



顾及历元间坐标差信息的 GPS 模糊度快速固定改进方法

易重海¹ 陈源军²

1 中南大学地球科学与信息物理学院,湖南 长沙,410083

2 广州中海达卫星导航技术股份有限公司,广东 广州,511400

摘要:单频全球定位系统模糊度在航解算过程中存在法方程病态的问题,利用历元间坐标差信息可以在一定程度上削弱法方程的病态性,提高模糊度浮点解的精度和模糊度收敛速度。为进一步提高历元间坐标差法固定模糊度的效率,提出了一种改进的历元间坐标差方法,该方法对历元间坐标差虚拟观测误差方程进行了重构,并给出了新的虚拟观测值方差阵。实验结果表明,新方法较之以前的历元间坐标差方法具有更优的稳定性和效率。

关键词:单频;动态定位;病态性;历元间坐标差;模糊度解算

中图分类号:P228

文献标志码:A

载波相位模糊度在航快速解算一般存在定位法方程病态问题,造成模糊度浮点解精度低,有时即使采用高效的模糊度搜索方法也无法成功固定模糊度^[1]。常用的处理动态定位中法方程病态的方法主要有3类。一是利用已知信息作为约束条件,采用附有限制条件的间接平差解算^[2];二是通过先验信息构建正则化矩阵,改善法方程的病态^[3];三是利用先验信息,构建虚拟观测方程,与双差载波观测方程进行联合平差^[4-5]。文献[6]提出了一种利用历元间坐标差信息加快模糊度收敛的新方法——历元间坐标差法,通过历元间坐标差信息构建虚拟观测方程,将其与载波相位双差观测方程联合平差,改善了法方程的病态性,提高了模糊度浮点解的精度。文献[7]采用Helmert方差分量估计对虚拟观测方程的权阵进行调整,模糊度在航解算的效率进一步提高。为了进一步提高顾及历元间坐标差信息的模糊度快速固定算法的有效性和稳定性,本文对历元间坐标差法中的虚拟观测方程进行了重构,并给出了新的方差阵计算公式。实验结果表明,新方法在模糊度固定的效率和稳定性上都有了较大的提升。

1 历元间坐标差法

1.1 历元间坐标差法^[6]

在全球定位系统(Global Positioning System, GPS)动态定位中,可将未知参数划分为 $\mathbf{X}_1$ 、 $\mathbf{X}_2$ 两类。 $\mathbf{X}_1$ 是时变参数,如位置参数; $\mathbf{X}_2$ 是时不变参数,如模糊度参数。GPS载波相位双差观测值误差方程可表示为:

$$\mathbf{V} = \mathbf{A}\mathbf{X}_1 + \mathbf{B}\mathbf{X}_2 - \mathbf{l}, \mathbf{P} \quad (1)$$

式中, $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$ 分别为 $m \times (u-r)$ 、 $m \times r$ 维系数矩阵; $\mathbf{X}_1$ 、 $\mathbf{X}_2$ 分别为 $u-r$ 、 r 维参数改正数向量; $\mathbf{V}$ 为 m 维残差向量; u 为未知参数的个数; m 为观测方程的个数; $\mathbf{l}$ 为观测值减计算值向量; $\mathbf{P}$ 为 $m \times m$ 维权矩阵。令 $\mathbf{N}_{11} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A}$, $\mathbf{N}_{12} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{B}$, $\mathbf{N}_{21} = \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{A}$, $\mathbf{N}_{22} = \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{B}$, $\mathbf{w}_1 = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{l}$, $\mathbf{w}_2 = \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{l}$, 由式(1)可导出只保留模糊度参数 $\mathbf{X}_2$ 的叠加模糊度法方程^[8],对于 n 个历元有:

$$\sum_{i=1}^n (\mathbf{M}_2)_{ti} \mathbf{X}_2 = \sum_{i=1}^n (\mathbf{R}_2)_{ti} \quad (2)$$

