



# 一种基于最小广义方差估计的 TLS 点云抗差法向量求解方法

冯 林<sup>1</sup> 李斌兵<sup>1</sup>

1 武警工程大学信息工程系,陕西 西安,710086

**摘要:**针对地面激光扫描点云中的粗差与不均匀采样对法向量计算的影响,基于最小广义方差估计与局部平面拟合原理提出了一种抗差法向量求解方法。首先通过快速近似最近邻居搜索算法得到最近  $k$  邻居点集,然后由确定型最小广义方差估计方法和多元马氏距离得到邻居点集协方差矩阵的抗差估计,最后根据主成分分析法(principal component analysis,PCA)计算得到抗差法向量。通过构造的模拟地面激光扫描(terrestrial laser scanning,TLS)点云数据将提出的方法分别与基于PCA、鲁棒PCA和随机抽样一致的法向量求解方法进行实验比较。结果表明,所提方法的抗差性能优异,且并行优化改进后可以满足大规模TLS点云的计算需求。将该方法应用于实际野外地形TLS点云数据,由求解的抗差法向量重建的泊松表面更符合实际地形,表明了该方法在实际应用中的有效性。

**关键词:**点云;地面激光扫描;法向量求解;主成分分析;确定型最小广义方差估计

中图分类号:P237

文献标志码:A

地面激光扫描技术可以获得高精度、高密度的三维TLS点云,进而构建出精细的三维模型。相对于机载激光扫描技术,TLS具有显著的精度优势和时效优势,因此在精密地形测绘与建筑景观建模中逐渐得到广泛的应用。基于TLS点云的三维模型构建往往需要各点的法向量信息以辅助点云的分割、滤波与三维表面重建等运算<sup>[1-2]</sup>。现有的点云处理软件(如CloudCompare、PCL、TerraSolid等)主要采用基于局部平面拟合的方法计算大规模点云的法向量。该方法由Hoppe等提出<sup>[3]</sup>,假设待建模表面处处光滑,则可通过主成分分析法(principal component analysis,PCA)计算邻居点集的最小二乘平面作为局部拟合平面,该平面的法向量即为该点处的点云法向量,所以也称基于PCA的点云法向量计算方法。

由于TLS点云中缺乏点与点之间的拓扑信息且采样点分布不均,因此对其法向量的准确估计具有一定的复杂性;并且在实际的TLS点云中,受地面覆盖物、多站匹配误差、采样密度差异等因素的影响,不可避免地存在着影响地形建模

的粗差。基于PCA的点云法向量求解方法只能消除一般的随机误差,所以在实际应用中需要克服粗差对法向量计算的影响<sup>[4]</sup>。在基于PCA的法向量研究方法基础上,有学者又提出了基于加权最小二乘、高阶多项式拟合以及移动最小二乘的法向量求解方法<sup>[5-8]</sup>。文献[9]指出,由于少量的粗差点就可以对法向量的计算造成极大的干扰,所以拟合函数的改进对提高法向量计算结果的可靠性较为有限。对此,最理想的方法是通过点云滤波与分类算法将与地形重建无关的粗差剔除;但由于实际自然地形的复杂性以及TLS数据本身的局限,目前还没有广泛适用的方法能够完全有效地剔除影响地形建模的粗差。

为了克服粗差的影响,文献[10]将计算机视觉中的多结构检测思想引入到点云的处理中,采用随机抽样一致(random sample consensus,RANSAC)方法进行点云的平面检测、拟合与法向量的计算。该方法在含有噪声的点云中实现了大片连续平面的高效检测,但对点云中局部微小平面拟合的效率不高,且参数难以自适应设定。

文献[11]采用统计学中的集成方法,通过在多个邻域尺度下进行点云法向量的估计,剔除差异较大的值后再由剩余值计算平均法向量,以避免粗差的影响,但其计算量也随着邻域尺度的增大而成倍增加。文献[12]结合抗差噪声强度估计与核密度估计方法,提出了一种能够克服噪声与尖锐特征影响的抗差法向量计算方法,但主要针对的还是采样密度均匀的点云数据。现有的抗差法向量求解方法针对的多是人造模型与建筑物点云中的法向量计算,所依赖的先验条件与假设较多,不适用于场景复杂、密度变化较大、含有大量粗差的TLS点云。因此,有必要研究可靠高效的TLS点云抗差法向量求解方法。

本文通过对局部平面拟合的法向量计算方法的分析,基于邻居点集的协方差矩阵,提出了一种TLS点云的抗差法向量求解方法。该方法采用确定型最小广义方差估计方法(deterministic minimum covariance determinant, DetMCD)<sup>[13]</sup>与多元马氏距离对影响协方差计算的粗差进行识别与剔除,最终得到法向量的抗差估计。

