



# GPS 坐标时间序列噪声估计及相关性分析

马俊<sup>1</sup> 姜卫平<sup>2</sup> 邓连生<sup>3</sup> 周伯烨<sup>2</sup>

1 武汉大学测绘学院,湖北 武汉,430079

2 武汉大学卫星导航定位技术研究中心,湖北 武汉,430079

3 湖北理工学院光谷北斗国际学院,湖北 黄石,435003

**摘要:**比较分析了极大似然估计法、最小二乘方差分量估计法以及最小范数二次无偏估计法对 GPS 站坐标时间序列噪声的估计效果,确定最小范数二次无偏估计法为最优的噪声方差估计方法。在此基础上对中国及其周边区域 20 个 IGS 站坐标时间序列中各方向噪声方差进行一元线性回归分析。结果表明,中国及其周边区域 IGS 站不同方向的噪声间具有中等强度以上的相关性,其中 N 方向闪烁噪声与其他方向闪烁噪声的相关性要强于白噪声。水平方向的噪声振幅能够解释垂直方向噪声振幅变化的 40%~60%,而 N 方向噪声振幅能够解释 E 方向噪声振幅变化的 60%~80%,获得的线性回归方程具有使用价值。

**关键词:**GPS 站坐标时间序列;最小范数二次无偏估计;噪声估计;回归分析

中图分类号:P228

文献标志码:A

GPS 坐标时间序列广泛应用于参考框架建立、地壳形变监测等研究。由于 GPS 坐标时间序列中的噪声严重影响了测站运动参数(包括速度、周期振幅等)的估计精度,且不同方向噪声之间存在着一定的相关性,因此需要采用有效的方法准确估计出噪声的振幅,确定不同方向噪声之间的相关性和交互影响,进而建立严密的三维噪声模型。这有助于准确获取测站运动参数及其不确定度,并提高 GPS 坐标时间序列的分析效率。

常用的 GPS 坐标时间序列噪声估计方法有极大似然估计法(maximum likelihood estimation, MLE)、最小二乘方差分量估计法(least square variance estimation, LS-VCE)。MLE 方法通过构造一个与噪声协方差阵以及观测残差有关的对数似然函数,并寻找使函数值最大的协方差阵,可以同时估计噪声方差、周期振幅、测站速度及不确定度<sup>[1-2]</sup>。Amiri-Simkooei 利用 LS-VCE 获得了 IGS 站坐标时间序列噪声的方差以及协方差,并分析了不同测站相同方向以及同一测站不同方向噪声的相关性,发现同一测站不同方向时间序列所含噪声弱相关或者不相关<sup>[3]</sup>。然而,以上两种方法须进行多次的搜索迭代过程才

能获得最佳估值,运算时间较长。此外,Niu 等人利用 Allan 方差分析法分析了采样率为 1 Hz、时间长度为 24 h 的 GPS 位置时间序列的噪声特性及其振幅,取得了较好的效果<sup>[4]</sup>,但该方法噪声方差估计的精度与分组的数目以及样本长度有关,对于由单天解和周解组成的采样间隔较长的时间序列精度不佳。除此之外,还有 M 估计、卡尔曼滤波等方法用于时间序列中方差分量估计的抗差滤波<sup>[5-6]</sup>。

不同学者对以上方法研究颇多,得到了一些有用的结论,但并未对 GPS 坐标时间序列中噪声方差的最优估计方法形成一致意见,且忽略了各方向噪声之间的相关性。针对以上问题,本文首先比较分析了 MLE、LS-VCE 以及最小范数二次无偏估计法(minimum norm quadratic unbiased estimation, MINQUE)对 GPS 坐标时间序列噪声方差的估计效果,进而确定最优的噪声估计方法。在此基础上,通过一元线性回归分析了中国及其周边区域 20 个 IGS 站坐标时间序列不同方向噪声方差之间的相关性及相互影响,并获得了具有实用价值的线性回归方程。