式中, $\mathbf{M}_2 = \mathbf{N}_{22} - \mathbf{N}_{21} \mathbf{N}_{11}^{-1} \mathbf{N}_{12}$; $\mathbf{R}_2 = \mathbf{w}_2 - \mathbf{N}_{21} \mathbf{N}_{11}^{-1} \cdot \mathbf{w}_1$;下标 ti 表示历元。当 $\mathbf{X}_2$ 解算出来后, $\mathbf{X}_1$ 可

收稿日期:2017-07-12

项目资助:国家自然科学基金(41204024);国家测绘地理信息局测绘基础研究基金(12-01-06);现代城市测绘国家测绘地理信息局重点实验室开放课题(20111202W)。

第一作者:易重海,博士,主要从事GNSS高精度定位方面的研究。yizhonghai@163.com

通讯作者:陈源军,硕士。yjchen218@163.com

由式(3)解算:

$$\mathbf{X}_1 = \mathbf{N}_{11}^{-1} (\mathbf{w}_1 - \mathbf{N}_{12} \mathbf{X}_2) \quad (3)$$

考虑相邻历元 t_1, t_2 的历元间坐标差:

$$\Delta \mathbf{x}_{t_2} = (\mathbf{X}_1)_{t_2} - (\mathbf{X}_1)_{t_1}, \mathbf{P}_{\Delta \mathbf{x}} = \mathbf{D}_{\Delta \mathbf{x}}^{-1} \quad (4)$$

式中, $\Delta \mathbf{x}$ 为三维历元间坐标差向量; $\mathbf{D}_{\Delta \mathbf{x}}$ 为历元间坐标差的方差阵, 可通过文献[6]的站际历元二次模型计算得到, 也可以采用文献[9]中的三差模型计算。将式(3)代入式(4)整理, 可构建虚拟观测方程:

$$\Delta \mathbf{x}_{t_2} = \mathbf{M}_b - \mathbf{M}_m \mathbf{X}_2, \mathbf{P}_{\Delta \mathbf{x}} = \mathbf{D}_{\Delta \mathbf{x}}^{-1} \quad (5)$$

式中, $\mathbf{M}_b = (\mathbf{N}_{11})_{t_2}^{-1} (\mathbf{w}_1)_{t_2} - (\mathbf{N}_{11})_{t_1}^{-1} (\mathbf{w}_1)_{t_1}$; $\mathbf{M}_m = (\mathbf{N}_{11})_{t_2}^{-1} (\mathbf{N}_{12})_{t_2} - (\mathbf{N}_{11})_{t_1}^{-1} (\mathbf{N}_{12})_{t_1}$; $\mathbf{P}_{\Delta \mathbf{x}}$ 为虚拟观测方程的权阵。令 $\mathbf{f} = \mathbf{M}_b - \Delta \mathbf{x}_{t_2}$, $\mathbf{M}_x = \mathbf{M}_m^T \mathbf{P}_{\Delta \mathbf{x}} \mathbf{M}_m$, $\mathbf{R}_x = \mathbf{M}_m^T \mathbf{P}_{\Delta \mathbf{x}} \mathbf{f}$, 则式(5)对应的虚拟观测值误差方程的法方程为:

$$\mathbf{M}_x \mathbf{X}_2 = \mathbf{R}_x \quad (6)$$

将式(6)与式(2)联合, 即将虚拟观测法方程与模糊度法方程合并构建新的模糊度法方程, 对于 n 个历元累加的法方程可表示如下:

$$\left(\sum_{i=1}^n (\mathbf{M}_2)_{ii} + \sum_{i=2}^n (\mathbf{M}_x)_{ii} \right) \mathbf{X}_2 = \sum_{i=1}^n (\mathbf{R}_2)_{ii} + \sum_{i=2}^n (\mathbf{R}_x)_{ii} \quad (7)$$

式(7)较式(2)的法方程的病态性得到改善。

综上所述, 历元间坐标差法的核心是利用历元间坐标差信息弥补短时间内观测信息的不足, 以减轻定位模型的病态性, 从而加快模糊度的固定。高精度历元间坐标差信息需采用两个相邻历元的相位观测值进行历元间差分计算获取, 因此需要进行相位观测值的周跳探测与修复。本文采用站际历元二次差模型进行周跳的探测与修复^[10]方法, 可以较好地处理周跳问题。