## 1 基于局部平面拟合的法向量计算方法与最小广义方差估计

对于点云  $\mathbf{P} = \{\mathbf{p}_i \in \mathbb{R}^3, i=1, 2 \dots n\}$  中的某点  $\mathbf{p}_i = [x_i \ y_i \ z_i]^T$ , 可以采用局部平面拟合的方法得到其法向量<sup>[3]</sup>。首先,寻找点  $\mathbf{p}_i$  的邻居点集  $N_B(\mathbf{p}_i)$ 。根据各点间的欧氏距离,采用最近  $k$  邻居( $k$ -nearest neighbors,  $k$ NN)点集作为其定义<sup>[14]</sup>,即  $N_B(\mathbf{p}_i) = k\text{NN}(\mathbf{p}_i, k)$ 。根据各邻居点  $\mathbf{p}_j \in N_B(\mathbf{p}_i)$ ,计算该邻居点集的协方差矩阵  $\boldsymbol{\Sigma}_i = (1/k) \sum (\mathbf{p}_j - \boldsymbol{\mu}_i)(\mathbf{p}_j - \boldsymbol{\mu}_i)^T$ , 其中  $\boldsymbol{\mu}_i = (1/k) \sum \mathbf{p}_j$  为该点集的中心向量。对协方差矩阵  $\boldsymbol{\Sigma}_i$  进行特征值分解,可以得到  $\boldsymbol{\Sigma}_i \mathbf{v}_j = \lambda_j \mathbf{v}_j$  ( $j=1, 2, 3$ ), 其中,  $\lambda_j$  是协方差矩阵的特征值,  $\mathbf{v}_j$  为相应的特征向量。假设  $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$ , 则  $\mathbf{v}_1$  即为邻居点集拟合平面的法向量,也就是点  $\mathbf{p}_i$  处的法向量。受到采样点密度分布、采样表面曲率、采样噪声等的影响,  $\mathbf{v}_1$  与真实表面的法向量并不完全一致。

基于局部平面拟合的法向量计算的关键是对邻居点集协方差矩阵  $\boldsymbol{\Sigma}_i$  的求解。文献[15]研究了随机噪声对  $\boldsymbol{\Sigma}_i$  的影响,给出了法向量计算误差的估计。但在真实的TLS点云中,除了一般的设备测量误差等随机误差外,还存在着对协方差矩阵的计算有较大影响的粗差。对此,可以采用最小广义方差估计(minimum covariance

determinant, MCD)对其进行抗差估计<sup>[16]</sup>。对于一个大小为  $k$  的样本, MCD 方法通过在所有的  $C_k^h$  种大小为  $h$  的子样本组合中,选取协方差矩阵的行列式(广义方差)最小的一个子样本组合,以确保其中不含粗差。但是基于直接枚举的 MCD 方法计算复杂度很大,直到 Fast-MCD 的出现该方法才得以实际应用,它通过随机抽取初始样本,用优化迭代获得总体样本的 MCD 估计。文献[17]采用基于 Fast-MCD 的抗差 PCA 方法实现了点云法向量的抗差估计,然而 Fast-MCD 采用的随机化算法时间效率依然较低,因此难以满足大规模 TLS 点云数据的计算。

## 2 基于 DetMCD 的 TLS 点云抗差法向量求解方法

### 2.1 基于 DetMCD 的 TLS 点云抗差法向量计算原理

根据基于局部平面拟合的法向量求解方法与 DetMCD 方法,通过计算邻居点集协方差矩阵的抗差估计,得到 TLS 点云的抗差法向量。

1) 采用 DetMCD 方法计算最近  $k$  邻居点集合  $N_B(\mathbf{p}_i, k)$  的中心向量和协方差矩阵的估计  $(\hat{\boldsymbol{\mu}}_{ir}, \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{ir})$ 。作为 Fast-MCD 方法的改进,DetMCD 采用了与其相同的优化迭代方法,但通过用确定型算法代替随机算法进行迭代初值的选取,提高了算法的收敛速度与稳定性。DetMCD 方法的主要参数是优化迭代中保留的抗差样本比例  $H = h/N \in [0, 1]$ , 它需要对总体样本  $N$  中的正常样本数量  $h$  进行估计,但对于实际的点云数据,该参数难以预先确定。因此本文首先设定 DetMCD 的参数  $H = 0.5$ ,从而得到中心向量和协方差矩阵的保守估计,再结合多元马氏距离进行粗差剔除,确保算法对不同 TLS 点云的适应性。