收稿日期:2017-07-11

项目资助:国家杰出青年科学基金(41525014);国家自然科学基金(41374033)。

第一作者:马俊,博士生,主要研究方向为 GPS 坐标时间序列噪声分析。yangzhiquo.student@sina.com

通讯作者:邓连生,博士,讲师。dlseng\_2000@whu.edu.cn

# 1 GPS 坐标时间序列噪声估计方法

目前已有较多的文献论述 MLE 和 LS-VCE, 本文在此不再赘述, 仅对 MINQUE 进行介绍。如果同类观测值的方差存在着不同因素的不同影响, MINQUE 可用于估计这些不同因素的方差分量, 因此, 对于含有白噪声和有色噪声的 GPS 坐标时间序列, 可利用该方法同时获得这两种噪声的方差, 进而通过加权最小二乘准确获得 GPS 测站的运动参数。GPS 单站、单分量的运动模型为<sup>[3]</sup>:

$$y(t_i) = x^{(1)} + x^{(2)} t_i + \sum_{k=2}^q (x^{(2k-1)} \cos \omega_k t_i + x^{(2k)} \sin \omega_k t_i) + v_i \quad (1)$$

式中,  $y(t_i)$  为 GPS 单站单分量的坐标时间序列;  $x^{(1)}$  和  $x^{(2)}$  分别为初始位置和速率;  $q$  为时间序列中包含的周期信号数;  $x^{(2k-1)}$  和  $x^{(2k)}$  是调和函数的系数, 用于描述周期信号的振幅;  $v_i$  为误差。式(1)的矩阵形式及随机模型为:

$$\mathbf{y} = \mathbf{Ax} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2)$$

$$\mathbf{D}(\mathbf{y}) = \mathbf{Q}_y = \boldsymbol{\sigma}_w^2 \mathbf{I} + \boldsymbol{\sigma}_k^2 \mathbf{Q}_k \quad (3)$$

式中,  $\mathbf{A}$  是设计矩阵;  $\boldsymbol{\varepsilon}$  是误差;  $\mathbf{D}(\mathbf{y})$  为协方差矩阵;  $\boldsymbol{\sigma}_w^2$  和  $\boldsymbol{\sigma}_k^2$  分别为白噪声和有色噪声的方差;  $\mathbf{I}$  为单位阵;  $\mathbf{Q}_k$  为有色噪声的协方差矩阵。若仅考虑周年和半周年信号, 则  $q=3$ , 对于采样率为  $1/d$  的时间序列, 矩阵  $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{x}$  的具体形式如下:

$$\mathbf{A} =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & t_1 \sin(2\pi t_1) \cos(2\pi t_1) \sin(4\pi t_1) \cos(4\pi t_1) \\ 1 & t_2 \sin(2\pi t_2) \cos(2\pi t_2) \sin(4\pi t_2) \cos(4\pi t_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & t_n \sin(2\pi t_n) \cos(2\pi t_n) \sin(4\pi t_n) \cos(4\pi t_n) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x} = [x^{(1)} \ x^{(2)} \ x^{(3)} \ x^{(4)} \ x^{(5)} \ x^{(6)}]$$

其中,  $\cos(2\pi t_i)$ 、 $\sin(2\pi t_i)$  和  $\cos(4\pi t_i)$ 、 $\sin(4\pi t_i)$  分别为描述周年信号和半周年信号的三角函数;  $x^{(3)}$ 、 $x^{(4)}$  和  $x^{(5)}$ 、 $x^{(6)}$  分别为周年和半周年项三角函数的系数。根据式(3)和分数差分的性质, 可将幂律噪声看成是某一卷积函数与一白噪声卷积后得到的, 因此有色噪声的协方差阵  $\mathbf{Q}_k$  可以用下式表示:

$$\mathbf{Q}_k = \mathbf{T} \mathbf{C}_w \mathbf{T}^T \quad (4)$$

式中,  $\mathbf{C}_w$  为白噪声的协方差矩阵, 即  $\mathbf{C}_w = \mathbf{I}$ ;  $\mathbf{T}$  为白噪声到有色噪声的转换矩阵, 其具体表达式为:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \psi_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \psi_1 & \psi_0 & 0 & \cdots & 0 \\ \psi_2 & \psi_1 & \psi_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \psi_{n-1} & \psi_{n-2} & \psi_{n-3} & \cdots & \psi_0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\text{其中, } \psi_n = \frac{-K/2(1-K/2)\cdots(n-1-K/2)}{n!} =$$

$\frac{\psi_{n-1}}{n}(n-1-K/2)$ ,  $\psi_0=1$ ,  $K$  为谱指数。根据式(4)、式(5)构造出有色噪声的协方差矩阵后, 即可利用 MINQUE 估计出噪声的方差。文献[7]直接给出了 MINQUE 的估计公式:

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{S}^{-1} \mathbf{W} \quad (6)$$

$$\mathbf{S}_{kl} = \text{tr}(\mathbf{C} \mathbf{Q}_l \mathbf{C} \mathbf{Q}_k) \quad (7)$$

$$\mathbf{w}_k = \mathbf{y}^T \mathbf{C} \mathbf{Q}_k \mathbf{C} \mathbf{y}, k=1,2 \quad (8)$$

$$\mathbf{M} = \sum_{k=1}^2 \mathbf{Q}_k, \mathbf{Q}_1 = \mathbf{I}, \mathbf{Q}_2 = \mathbf{Q}_k,$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{M}'^{-1} - \mathbf{M}^{-1} \mathbf{A} (\mathbf{A}^T \mathbf{M}^{-1} \mathbf{A}) \mathbf{A}^T \mathbf{M}^{-1},$$

其中  $\hat{\boldsymbol{\sigma}} = [\boldsymbol{\sigma}_w^2 \ \boldsymbol{\sigma}_k^2]$ , 计算前须赋予其初值  $\hat{\boldsymbol{\sigma}} = [1 \ 1]$ 。从以上公式可以看出, MINQUE 无需迭代或者搜寻过程即可直接获得噪声的方差分量。方差分量估值的方差为:

$$\text{var}(\hat{\boldsymbol{\sigma}}) = 2\sigma_0^2 \text{diag}(\mathbf{S}^{-1}) \quad (9)$$

式中,  $\sigma_0^2$  为单位权方差的估值。

## 2 仿真数据实验结果

为比较 MLE、LS-VCE 以及 MINQUE 对 GPS 站坐标时间序列中噪声的估计效果, 必须将实验数据中已知噪声的标准差或方差作为比较的真值。虽然有些研究机构给出了 GPS 站的运动参数(包括速度以及周年与半周年项的正、余弦系数), 但并未提供 GPS 坐标时间序列噪声的估计结果, 因此实测数据并不能满足本次实验的要求。本文采用仿真数据比较分析这 3 种方法对时间序列噪声的估计结果。

为使仿真数据能够最大程度地接近真实的 GPS 站坐标时间序列, 本文根据 BJFS、WUHN、GUAO、KUNM、SHAO 以及 CHAN 站的运动参数模拟出包含白噪声以及闪烁噪声的时间序列。首先, 在白噪声+闪烁噪声的组合模型下, 利用 LS-VCE 对这 6 个测站在 2010—2015 年间的坐标时间序列噪声的方差进行估计, 然后将估值稍微调整作为实验结果比较的真值。由于有些测站在不同方向具有相似的噪声方差估值, 因此实验仅采用各测站差异较大的噪声估值。最后, 根据 JPL(Jet Propulsion Laboratory) 提供的测站在 N、E、U 方向的运动参数(<https://sideshow.jpl.nasa.gov/post/series.html>) 与调整后的噪声方差估值, 通过式(1)模拟出能够反映测站运动特征的 12 类仿真数据:  $S1_N$ 、 $S1_E$ 、 $S1_U$ 、 $S2_E$ 、 $S2_U$ 、

$S_{3E}$ 、 $S_{3U}$ 、 $S_{4E}$ 、 $S_{4U}$ 、 $S_{5U}$ 、 $S_{6E}$ 、 $S_{6U}$ 。其中,  $S_1$  至  $S_6$  表示分别根据以上 6 个测站的运动参数模拟而成, 下标 N、E、U 表示仿真数据对应的方向。每类仿真数据包含 100 个时间序列, 每个时间序列由初始位置、线性信号、周年信号、半年周年信号、零均值白噪声以及闪烁噪声叠加构成, 采样点数为 2 190, 采样间隔为 1 d。其中闪烁噪声是由白噪声通过式(5)转换获得。此外, 虽然每类仿真数据下的时间序列具有相同的运动参数, 但由于每次生成的随机白噪声不同, 因此这些时间序列也不相同。本文分别采用以上 3 种方法在相同的运算环境下估计每类仿真时间序列中噪声的方差,

并求其均值。各类仿真数据具体的参数设置以及噪声估计结果的均值如表 1、表 2 所示。

表 1 仿真时间序列噪声参数

Tab.1 Parameters of Simulated Time Series

类 别	白噪声方差/mm <sup>2</sup>	闪烁噪声方差/mm <sup>2</sup>	类 别	白噪声方差/mm <sup>2</sup>	闪烁噪声方差/mm <sup>2</sup>
$S_{1N}$	0.8	1.2	$S_{3U}$	3.2	8.5
$S_{1E}$	1.9	1.1	$S_{4E}$	1.4	1.9
$S_{1U}$	4.6	11.2	$S_{4U}$	21.0	12.0
$S_{2E}$	1.2	2.5	$S_{5U}$	12.9	7.8
$S_{2U}$	10.0	23.5	$S_{6E}$	0.2	2.5
$S_{3E}$	0.5	1.0	$S_{6U}$	4.8	12.2