1.2 基于 Helmert 方差分量估计的历元间坐标差法

Helmert 方差分量估计是一种典型的验后方差分量估计方法, 利用不同类型观测值平差后的残差加权平方和优化不同类型观测值之间的权比, 提高平差的精度^[11]。历元间坐标差法中涉及两类观测值信息。为合理利用历元间坐标差信息, 需要确定这两类观测值的权比。基于此, 文献[7]采用 Helmert 方差分量估计优化两种观测的权比, 提高了组合解算的精度, 其计算公式为:

$$\left(\sum_{i=1}^n (\mathbf{M}_2)_{ii} + \text{fact} \cdot \sum_{i=2}^n (\mathbf{M}_x)_{ii} \right) \mathbf{X}_2 = \sum_{i=1}^n (\mathbf{R}_2)_{ii} + \text{fact} \cdot \sum_{i=2}^n (\mathbf{R}_x)_{ii} \quad (8)$$

式中, fact 为历元间坐标差虚拟观测方程权阵增益因子, 其具体的计算过程参见文献[7]。

2 改进的历元间坐标差法

由式(5)可知, 在利用历元间坐标差信息构造虚拟观测方程的过程中, 只考虑了方程左边历元间坐标差观测量 $\Delta \mathbf{x}_{t_2}$ 的误差, 而方程右边 $\mathbf{M}_b$ 项同样存在误差, 且 $\Delta \mathbf{x}_{t_2}$ 与 $\mathbf{M}_b$ 存在相关性, 这在理论上是不严密的。基于此, 应将 $\mathbf{f} = \mathbf{M}_b - \Delta \mathbf{x}_{t_2}$ 作为虚拟观测量, 构造方程如下:

$$\mathbf{f} = \mathbf{M}_m \mathbf{X}_2 \quad (9)$$

令 $\mathbf{D}_f$ 为虚拟观测量的方差阵, $\mathbf{M}_f = \mathbf{M}_m^T \mathbf{D}_f^{-1} \mathbf{M}_m$, $\mathbf{R}_f = \mathbf{M}_m^T \mathbf{D}_f^{-1} \mathbf{f}$, 可知 n 个历元累加的联合平差法方程为:

$$\left(\sum_{i=1}^n (\mathbf{M}_2)_{ii} + \sum_{i=2}^n (\mathbf{M}_f)_{ii} \right) \mathbf{X}_2 = \sum_{i=1}^n (\mathbf{R}_2)_{ii} + \sum_{i=2}^n (\mathbf{R}_f)_{ii} \quad (10)$$

进行联合平差需要虚拟观测量 $\mathbf{f}$ 的方差阵, 下面介绍由三差观测量推导 $\mathbf{f}$ 的方差阵的过程。

通过三差观测量计算历元间坐标差的过程可表示为^[9]:

$$\Delta \mathbf{x}_{t_2} = (\mathbf{A}_{t_2}^T (\mathbf{P}_{td})_{t_2} \mathbf{A}_{t_2})^{-1} \cdot$$

$$\mathbf{A}_{t_2}^T (\mathbf{P}_{td})_{t_2} (\mathbf{l}_{t_2} - \mathbf{l}_{t_1} - \Delta \mathbf{A} \cdot (\tilde{\mathbf{X}}_1)_{t_1}) \quad (11)$$