2) 据多元统计学,假设各邻居点符合多元正态分布,则邻居点马氏距离的平方服从自由度为  $p$  的卡方(Chi-square)分布<sup>[18]</sup>。但传统的马氏距离直接根据邻居点集的原始中心向量与协方差矩阵进行计算,本身也受到粗差的干扰;而根据 DetMCD 得到的中心向量与协方差矩阵的保守估计  $(\hat{\boldsymbol{\mu}}_{ir}, \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{ir})$  可以排除大部分粗差的影响,由其与各邻居点  $\mathbf{p}_j \in N_B(\mathbf{p}_i, k)$  的坐标可以计算得到各点的抗差马氏距离(robust Mahalanobis distance, RMD):

$$\text{RMD}(\mathbf{p}_j) = \text{MD}(\mathbf{p}_j, \hat{\boldsymbol{\mu}}_{ir}, \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{ir}) = \sqrt{(\mathbf{p}_j - \hat{\boldsymbol{\mu}}_{ir})^T \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{ir}^{-1} (\mathbf{p}_j - \hat{\boldsymbol{\mu}}_{ir})} \quad (1)$$

根据  $\text{RMD}^2(\mathbf{p}_j) \sim \chi^2(p)$  取显著性水平为  $\alpha$ , 可得到置信度为  $1 - \alpha$  的粗差判别限差:  $L = \sqrt{\chi^2_{3,1-\alpha}}$ 。由各邻居点的抗差马氏距离  $\text{RMD}(\mathbf{p}_j)$ , 从统计意义出发, 剔除影响协方差计算的粗差。

图 1 为本文方法计算得到的一组邻居点的抗差马氏距离与原始马氏距离的比较。图 1 中各点的横坐标为各邻居点的原始马氏距离, 纵坐标为结合 DetMCD 得到的抗差马氏距离。两条红色直线为粗差判别限差:  $L = \sqrt{\chi^2_{3,0.975}} \approx 3.0575$  (置信度为 0.975)。由图 1 可知, 原始马氏距离受粗差点的影响, 只能识别出小部分粗差(红色虚线右侧的点); 而本文方法能够克服粗差影响, 有效识别出大部分粗差(红色线上方的点)。

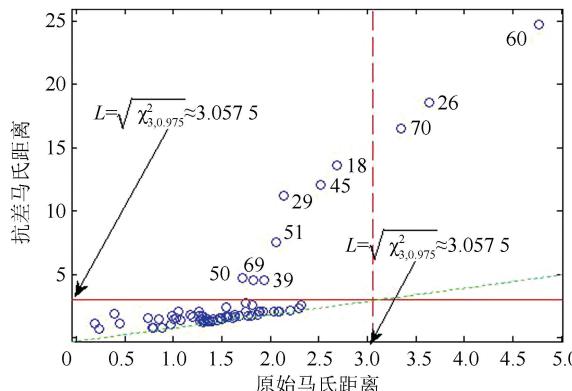


图 1 邻居点的马氏距离与抗差马氏距离对粗差的识别

Fig.1 Gross Error Identification Based on Original Mahalanobis Distance and Robust Mahalanobis Distance of Each Neighbor Point

剔除粗差后, 将保留下的邻居点构成集合:

$$N_B^R(\mathbf{p}_i) = \{\mathbf{p}_j \in N_B(\mathbf{p}_i, k) \mid \text{RMD}(\mathbf{p}_j) \leq L, L = \sqrt{\chi^2_{3,1-\alpha}}\} \quad (2)$$

其协方差矩阵  $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{rs}$  就是邻居点集  $N_B(\mathbf{p}_i, k)$  的抗差协方差估计。根据 PCA 方法, 可由  $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{rs}$  得到点  $\mathbf{p}_i$  的抗差法向量  $\mathbf{V}_{\text{normal}}(\mathbf{p}_i)$ 。

3) 对各点的法向量方向进行全局统一。根据 TLS 点云的特点, 采用基于视点的法向量方向调整方法统一点云法向量方向。设 TLS 点云  $\mathbf{P}$  的采样视点为  $\mathbf{v}_p = [x_p \ y_p \ z_p]^T$ , 则可对各点抗差法向量  $\mathbf{n}_i \in \mathbf{V}_{\text{normal}}(\mathbf{P})$  的方向进行统一, 即:

$$\mathbf{n}_i = \begin{cases} \mathbf{n}_i, (\mathbf{v}_p - \mathbf{p}_i)^T \cdot \mathbf{n}_i > 0 \\ -\mathbf{n}_i, (\mathbf{v}_p - \mathbf{p}_i)^T \cdot \mathbf{n}_i \leq 0 \end{cases} \quad (3)$$

调整后各点的法向量方向相对于视点保持一

致, 从而实现了法向量方向的全局统一。对于从多个测站得到的点云数据, 需要根据其各自的视点分别调整统一法向量方向。若没有对应的视点坐标, 则需要采用法向量方向传播等相关算法对全局法向量方向进行统一<sup>[19]</sup>。