注: 闪烁噪声方差单位与时间相关, 通常也表示为  $(mm \cdot a^{-\frac{1}{4}})^2$

表 2 各类仿真时间序列参数估计结果均值

Tab.2 Parameter Estimations for Simulated Time Series

时间序列	MLE		LS-VCE		MINQUE	
	白噪声方差/mm <sup>2</sup>	闪烁噪声方差/mm <sup>2</sup>	白噪声方差/mm <sup>2</sup>	闪烁噪声方差/mm <sup>2</sup>	白噪声方差/mm <sup>2</sup>	闪烁噪声方差/mm <sup>2</sup>
$S_{1N}$	0.81±0.02	0.95±0.13	0.80±0.04	1.12±0.38	0.81±0.07	1.10±0.39
$S_{1E}$	0.91±0.02	0.89±0.14	0.90±0.05	1.07±0.39	0.90±0.07	1.05±0.39
$S_{1U}$	4.65±0.04	10.02±0.10	4.60±0.28	11.10±3.00	4.60±0.07	11.10±0.39
$S_{2E}$	1.01±0.02	1.76±0.15	1.00±0.06	1.98±0.58	1.00±0.07	2.01±0.38
$S_{2U}$	10.15±0.07	20.52±0.47	10.04±0.60	22.83±6.31	10.04±0.07	22.76±0.39
$S_{3E}$	0.51±0.01	0.90±0.10	0.50±0.03	1.00±29.00	0.50±0.07	1.00±0.39
$S_{3U}$	3.25±0.04	7.47±0.27	3.22±0.20	8.22±2.17	3.22±0.07	8.18±0.39
$S_{4E}$	1.01±0.02	0.80±0.14	1.00±0.05	0.99±0.39	1.00±0.07	0.99±0.39
$S_{4U}$	21.21±0.08	7.89±0.51	21.01±1.03	11.65±6.04	21.01±0.07	11.68±0.39
$S_{5U}$	13.04±0.06	5.52±0.50	12.91±0.64	7.76±3.88	12.91±0.07	7.81±0.39
$S_{6E}$	0.20±0.02	2.41±0.09	0.20±0.02	2.49±0.38	0.20±0.07	2.50±0.39
$S_{6U}$	4.83±0.05	11.38±0.32	4.77±0.29	12.48±3.26	4.77±0.07	12.50±0.39

注: 闪烁噪声方差单位与时间相关, 通常也表示为  $(mm \cdot a^{-\frac{1}{4}})^2$

分析表 2 可知, 以上 3 种方法都能够较为准确地估计出自噪声的方差。MLE 对闪烁噪声方差的估值明显小于真值, 尤其是对  $S_{4U}$  类时间序列噪声的估值与真值相差  $4.11 \text{ mm}^2$ 。因此 MLE 闪烁噪声方差估值的准确度较小, 而其他两种方法闪烁噪声方差估值的准确度较大。此外, 绝大部分 LS-VCE 噪声方差估值的中误差大于其他两种方法。其中 LS-VCE 闪烁噪声方差估值的中误差显著大于其他两种方法, 尤其是  $S_{2U}$ 、 $S_{4U}$  类时间序列的中误差分别达到  $6.31 \text{ mm}^2$  以及  $6.04 \text{ mm}^2$ 。另外, MINQUE 对 3 类仿真时间序列噪声方差估值的中误差皆相等, 这是由 MINQUE 的性质不变性所决定的。分析式(6)-(9)可知, MINQUE 方差估值的中误差与设计矩阵  $\mathbf{B}$ 、观测值数  $n$ 、噪声协方差矩阵  $Q_k$  有关, 而与观测值无关。比较 3 种方法的运算时间, MLE 与 MINQUE 的运算时间几乎相等, 而 LS-VCE 的运算时间是 MINQUE 的 2 倍。这是由于 LS-