式中, 下标 t_1, t_2 表示历元; $\mathbf{A}$ 为文献[9]中三差模型的设计矩阵, 与站际-星间双差模型的坐标参数系数矩阵相同; $\mathbf{P}_{td} = \mathbf{D}_{td}^{-1}$, $(\mathbf{D}_{td})_{t_2} = \mathbf{D}_{t_1} + \mathbf{D}_{t_2}$, $\mathbf{D}, \mathbf{l}$ 依次为站际-星间双差模型的协方差阵和“观测值-计算值”向量, 则 $(\mathbf{D}_{td})_{t_2}, \mathbf{l}_{t_2} - \mathbf{l}_{t_1}$ 依次为三差模型的协方差阵和“观测值-计算值”向量; $\Delta \mathbf{A} = \mathbf{A}_{t_2} - \mathbf{A}_{t_1}$, 即历元 t_2 与 t_1 之间的三差模型的设计矩阵变化值; $(\tilde{\mathbf{X}}_1)_{t_1}$ 表示历元 t_1 流动站坐标改正数的真值; 在实际计算 $\Delta \mathbf{x}_{t_2}$ 时, 由于在高采样率条件下 $\Delta \mathbf{A}$ 矩阵中元素很小, 且考虑到 $(\tilde{\mathbf{X}}_1)_{t_1}$ 值大小约为米级, 因此 $\Delta \mathbf{A} \cdot (\tilde{\mathbf{X}}_1)_{t_1}$ 项量级为毫米级以内, 可以将其直接归入残差中, 不参与计算。

将式(11)以及 $\mathbf{M}_b = (\mathbf{N}_{11})_{t_2}^{-1} (\mathbf{w}_1)_{t_2} - (\mathbf{N}_{11})_{t_1}^{-1} (\mathbf{w}_1)_{t_1}$ 代入 $\mathbf{f} = \mathbf{M}_b - \Delta \mathbf{x}_{t_2}$, 整理有:

$$\begin{cases} \mathbf{f} = \mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2 \\ \mathbf{f}_1 = ((\mathbf{N}_{11})_{t_2}^{-1} \mathbf{A}_{t_2}^T \mathbf{P}_{t_2} - (\mathbf{A}_{t_2}^T (\mathbf{P}_{td})_{t_2} \mathbf{A}_{t_2})^{-1} \cdot \mathbf{A}_{t_2}^T (\mathbf{P}_{td})_{t_2} \mathbf{l}_{t_2} - ((\mathbf{N}_{11})_{t_1}^{-1} \mathbf{A}_{t_1}^T \mathbf{P}_{t_1} - (\mathbf{A}_{t_2}^T (\mathbf{P}_{td})_{t_2} \mathbf{A}_{t_2})^{-1} \mathbf{A}_{t_2}^T (\mathbf{P}_{td})_{t_2} \mathbf{l}_{t_1}) \\ \mathbf{f}_2 = (\mathbf{A}_{t_2}^T (\mathbf{P}_{td})_{t_2} \mathbf{A}_{t_2})^{-1} \mathbf{A}_{t_2}^T (\mathbf{P}_{td})_{t_2} (\Delta \mathbf{A} \cdot \tilde{\mathbf{X}}_{t_1}) \end{cases} \quad (12)$$

依据误差传播定律可估算 D_f :

$$D = D_{f_1} + D_{f_2} \quad (13)$$

$$D_{f_1} = (N_{11})^{-1}_{t1} - (A_{t2}^T (P_{td})_{t2} A_{t2})^{-1} A_{t2}^T (P_{td})_{t2} A_{t1} \cdot (N_{11})^{-1}_{t1} - (N_{11})^{-1}_{t1} A_{t1}^T (P_{td})_{t2} A_{t2} (A_{t2}^T (P_{td})_{t2} A_{t2})^{-1} - (N_{11})^{-1}_{t2} + (A_{t2}^T (P_{td})_{t2} A_{t2})^{-1} \quad (14)$$

$$D_{f_2} = \sigma_{\tilde{X}_1}^2 [E - (A_{t2}^T (P_{td})_{t2} A_{t2})^{-1} A_{t2}^T (P_{td})_{t2} A_{t1} - A_{t1}^T (P_{td})_{t2} A_{t2} (A_{t2}^T (P_{td})_{t2} A_{t2})^{-1} + (A_{t2}^T (P_{td})_{t2} A_{t2})^{-1} A_{t2}^T (P_{td})_{t2} A_{t1} A_{t1}^T (P_{td})_{t2} A_{t2} (A_{t2}^T (P_{td})_{t2} A_{t2})^{-1}] \quad (15)$$