## 2.2 基于 DetMCD 的 TLS 点云抗差法向量求解流程

1) 读取 TLS 点云  $\mathbf{P}: \mathbf{P} = [\mathbf{p}_1 \ \mathbf{p}_2 \cdots \mathbf{p}_n], \mathbf{p}_i = [x_i \ y_i \ z_i]^T$ 。

2) 遍历点  $\mathbf{p}_i \in \mathbf{P}$ , 搜索其最近  $k$  邻居点集  $N_B(\mathbf{p}_i, k)$ , 主要参数为邻居点集大小  $k$ 。本文采用快速近似最近邻居搜索算法(fast library for approximate nearest neighbors, FLANN)进行最近  $k$  邻居点集的计算<sup>[14]</sup>。它通过随机  $k$  维森林算法与  $k$  均值优先搜索树算法对点云数据建立结构化索引, 实现最近  $k$  邻居点集的快速查找。

3) 对邻居点集  $N_B(\mathbf{p}_i, k)$ , 采用 DetMCD 方法计算其中心向量与协方差矩阵的保守估计  $(\hat{\boldsymbol{\mu}}_{ir}, \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{ir})$ 。DetMCD 优化迭代过程中保留的抗差子集比例  $H = 0.5$ 。

4) 根据各邻居点的坐标  $\mathbf{p}_j \in N_B(\mathbf{p}_i, k)$  与 DetMCD 计算得到的  $(\hat{\boldsymbol{\mu}}_{ir}, \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{ir})$ , 由式(1)计算各邻居点的抗差马氏距离  $\text{RMD}(\mathbf{p}_j)$ 。

5) 参照式(2)设定粗差判别限差  $L$ , 识别并剔除粗差点。输入为各邻居点的抗差马氏距离  $\text{RMD}(N_B(\mathbf{p}_i, k))$ , 输出为剔除粗差点后的邻居点集  $N_B^R(\mathbf{p}_i)$ , 参数为粗差判定的显著性水平  $\alpha$ 。

6) 根据剔除粗差点后的邻居点集  $N_B^R(\mathbf{p}_i)$  计算得到抗差协方差矩阵  $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{rs}$ ; 根据 PCA 方法得到点  $\mathbf{p}_i$  处的抗差法向量  $\mathbf{V}_{\text{normal}}(\mathbf{p}_i)$ 。

7) 点云法向量的全局统一。对于计算得到的法向量  $\mathbf{V}_{\text{normal}}(\mathbf{p}_i)$ , 根据地面激光扫描仪的视点  $\mathbf{v}_p$  和各点空间位置  $\mathbf{p}_i$ , 使用式(3)统一各点的法向量方向。

该方法的参数主要有邻居点集的大小  $k$  与粗差判别的显著性水平  $\alpha$ 。邻居点集的大小需根据实际 TLS 点云数据的特点和应用需求确定, 显著性水平  $\alpha$  一般可取 0.025。

## 3 实验与分析

将本文方法分别与基于 PCA、鲁棒 PCA(robust PCA, ROBPCA)<sup>[20]</sup> 和 RANSAC 的法向量计算方法进行比较。通过构建模拟 TLS 点云分析各方法的抗差性与时间效率, 并通过对真实

TLS点云数据进行泊松表面重建,以评估该方法的实际应用效果。

各算法均使用Matlab语言实现,在Xeon E5工作站上进行实验。ROBPCA算法与RANSAC算法详细实现过程分别参见文献[20]和[21]。算法的精度由计算得到的各点法向量与真实法向量之间的夹角来度量。设点 $p_i$ 的真实法向量为 $n_0$ ,计算得到的法向量为 $n_i$ ,则点 $p_i$ 的法向量角度计算误差为:

$$\theta_i = \arccos \frac{\langle n_0, n_i \rangle}{\|n_0\| \cdot \|n_i\|} \quad (4)$$

由于实际TLS点云中各点的真实法向量难以获得,因此实验中真实法向量由构建的模拟点云数据预先确定。

### 3.1 模拟TLS点云实验1:抗差性能分析

为了检验本文方法的抗差性,构建包含粗差的平面TLS点云模拟模型进行实验。首先,根据TLS点云的采样密度和测量精度,构建一块 $2\text{m} \times 2\text{m}$ 的正方形平面点云 $\mathbf{P} = \{p_i | p_i = [p_{x_i} \ p_{y_i} \ p_{z_i}]^T, i=1, 2 \dots N_p\}$ 。其具体定义为:

$$\begin{cases} p_{x_i} = \text{rand}(0, 1) \cdot S \\ p_{y_i} = \text{rand}(0, 1) \cdot S \\ p_{z_i} = \text{rand}(0, 1) \cdot C \end{cases} \quad (5)$$

