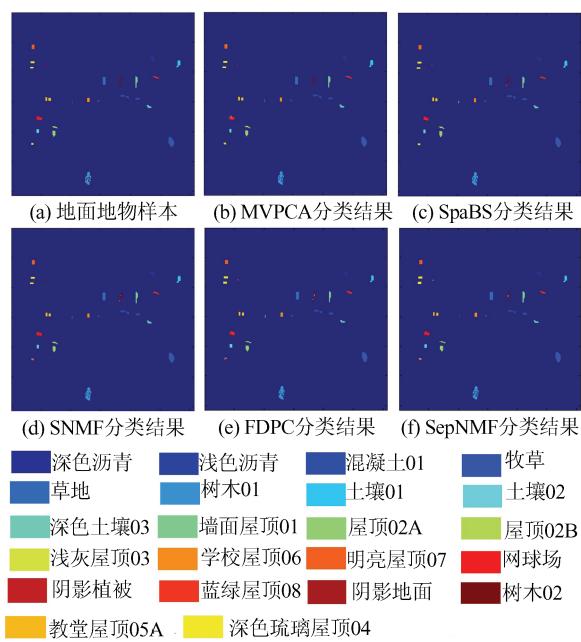


图 6 不同波段选择方法的某城市数据的 SVM 分类结果

Fig. 6 SVM Classification Maps of Different Band Selection Methods on Urban Dataset

图 7 为在不同地物训练样本大小条件下,SepNMF 和其他几种方法在印第安纳派恩斯市和某城市影像中得到的 OCA 曲线图。可以看出,随着单一地物训练样本数量的增加,不同波段选择方法的 OCA 明显提升。其中,SepNMF 方法得到的 OCA 曲线最优,在印第安纳派恩斯市和某城市影像中均优于其他方法的 OCA 曲线。SNMF 和 FDPC 的 OCA 曲线结果较为接近;当训练样本较大时,SNMF 的 OCA 结果优于 FDPC。MVPCA 的 OCA 曲线低于 SNMF、FDPC 和 SepNMF,但明显优于 SpaBS。因此,SepNMF 在不同训练样本条件下得到的 OCA 结果优于其他几种波段选择方法。

#### 2.2.4 波段选择方法的计算时间对比

此实验对比 SepNMF 和其他 4 种方法在不同波段数量条件下的计算效率。表 4 为不同波段数量条件下,5 种波段选择方法在印第安纳派恩斯市和某城市影像集上得到的计算时间。实验环境为戴尔 Win10 台式计算机,主要配置为 Inter Core

(TM) i7-6700 CPU 3.40 GHz 和 32 GB 内存, 所有对比方法的代码执行环境为 Matlab 2016a。可以看出, 随着波段数量的增加, 各种方法的计算时间呈上升趋势。与 SNMF 和 SpaBS 相比, FDPC、SepNMF 和 MVPCA 的计算时间随波段数量的增加上升幅度较小。这 5 种方法中, SpaBS 计算效率最低, 计算时间最长。SNMF 的计算速度优于 SpaBS, 但低于其他方法。FDPC 的计算速度低于 SepNMF 和 MVPCA, MVPCA 的计算速度最快。因此, 5 种方法的计算效率排名为: MVPCA>SepNMF>FDPC>SNMF>SpaBS。

### 3 结语

本文提出利用 SepNMF 方法来解决高光谱波段选择问题, 假设波段集合具有可分离结构, 将

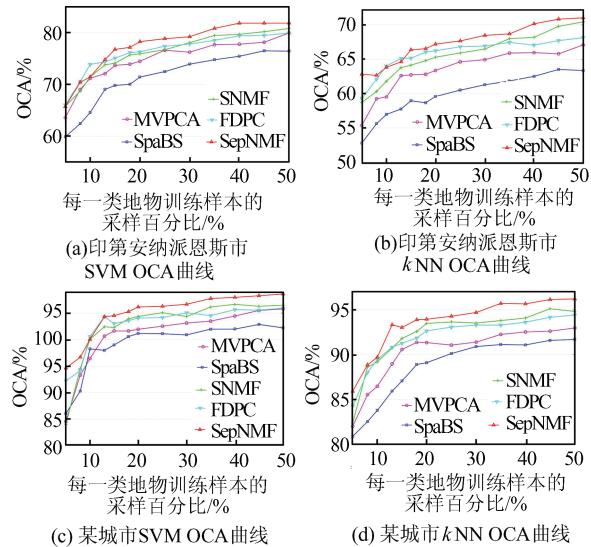


Fig. 7 OCA Curves of Different Band Selection Methods with Different Sizes of Training Samples per Class

表4 不同波段选择方法的计算时间对比

Tab.4 Contrast in Computational Time of Different Methods on Two Hyperspectral Datasets