式中, $\sigma_{\tilde{X}_1}^2$ 为 $(\tilde{X}_1)_{t1}$ 的 3 个方向分量的大小估计; 实际中 $(\tilde{X}_1)_{t1}$ 的值是未知的, 采用伪距差分技术可保证 $(\tilde{X}_1)_{t1}$ 的 3 个分量的偏差在几分米至几米内。考虑到适当提高虚拟观测值的权有利于改善模糊度法方程的病态性, 但虚拟观测值的权重也不宜过大, 否则会歧化载体的运动信息^[5], 本文实验中 $\sigma_{\tilde{X}_1}^2$ 可取 1 m^2 。数值计算表明 D_{f_1} 的元素远远小于 D_{f_2} 的元素, 实际计算中可省略 D_{f_1} 的计算, 即直接取 $D_f = D_{f_2}$ 。

3 实验分析

为了分析验证新方法的有效性, 设计 4 种实验方案。

方案 1 最小二乘法, 以式(2)作为法方程;

方案 2 历元间差分法, 以式(7)作为法方程;

方案 3 基于 Helmert 方法分量估计的历元间差分方法, 以式(8)作为法方程;

方案 4 本文方法, 以式(10)作为法方程。

首先分别采用上述 4 种方案计算模糊度的浮点解及其协方差阵, 然后采用最小二乘模糊度降相关 (least-squares ambiguity decorrelation adjustment, LAMBDA)^[12] 算法进行模糊度搜索, 最后采用 ratio 值检验进行模糊度确认。

3.1 车载海上动态测量

本实验数据来源于某海域的车载动态 GPS 数据, 静态基站设置在岸边, 流动站天线载体为轮船。基线长度随时间在 $12 \sim 5 \text{ km}$ 范围内变化, 观测时间为 30 min , 卫星截止高度角为 15° , 数据采样间隔 1 s , 采用 L1 频观测数据作为本算例实验数据, 共观测到 9 颗卫星, 依次为 G02、G06、G08、G10、G15、G21、G24、G26、G29, 将高度角最大的 G26 作为参考卫星, 8 个模糊度参考解为 $[30 \ 34 \ 12 \ 1 \ 18 \ 18 \ 32 \ 20]^T$ 。为了比较 4 种方法的优劣, 主要依据以下 4 个指标进行分析。

1) cond: 定位法方程矩阵的条件数, 表征法方程的病态性;

2) DN2: 模糊度浮点解与模糊度参考解之差的二范数, 若 $\hat{N}$ 表示模糊度浮点解, N 表示模糊

度的参考解 (文中模糊度参考解由 RTKLIB 事后处理软件包 RTKPOST 解算得到), $DN2 = \|\hat{N} - N\|_2$, $\|\cdot\|_2$ 表示向量的二范数, DN2 表征模糊度浮点解的精度;

3) $\text{tr}Q$: 模糊度浮点解协方差阵的迹, 表征模糊度浮点解的理论精度。DN2 表征模糊度浮点解的真实精度, 理论上应当满足 $\text{tr}Q \geq DN2 \times DN2$;

4) ratio^[13]: 模糊度固定检验量, 模糊度最优解残差加权平方和与次优解残差加权平方和的比值, 表征模糊度固定的可靠性。

将 30 min 的数据按 5 min 为间隔分成 6 段, 以每一段的起始时刻作为起算点, 分别按照 4 种方案进行计算, 统计了每个起算点 20 个历元即 20 s 的观测数据计算的 cond、DN2、 $\text{tr}Q$ 以及 ratio 值, 结果见表 1。

对于不附加额外观测信息的最小二乘法 (方案 1), 法方程的条件数 cond 量级达到 10^7 以上, 方程严重病态; 一方面造成模糊度浮点解精度很低, 表现为 DN2 值较大, 达到 10 周以上; 另一方面, 法方程病态性导致模糊度浮点解协方差阵严重膨胀, 表现为 $\text{tr}Q$ 值很大, 量级达到 10^3 以上。这两方面都极不利于搜索及确认正确的模糊度, 表现为方案 1 的 ratio 值都很小, 且模糊度搜索得到的最优解多数是错误的, 即使正确, ratio 值也远没有达到模糊度确认的阈值, 该值一般设置为 3^[14]。方案 2 较方案 1 有一定的优化, 但是改善并不明显。