其中, $N_p = \text{round}(N \cdot (1-G))$ 为模拟TLS点云中平面点的规模,round(·)为取整函数; $N$ 为TLS点云总体规模(设为12 000); $G$ 为粗差点比例,等于粗差点与点云总体规模的比值,取值范围为[0,1]; $S$ 为模拟平面TLS点云边长(设为2 m);rand(0, 1)是随机数,取值范围为[0,1]; $C$ 为测量精度(设为0.01 m)。由于各模拟平面TLS点位于理想平面上,所以真实法向量均为 $n_0 = [0 \ 0 \ 1]^T$ 。

然后,在模拟平面TLS点云中添加随机分布的模拟粗差点 $\mathbf{P}' = \{p'_i | p'_i = [p'_{x_i} \ p'_{y_i} \ p'_{z_i}]^T, i=1, 2 \dots N_g\}$ 。其定义为:

$$\begin{cases} p'_{x_i} = \text{rand}(0, 1) \cdot S \\ p'_{y_i} = \text{rand}(0, 1) \cdot S \\ p'_{z_i} = \text{rand}(0, 1) \cdot (H - C) + C \end{cases} \quad (6)$$

其中, $N_g = N - N_p$ 为粗差点规模; $H$ 为粗差分布高度(设为0.2 m)。最终由模拟平面点云 $\mathbf{P}$ 和模拟粗差点 $\mathbf{P}'$ 得到模拟TLS点云模型 $\mathbf{P}_T(N, G, S, C, H) = \mathbf{P} + \mathbf{P}'$ 。根据该模型参数构建的模拟TLS点云 $\mathbf{P}_T(12 000, G, 2, 0.01, 0.2)$ 的密度和精度与一般TLS点云相符。但由于构建的模拟TLS点云内部的采样密度基本一致,为了更好地

分析各方法在密度差异与粗差干扰下的法向量计算效果,本文随机选取模拟TLS点云模型边缘的点进行法向量的计算与比较。图2为模拟TLS点云(粗差比例为30%)边缘选取的一组邻居点( $k=70$ )。由图2可见,受粗差和采样密度差异的影响,各方法计算得到的法向量相对真实法向量都有误差,但本文方法的法向量计算误差相对较小。

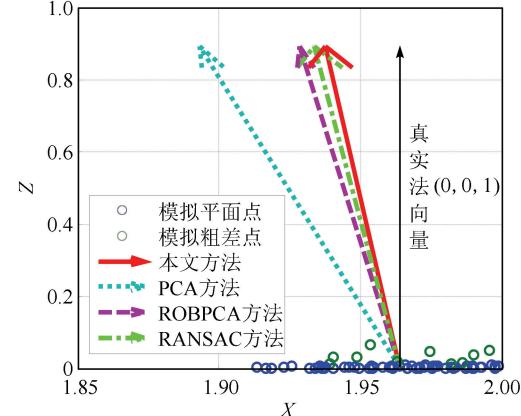


图2 不同方法计算出的模拟TLS点云中一组邻居点的法向量(粗差点比例为30%)

Fig.2 Normals of a Neighbor Point Set in Simulated TLS Point Cloud by Different Methods  
(with 30% Gross Error)

进一步以法向量角度 $\theta$ 的计算误差均值 $\text{mean}(\theta)$ 为指标,对比各方法对不同粗差比例的点云数据法向量计算误差。首先由模拟TLS点云模型 $\mathbf{P}_T$ 的定义分别构建粗差点比例 $G = \{0\%, 10\% \dots 70\%\}$ 共8组不同模拟TLS点云 $\{\mathbf{P}_{T_0}, \mathbf{P}_{T_1} \dots \mathbf{P}_{T_7}\} = \mathbf{P}_T(12 000, G, 2, 0.01, 0.2)$ 。然后在生成的8组点云的边缘随机抽取各1 000个点构成测试点集 $\{S_0, S_1 \dots S_7\}$ 。分别采用PCA方法、ROBPCA方法、RANSAC方法(参数 $\sigma$ 分别设为0.01、0.02)、原始DetMCD方法( $H = 0.5$ )以及本文提出的方法计算 $\{S_0, S_1 \dots S_7\}$ 中各点的法向量,各方法的邻居点集计算尺度 $k$ 设为70。实验得到各方法在不同粗差比例下的法向量角度计算误差均值,如图3所示。

由图3可见:①PCA方法在粗差比例大于10%的情况下,法向量角度误差均值已大于 $2^\circ$ ,而在粗差比例达到50%时,角度误差均值可达 $16^\circ$ ;②本文方法在粗差比例小于60%情况下的角度误差均值仍小于 $1^\circ$ ,在粗差比例大于65%后,角度误差均值才略有增加;③原始DetMCD方法由于保留的抗差子集大小固定,在粗差比例较低时误差相对偏大,不能适用于不同粗差情况。