影像	$k$	计算时间/s				
		MVPCA	SpaBS	SNMF	FDPC	SepNMF
印第安纳派恩斯市	10	0.062	90.72	2.28	3.45	0.07
	20	0.062	97.24	3.09	3.56	0.12
	30	0.063	101.13	5.78	3.64	0.19
	40	0.063	106.89	6.56	3.76	0.28
	50	0.063	112.19	15.24	3.84	0.41
某城市	10	0.161	742.32	12.579	3.37	0.16
	20	0.171	1013.57	21.35	3.37	0.28
	30	0.182	1377.42	51.77	3.41	0.43
	40	0.187	1423.55	135.06	3.51	0.61
	50	0.194	1513.20	291.75	3.75	0.84

波段选择转换为寻找非负线性表达其他波段的代表列, 采用迭代投影方法来选取适合的波段子集。实验表明, SepNMF 方法在不同波段数量和不同训练样本条件下的 OCA 优于其他 4 种方法, 能够得到更好的分类结果。同时计算效率较好, 在 5 种波段选择方法中排列第 2。然而, 本文没有考虑波段间的细微差异可能对结果产生的影响, 在后续的研究中, 将考虑波段差异信息权重矩阵, 细致分析噪声和异常值对波段选择的影响。

### 参考文献

- [1] Tong Qingxi, Zhang Bing, Zhang Lifu. Current Progress of Hyperspectral Remote Sensing in China [J]. *Journal of Remote Sensing*, 2016, 20(5): 689-707(童庆禧, 张兵, 张立福. 中国高光谱遥感的前沿进展[J]. 遥感学报, 2016, 20(5):689-707)
- [2] Zhang Liangpei, Li Jiayi. Development and Prospect of Sparse Representation-based Hyperspectral Image Processing and Analysis [J]. *Journal of Remote Sensing*, 2016, 20(5): 1 091-1 101(张良培, 李家艺. 高光谱图像稀疏信息处理综述与展望[J]. 遥感学报, 2016, 20(5):1 091-1 101)
- [3] Zhang Bing. Advancement of Hyperspectral Image Processing and Information Extraction [J]. *Journal of Remote Sensing*, 2016, 20(5): 1 062-1 090(张兵. 高光谱图像处理与信息提取前沿[J]. 遥感学报, 2016, 20(5):1 062-1 090)
- [4] Liu Shuai, Zhu Yajie, Xue Lei. Remote Sensing Image Super-Resolution Method Using Sparse Representation and Classified Texture Patches [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2015, 40(5): 578-582(刘帅, 朱亚杰, 薛磊. 一种结合稀疏表示和纹理分块的遥感影像超分辨率方