方案 3 和方案 4 方程的病态性改善显著, 方案 3 的 cond 量级下降到 $10^6 \sim 10^4$, 而方案 4 的 cond 量级稳定在 10^4 。从 DN2、 $\text{tr}Q$ 和 ratio 值 3 个指标看, 方案 3 和方案 4 的解算效果基本相当。两者计算的 DN2 都在 5 周以内, 方案 3 的浮点解精度较之方案 4 都更高, 但是差异不大。模糊度搜索成功与否不仅依赖模糊度浮点解的精度, 还需要与之匹配的浮点解方差信息。方案 3 和方案 4 都较好地抑制了病态导致方差膨胀的问题。较之方案 3, 方案 4 的 $\text{tr}Q$ 更为稳定, 这与方案 4 采用观测值先验定权策略有关。由于先验方差是基于经验给定的, 比较稳定, 在 GNSS 定位中一般与实际情况比较相符; 但是对于部分历元模型残

余误差放大或者出现粗差时不能很好地匹配,这也是方案 3 部分 ratio 值高于方案 4 的原因。整体上看,方案 3 和方案 4 两者结果基本相当,但是方案 4 无需迭代进行方差分量估计,在解算稳定性及效率上更优,更适合在实时动态(real-time kinematic,RTK)中推广应用。

表 1 4 种方案计算 cond、DN2、trQ、ratio
Tab. 1 cond, DN2, trQ, ratio with Different Schemes

指标	方案	将 30 min 的数据按 5 min 为间隔分成 6 段					
		1	2	3	4	5	6
cond	方案 1	23 836 276	23 074 280	22 974 566	23 521 320	24 675 905	26 414 458
	方案 2	16 040 548	14 802 795	17 003 853	15 581 614	17 900 710	16 043 176
	方案 3	80 732	223 864	1 596 937	248 512	183 509	260 200
	方案 4	88 851	82 535	78 030	75 933	76 182	78 063
DN2	方案 1	27.29	20.83	16.26	22.79	13.85	18.54
	方案 2	19.96	10.63	11.91	16.97	9.77	8.34
	方案 3	1.57	2.15	3.27	4.09	2.41	1.60
	方案 4	2.89	2.71	3.68	4.27	2.99	1.67
trQ	方案 1	2 893.06	2 687.27	2 540.37	2 448.85	2 410.57	2 425.32
	方案 2	1 997.12	1 760.19	1 901.74	1 630.55	1 751.43	1 454.42
	方案 3	8.27	20.39	140.57	18.17	12.21	15.98
	方案 4	10.51	10.11	9.79	9.54	9.37	9.28
ratio	方案 1	<u>1.02</u>	<u>1.20</u>	1.02	<u>1.13</u>	1.15	<u>1.07</u>
	方案 2	<u>1.04</u>	<u>1.32</u>	1.14	<u>1.01</u>	1.29	<u>1.22</u>
	方案 3	4.89	13.69	3.64	2.44	7.20	4.17
	方案 4	4.15	13.26	6.04	1.58	8.39	4.14

注:下划线表示模糊度搜索最优解是错误的

3.2 机载动态测量

采用 50 min 的飞机航测数据,利用其 L1 频观测数据作为本算例实验数据,数据采样间隔为 1 s,卫星截止高度角为 15°,共观测 7 颗卫星,基线长度约在 12~1 km 之间变化。对观测数据从 0~40 min 每隔 5 min 取每一段的起始时刻作为模糊度在航解算的起算时刻,总共取 9 个起算时刻。以模糊度检验量 ratio>3.0 作为模糊度固定的条件^[15],为保证模糊度固定的可靠性,只有一段时间内持续满足 ratio>3.0 这一条件才认为模糊度固定正确^[14]。分别按照 4 种方案计算,对满足连续 5 个历元 ratio>3.0 的所需观测时间进行