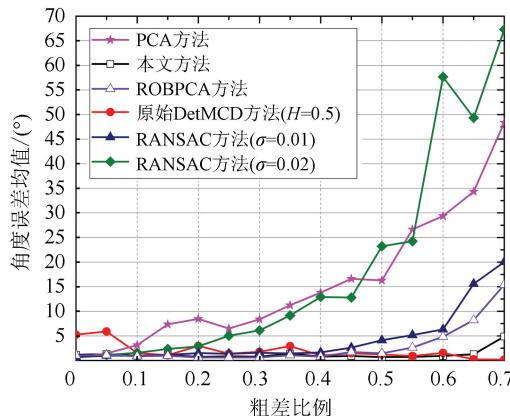


图 3 不同粗差比例对不同方法角度计算误差均值的影响

Fig.3 Impact of Different Gross Error Rates on Mean of Normal Angle Errors Calculated by Different Methods

的实际 TLS 点云;④RANSAC 方法在参数  $\sigma=0.01$  时,抗差性能与 ROBPCA 方法接近,但当参数  $\sigma=0.02$  时误差急剧增大。在粗差比例较大时,甚至比 PCA 方法的误差还大,说明 RANSAC 方法的抗差性能对参数设定较为敏感,在实际应用中,参数  $\sigma$  的设定存在较大的困难;⑤ROBPCA 方法与本文方法的抗差性能接近,但在粗差比例较大时,本文方法更优。

### 3.2 模拟 TLS 点云实验 2:时间效率比较

为了检验和比较各方法的时间效率,对不同规模的点云集分别测试各方法的运行时间。模拟 TLS 点云模型定义为:  $S_T = P_T(300\,000, 0.3, 10, 0.01, 0.1)$ , 在其边缘分别随机提取规模为 {1 000, 2 000...10 000} 的 10 组测试点集  $\{T_1, T_2 \dots T_{10}\}$ 。分别采用 PCA 方法、RANSAC 方法、本文方法以及本文方法的并行优化改进方法进行比较实验(最近邻居点集尺度  $k$  均设为 70),得到各方法对不同规模点云的法向量计算时间,如图 4 所示。由于 ROBPCA 方法对规模为 1 000 的点云数据的法向量计算时间已达到 921 s,远远大于其他方法,难以适用于大规模点云数据,所以不在图 4 中标示。由图 4 可见:①本文方法的运行时间相对于 RANSAC 方法具有显著优势,但高于 PCA 方法,约为其 19 倍;②本文方法通过并行优化改进后,运行时间可降为 PCA 方法的 2.6 倍左右。因此,对于数据大小为 100 万的点云,采用并行优化改进的方法可以在约 77 min 内完成计算,能够满足大部分应用的时效需要。

### 3.3 真实 TLS 点云实验:泊松表面重建

为了验证本文方法的实际效果,采用野外采

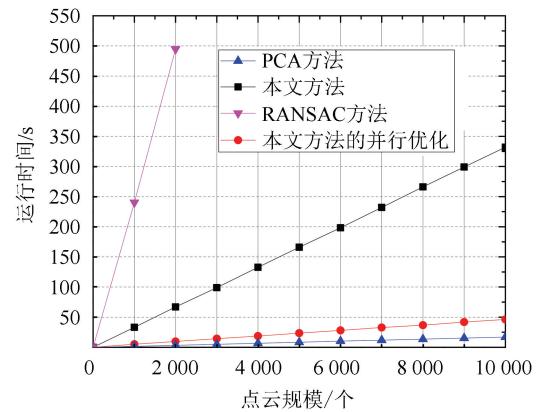


图 4 不同方法不同点云规模的时间效率比较

Fig.4 Comparison of Running Time with Different Point Cloud Scales by Different Methods

集的真实 TLS 点云数据进行实验验证。数据来自甘肃天水桥子沟的一条典型切沟。该切沟断面呈典型的 V 字型,90%的地表被低矮豆科类植物和荒草覆盖。利用 Leica HDS6100 型三维激光扫描仪对切沟进行扫描并存储点云数据。该 TLS 点云包含激光点 2 573 105 个,覆盖面积为 720.476 m<sup>2</sup>,平均密度为 3 571.4 个/m<sup>2</sup>。