- 法[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2015, 40(5): 578-582)
- [5] Huang Yuancheng, Zhong Yanfei, Zhao Yehe, et al. Joint Blind Unmixing and Sparse Representation for Anomaly Detection in Hyperspectral Image [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2015, 40(9): 1 144-1 150(黄远程, 钟燕飞, 赵野鹤, 等. 联合盲分解与稀疏表达的高光谱图像异常目标检测[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2015, 40(9): 1 144-1 150)
- [6] Sun W, Zhang L, Du B, et al. Band Selection Using Improved Sparse Subspace Clustering for Hyperspectral Imagery Classification[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 2015, 8(6): 2 784-2 797
- [7] Pal M, Foody G M. Feature Selection for Classification of Hyperspectral Data by SVM [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2010, 48(5): 2 297-2 307
- [8] Sun W W, Zhang L P, Zhang L F, et al. A Dissimilarity-Weighted Sparse Self-Representation Method for Band Selection in Hyperspectral Imagery Classification [J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 2016, 9(9): 1-15
- [9] Chang C I, Du Q, Sun T L, et al. A Joint Band Prioritization and Band-Decorrelation Approach to Band Selection for Hyperspectral Image Classification [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 1999, 37(6): 2 631-2 641
- [10] Chang C I, Wang S. Constrained Band Selection for Hyperspectral Imagery [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2006, 44(6): 1 575-1 585
- [11] Martinez-Usó-Martínez-Usó A, Pla F, Sotoca J M, et al. Clustering-Based Hyperspectral Band Selection Using Information Measures[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2007, 45(12): 4 158-4 171
- [12] Qian Y, Yao F, Jia S. Band Selection for Hyperspectral Imagery Using Affinity Propagation[J]. *IET Computer Vision*, 2009, 3(4): 213-222
- [13] Du Q, Yang H. Similarity-Based Unsupervised Band Selection for Hyperspectral Image Analysis [J]. *IEEE Geoscience & Remote Sensing Letters*, 2008, 5(4): 564-568
- [14] Su H, Du Q, Chen G, et al. Optimized Hyperspectral Band Selection Using Particle Swarm Optimization[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 2014, 7(6): 2 659-2 670
- [15] Li J M, Qian Y T. Clustering-Based Hyperspectral Band Selection Using Sparse Nonnegative Matrix Factorization [J]. *Journal of Zhejiang University SCIENCE C*, 2011, 12(7): 542-549
- [16] Chepushtanova S, Gittins C, Kirby M. Band Selection in Hyperspectral Imagery Using Sparse Support Vector Machines [C]. SPIE Conference in Algorithms and Technologies for Multispectral, Hyperspectral, and Ultraspectral Imagery XX, Baltimore, Maryland, USA, 2014
- [17] Yuan Y, Zhu G, Wang Q. Hyperspectral Band Selection by Multitask Sparsity Pursuit [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2015, 53(2): 631-644
- [18] Feng Y, Yuan Y, Lu X. A Non-negative Low-rank Representation for Hyperspectral Band Selection[J]. *International Journal of Remote Sensing*, 2016, 37(19): 4 590-4 609
- [19] Sun W, Li W, Li J, et al. Band Selection Using Sparse Nonnegative Matrix Factorization with the Thresholded Earth's Mover Distance for Hyperspectral Imagery Classification [J]. *Earth Science Informatics*, 2015, 8(4): 907-918
- [20] Lu X, Wu H, Yuan Y, et al. Manifold Regularized Sparse NMF for Hyperspectral Unmixing [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2013, 51(5): 2 815-2 826
- [21] Donoho D L, Stodden V. When Does Non-negative Matrix Factorization Give a Correct Decomposition into Parts? [C]. The 2003 Conference in Advances in Neural Information Processing Systems, Whistler, British Columbia, Canada, 2003
- [22] Gillis N. Robustness Analysis of Hottopixx, a Linear Programming Model for Factoring Nonnegative Matrices [J]. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, 2013, 34(3): 1 189-1 212
- [23] Kumar A, Sindhwani V, Kambadur P. Fast Conical Hull Algorithms for Near-Separable Non-negative Matrix Factorization [C]. The 30th International Conference on Machine Learning, Atlanta, USA, 2013
- [24] Gillis N, Vavasis S A. Fast and Robust Recursive Algorithms for Separable Nonnegative Matrix Factorization[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2014, 36(4): 698-714
- [25] Li Shuangjiang, Qi Hairong. Sparse Representation Based Band Selection for Hyperspectral Images[C]. The 18th IEEE International Conference on Image Processing, Brussels, Belgium, 2011

- [26] Jia S, Tang G, Zhu J, et al. A Novel Ranking-Based Clustering Approach for Hyperspectral Band Selection [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2016, 54(1): 88-102

## Separable Nonnegative Matrix Factorization Based Band Selection for Hyperspectral Imagery

YANG Gang<sup>1</sup> SUN Weiwei<sup>1,2</sup> ZHANG Dianfa<sup>1</sup>

1 Department of Geography and Spatial Information Techniques, Ningbo University, Ningbo 315211, China

2 State Key Laboratory of Information Engineering in Surveying, Mapping and Remote Sensing, Wuhan University, Wuhan 430079, China

**Abstract:** Strong intra-band correlations along with numerous bands seriously hinder the processing and applications of hyperspectral remote sensing images in realistic applications. A separable non-negative matrix factorization (SepNMF) method is presented to explore the band selection problem on hyperspectral imagery (HSI). The method investigates the separability structure in the band set of the HSI data to improve the regular non-negative matrix factorization model, and it formulates the band selection problem into the problem of finding representative columns that represent other bands with non-negative and linear combinations in the SepNMF model. The method adopts the recursive projection method to iteratively select the representative bands to constitute the proper band subset. Three groups of experiments on two open HSI data sets are designed to carefully testify the performance of the SepNMF in band selection. Several popular methods are utilized to compare against the proposed SepNMF method. Experimental results show that the SepNMF obtains the best overall classification accuracies of all while taking shorter computational times ranking second among all the comparison methods. Therefore, the SepNMF method can be an alternative choice for selecting proper bands in hyperspectral image classification.

**Key words:** hyperspectral imagery; separable nonnegative matrix factorization; band selection; recursive projection

**First author:** YANG Gang, PhD, lecturer, specializes in quality improvement of remote sensing and information extraction, and coastal health monitoring techniques and application of remote sensing. E-mail:yanggang@nbu.edu.cn

**Corresponding author:** SUN Weiwei, PhD, associate professor. E-mail: sunweiwei@nbu.edu.cn

**Foundation support:** The National Natural Science Foundation of China, Nos. 41671342, 41801256; the Natural Science Foundation of Zhejiang Province, Nos. LR19D010001, LQ18D010001; the Open Fund of Key Laboratory of Earth Observation and Geospatial Information Science of NASG, No.201804; the Open Fund of State Laboratory of Information Engineering in Surveying, Mapping and Remote Sensing, Wuhan University, No.18R05.