了统计,见表 2。本算例中各方案计算的 cond、DN2、trQ 的表现特性类似于算例 1,限于篇幅,这里不再展示。

由表 2 可知,方案 2 的模糊度解算效率要高于方案 1,但是提高并不明显。方案 3 和方案 4 较之前两种方案模糊度解算效率都有了明显提高,说明合理给定虚拟观测值的权阵有利于提高模糊度浮点解的精度,提高模糊度解算效率。而采用由原始观测量的先验方差直接推导出虚拟观测值的权阵的方案 4 即新方法,模糊度固定效率和稳定性较采用方差分量估计的方案 3 要高。

表 2 不同起算时刻各方案模糊度固定所需时间/s
Tab. 2 Time Required to Fix Ambiguity with Different Start Time for All Schemes/s

方案	7:45	7:50	7:55	8:00	8:05	8:10	8:15	8:20	8:25	8:30	8:35	8:40
方案 1	381	520	286	239	122	135	426	217	189	234	544	447
方案 2	380	190	279	158	121	134	346	210	168	221	491	445
方案 3	17	172	8	8	12	76	19	205	67	10	350	215
方案 4	13	88	7	6	8	108	7	17	50	8	36	24

4 结 语

本文提出了一种顾及历元间坐标差信息的 GPS 模糊度快速固定的改进算法。该方法基于历元间坐标差法的基本思想,对历元间坐标差虚

拟观测方程进行了重新构造,并给出了对应的虚拟观测值方差阵计算公式。实验结果表明,采用新方法构造的虚拟观测方程及其权阵是合理且有效的,较之以前的顾及历元间坐标差的模糊度固定方法,新方法在模糊度固定的效率和稳定性上都有了较大的提升。因此,该方法在单频 GPS