对该 TLS 点云采用本文方法进行法向量计算,取邻居点集合大小  $k$  为 20,置信度为 0.975,得到的点云抗差法向量如图 5 所示(为了便于显示,从点云中随机抽取了 1 000 个点)。分别根据本文方法得到的抗差法向量与 PCA 方法得到的法向量对该点云进行泊松表面重建,结果如图 6 所示。由图 6(a)可见,由 PCA 方法求得的法向量重建得到的泊松表面在地形变化剧烈的区域存在较大的变形(如图 6(a)中 4 个标黑框的区域);而由本文方法求得的法向量重建的泊松表面基本反映了实际地面的形态(图 6(b)),说明本文方法通过获取 TLS 点云的抗差法向量能够提高后续处理的可靠性。

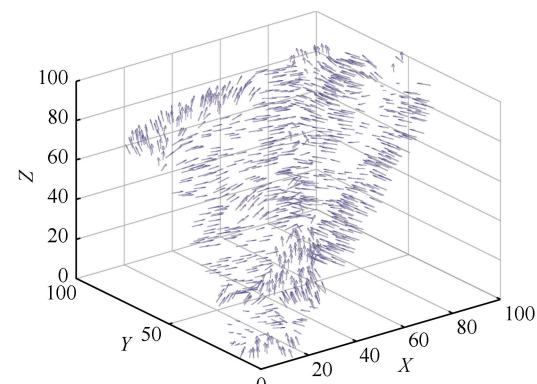


图 5 本文方法得到的真实 TLS 点云的抗差法向量

Fig.5 Robust Normal Estimation of Real TLS Point

Cloud by the Proposed Method

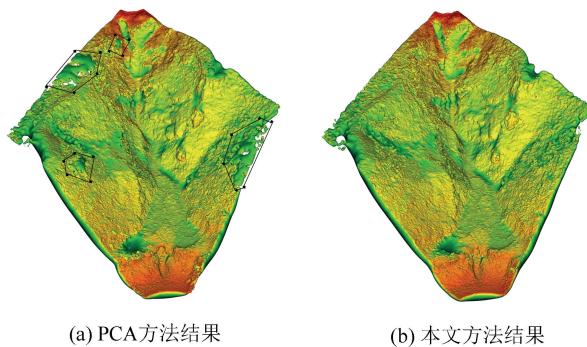


图6 本文方法与PCA方法得到的法向量  
分别建立泊松曲面的结果

Fig.6 Poisson Surface Reconstruction Results Based on Normal Estimation by PCA and the Proposed Method

## 4 结语

本文针对TLS点云中存在的粗差干扰与采样密度不均的问题,根据局部平面拟合的原理,从邻居点集的协方差矩阵出发,提出了一种基于最小广义方差估计的TLS点云抗差法向量求解方法。该方法依赖的假设条件与先验知识较少,适用于场景复杂、采样密度差异较大的TLS点云抗差法向量计算。实验结果表明:①本文方法相比于PCA方法具有显著的抗差性优势,也优于ROBPCA方法和RANSAC方法;②本文方法的并行优化改进方法具有较高的时间效率,可以应用于大规模TLS点云的计算;③通过对真实TLS点云的法向量计算与泊松表面重建,进一步证明了其对实际TLS点云处理的有效性。为了更好地对复杂自然场景TLS点云的法向量进行求解,下一步将研究最优化法向量计算尺度的自适应选择。