RTK定位中具有较好的应用前景。下一步将采用更多的实验数据对新方法进行测试,以进一步完善该方法。

参 考 文 献

- [1] Guo Qiuying. Data Processing of GPS Rapid Precise Positioning [M]. Xuzhou: China University of Mining and Technology Press, 2011: 69-71 (郭秋英. GPS快速精密定位数据处理[M]. 徐州:中国矿业大学出版社, 2011: 69-71)
- [2] Liu Genyou, Ou Jikun. Kinematic Positioning Algorithm with Coordinate Function Constraint[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2004, 29(5): 389-393 (刘根友, 欧吉坤. 具有坐标函数约束的动态定位算法[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2004, 29(5): 389-393)
- [3] Luo Xiaowen, Ou Jikun. A New Approach for Fast Integer Ambiguity Resolution Suitable for Medium-long Baseline in GPS Network RTK[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2007, 32(2): 156-159 (罗孝文, 欧吉坤. 中长基线GPS网络RTK模糊度快速解算的一种新方法[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2007, 32(2): 156-159)
- [4] Ma Yang, Ou Jikun, Yuan Yunbin, et al. Solving Equality Constraint Inversion with Ill-Posed Constraint Matrix Using United Method[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2011, 36(7): 816-819 (马洋, 欧吉坤, 袁运斌, 等. 采用联合平差法处理附有病态等式约束的反演问题[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2011, 36(7): 816-819)
- [5] Cui Jianyong, Chen Mingjian. The Virtual Observation Equation in GPS Dynamic Positioning[J]. *Engineering of Surveying and Mapping*, 2013, 22(4): 9-12 (崔建勇, 陈明剑. GPS动态定位中的虚拟观测方程研究[J]. 测绘工程, 2013, 22(4): 9-12)
- [6] Chen Yuanjun, Yi Zhonghai, Kuang Cuilin, et al. Accelerating Ambiguity Fixing in Kinematic Positioning Using Epoch-Differenced Coordinate Information[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2016, 41(7): 989-994 (陈源军, 易重海, 匡翠林, 等. 利用历元间坐标差信息加快动态定位中模糊度固定[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2016, 41(7): 989-994)
- [7] Chen Yuanjun, Yi Zhonghai, Kuang Cuilin, et al. Fast GPS Ambiguity Resolution with Variance Component Estimation Based on Virtual Observation[J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2016, 36(2): 158-161 (陈源军, 易重海, 匡翠林, 等. 基于虚拟观测值后验方差估计的整周模糊度快速固定方法[J]. 大地测量与地球动力学, 2016, 36(2): 158-161)
- [8] Xu Guochang. GPS Theory, Algorithms and Applications [M]. 2nd ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2011: 123-126 (许国昌. GPS理论与应用[M]. 2版. 北京:清华大学出版社, 2011: 123-126)
- [9] Yuan Hong, Wan Weixing, Ning Baiqi, et al. A New Cycle Slip Detection and Correction Method Using Triple Differences Solution[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 1998, 27(3): 189-194 (袁洪, 万卫星, 宁百齐, 等. 基于三差解检测与修复GPS载波相位周跳新方法[J]. 测绘学报, 1998, 27(3): 189-194)
- [10] Chen Yuanjun, Yi Zhonghai. A New Method to Detect and Repair Cycle-Slip Based on a Double-Differenced Model for Receivers and Epochs [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2017, 42(6): 845-850 (陈源军, 易重海. 基于站际历元二次差模型探测与修复周跳的新方法[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2017, 42(6): 845-850)
- [11] Dai Wujiao, Feng Guangcai, Zhu Jianjun. A Method for Selecting Ridge Parameter Based on Helmert Variance Components Estimation[J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2006, 26(4): 30-33 (戴吾蛟, 冯光财, 朱建军. 一种基于Helmert方差分量估计的岭参数确定方法[J]. 大地测量与地球动力学, 2006, 26(4): 30-33)
- [12] Teunissen P J G. The Least-Square Ambiguity Decorrelation Adjustment: A Method for Fast GPS Ambiguity Estimation [J]. *Journal of Geodesy*, 1995, 70(1): 65-82
- [13] Verhagen S, Teunissen P J G. The Ratio Test for Future GNSS Ambiguity Resolution[J]. *GPS Solutions*, 2013, 17(4): 535-548
- [14] He Haibo. Precise Kinematic GPS Surveying and Quality Control[D]. Zhengzhou: Information Engineering University, 2002 (何海波. 高精度GPS动态测量及质量控制[D]. 郑州:信息工程大学, 2002)
- [15] Liu Jingnan, Deng Chenlong, Tang Weiming. Review of GNSS Ambiguity Validation Theory[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2014, 39(9): 1 009-1 016 (刘经南, 邓辰龙, 唐卫明. GNSS整周模糊度确认理论方法研究进展[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2014, 39(9): 1 009-1 016)

An Improved GPS Fast Ambiguity Resolution Algorithm with Epoch-Differenced Coordinate Information

YI Zhonghai¹ CHEN Yuanjun²

1 School of Geosciences and Info-Physics, Central South University, Changsha 410083, China

2 Guangzhou Hi-Target GNSS Navigation Technology Co Ltd, Guangzhou 511400, China

Abstract: Single-frequency GPS ambiguity resolution on-the-fly has the problem that normal equation is ill-posed. Using epoch-differenced coordinate information between neighboring epochs can mitigate the ill-condition problem to some extent, as a result, the accuracy of the float ambiguity solution will be improved and the convergence time of ambiguity will be shortened. In order to further improve the ambiguity fixing efficiency of epoch-differenced method, the epoch-differenced coordinate pseudo-observation error equation and its new variance matrix is reconstructed. The experimental results show that, compared with the previous algorithm with epoch-differenced coordinate information, the new method has higher stability and efficiency.

Key words: single-frequency; kinematic positioning; ill-posed; epoch-differenced coordinate information; ambiguity resolution

First author: YI Zhonghai, PhD, majors in high precision GNSS positioning. E-mail: yizhonghai@163.com

Corresponding author: CHEN Yuanjun, master. E-mail: yjchen218@163.com

Foundation support: The National Natural Science Foundation of China, No. 41204024; the Basic Research Fund of National Administration of Surveying, Mapping and Geoinformation, No. 12-01-06; Open Program of Key Laboratory for Urban Geomatics of National Administration of Surveying, Mapping and Geoinformation, No. 20111202W.