## 参 考 文 献

- [1] Li Guojun, Li Zongchun, Sun Yuanchao, et al. Using Delaunay Refinement to Reconstruct Surface from Noisy Point Clouds[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2017, 42(1): 123-129(李国俊, 李宗春, 孙元超, 等. 利用Delaunay细分进行噪声点云曲面重建[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2017, 42(1): 123-129)
- [2] Tan Kai, Cheng Xiaojun, Zhang Jixing. Correction for Incidence Angle and Distance Effects on TLS Intensity Data[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2017, 42(2): 223-228(谭凯, 程效军, 张吉星. TLS强度数据的入射角及距离效应改正方法[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2017, 42(2): 223-228)
- [3] Hoppe H, DeRose T, Duchamp T, et al. Surface Reconstruction from Unorganized Points[C]. The 19th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques, New York, USA, 1992
- [4] Li Bao, Cheng Zhiqian, Dang Gang, et al. Survey on Normal Estimation for 3D Point Clouds[J]. *Computer Engineering and Applications*, 2010, 46(23): 1-7(李宝, 程志全, 党岗, 等. 三维点云法向量估计综述[J]. 计算机工程与应用, 2010, 46(23): 1-7)
- [5] Yang M, Lee E. Segmentation of Measured Point Data Using a Parametric Quadric Surface Approximation[J]. *Computer-Aided Design*, 1999, 31(7): 449-457
- [6] Alexa M, Behr J, Cohen-Or D, et al. Point Set Surfaces[C]. The Conference on Visualization'01, San Diego, California, USA, 2001
- [7] Pauly M, Keiser R, Kobbelt L P, et al. Shape Modeling with Point-Sampled Geometry[J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2003, 22(3): 641-650
- [8] Fleishman S, Cohenor D, Silva C T. Robust Moving Least-Squares Fitting with Sharp Features[J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2005, 24(3): 544-552
- [9] Castillo E, Liang J, Zhao H K. Point Cloud Segmentation and Denoising via Constrained Nonlinear Least Squares Normal Estimates[M]// Breuß M, Bruckstein A, Maragos P. Innovations for Shape Analysis. Berlin, Heidelberg: Springer, 2013
- [10] Schnabel R, Wahl R, Klein R. Efficient RANSAC for Point-Cloud Shape Detection[J]. *Computer Graphics Forum*, 2007, 26(2): 214-226
- [11] Yoon M, Lee Y, Lee S, et al. Surface and Normal Ensembles for Surface Reconstruction[J]. *Computer-Aided Design*, 2007, 39(5): 408-420
- [12] Li B, Schnabel R, Klein R, et al. Robust Normal Estimation for Point Clouds with Sharp Features[J]. *Computers & Graphics*, 2010, 34(2): 94-106
- [13] Hubert M, Rousseeuw P J, Verdonck T. A Deterministic Algorithm for Robust Location and Scatter[J]. *Journal of Computational & Graphical Statistics*, 2012, 21(3): 618-637
- [14] Muja M, Lowe D G. Scalable Nearest Neighbor Algorithms for High Dimensional Data[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence*, 2014, 36(11): 2227-2240
- [15] Mitra N J, Nguyen A, Guibas L. Estimating Surface Normals in Noisy Point Cloud Data[J]. *International Journal of Computational Geometry & Applications*, 2004, 14(4-5): 261-276
- [16] Rousseeuw P J. Multivariate Estimation with High

- Breakdown Point[J]. *Mathematical Statistics and Applications*, 1985, B: 283-297
- [17] Nurunnabi A, Belton D, West G. Diagnostic-Robust Statistical Analysis for Local Surface Fitting in 3D Point Cloud Data[C]. The 22nd Congress of International Society for Photogrammetry and Remote Sensing, Melbourne, Australia, 2012
- [18] McLachlan J. Discriminant Analysis and Statistical Pattern Recognition[J]. *Technometrics*, 1993, 35(422): 695-697
- [19] Wang Xingce, Cai Jianping, Wu Zhongke, et al. Normal Estimation and Normal Orientation for Point Cloud Model Based on Improved Local Surface Fitting[J]. *Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics*, 2015, 27(4): 614-620(王醒策, 蔡建平, 武仲科, 等. 局部表面拟合的点云模型法向估计及重定向算法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2015, 27(4): 614-620)
- [20] Hubert M, Rousseeuw P J. ROBPCA: A New Approach to Robust Principal Component Analysis[J]. *Technometrics*, 2005, 47(1): 64-79
- [21] Fischler M A, Bolles R C. Random Sample Consensus: A Paradigm for Model Fitting with Applications to Image Analysis and Automated Cartography[J]. *Communications of the ACM*, 1981, 24(6): 381-395

## A Robust Normal Estimation Method for Terrestrial Laser Scanning Point Cloud Based on Minimum Covariance Determinant

FENG Lin<sup>1</sup> LI Binbing<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Department of Information Engineering, Engineering University of People's Armed Police, Xi'an 710086, China

**Abstract:** A robust normal estimation method based on local plane fitting and minimum covariance determinant (MCD) is proposed for terrestrial laser scanning (TLS) point cloud with gross errors and non-uniform sampling. Firstly, fast library for approximate nearest neighbors algorithm is performed to retrieve  $k$  nearest neighbor point set. Then, robust estimation of its covariance is calculated by Det-MCD (deterministic MCD) and multivariate Mahalanobis distance. Finally, robust estimation of normal vector is calculated through principal component analysis (PCA) method. Compared with PCA, robust PCA and random sample consensus based normal estimation method, on simulated TLS point cloud, experimental results show that the proposed method can get more accurate normal estimation under the influences of gross errors. And its parallel improvement can meet the requirement of efficiency for large scale TLS point cloud processing. Further experiment on real TLS data from natural terrain shows that the proposed method helps to better Poisson surface reconstruction and prove its effectiveness in practical application.

**Key words:** point cloud; terrestrial laser scanning (TLS); normal estimation; principle component analysis (PCA); deterministic minimum covariance determinant (DetMCD)

**First author:** FENG Lin, PhD candidate, specializes in LiDAR point cloud processing and 3D reconstruction. E-mail: FengLin\_PAP@126.com

**Foundation support:** The National Natural Science Foundation of China, No. 41171224.