VCE 需要进行多次迭代过程才能获得最佳估值, 因此其运行时间远大于 MINQUE。

综上所述, 对白噪声而言, MLE、LS-VCE 以及 MINQUE 方差估值的准确度相当, 而对于闪烁噪声而言, MLE 方差估值的准确度小于其他两种方法。LS-VCE 噪声方差估值尤其是闪烁噪声方差估值的精度受噪声强度的影响较大。此外, MINQUE 闪烁噪声方差估值的精度以及运算效率皆高于 LS-VCE, 因此, MINQUE 与其他两种方法相比, 具有更加可靠的噪声方差估计结果和更好的运算效率。在分析数目较多的 GPS 站坐标时间序列时, 尤其是时间跨度较长的垂直向时间序列时, 宜采用 MINQUE 法估计噪声的方差。

### 3 GPS 坐标时间序列噪声回归分析

研究 GPS 站坐标时间序列不同方向噪声之间的相关性有助于分析测站的三维运动特征, 而

精确地估计噪声的方差分量是分析噪声相关性的前提。基于以上研究,本文提出利用 MINQUE 分析由 SOPAC (Scripps Orbitand Permanent Array Center) 提供的中国及其周边区域 20 个 IGS 站 2004—2016 年内,时间跨度为 4~6 a 的单天 GPS 站坐标时间序列(<ftp://garner.ucsd.edu/archive/garner/timeseries/measures/ats/Global/>),在此基础上通过回归分析研究不同方向噪声的相互关系。当前国内外学者普遍认为 GPS 站坐标

时间序列噪声特性的最优随机模型为白噪声+闪烁噪声<sup>[8]</sup>,文献<sup>[9]</sup>认为滤波前中国陆态网 GPS 测站的主要有色噪声为闪烁噪声。虽然有些测站存在其他最佳噪声组合模型,但考虑到该类测站较少,且受样本数目所限,本文基于白噪声和闪烁噪声的组合模型估计出噪声的方差。如无特别说明,本部分内容中的“噪声”均指噪声的方差。图 1 为中国及周边区域部分 IGS 站的白噪声和闪烁噪声估值的柱形图。

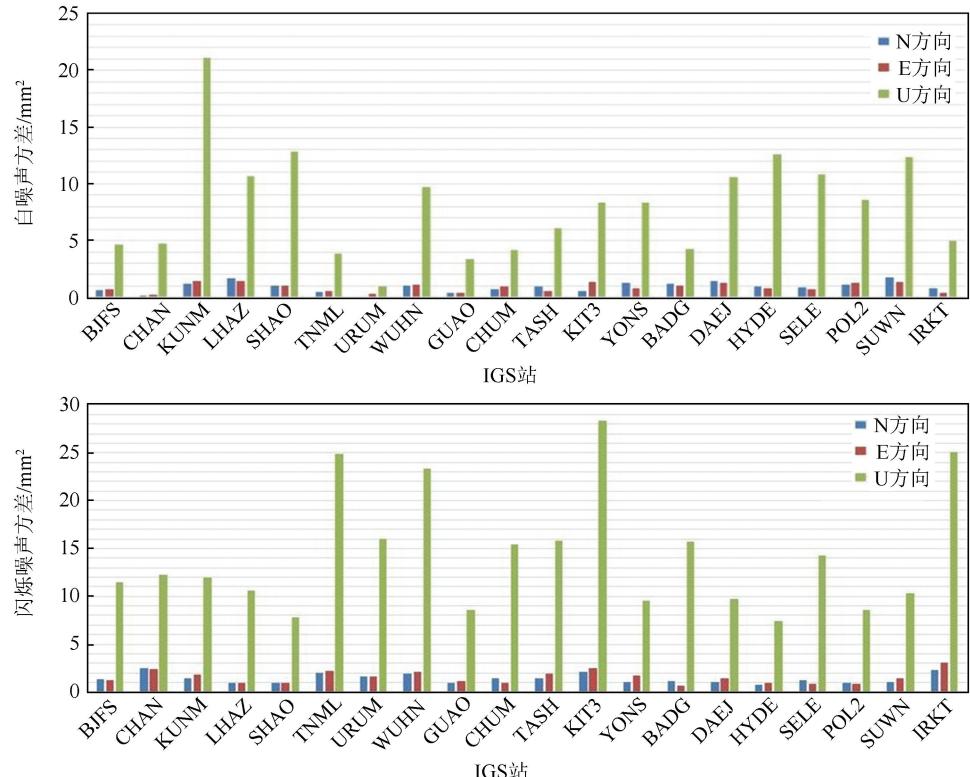


图 1 IGS 站白噪声以及闪烁噪声方差估值

Fig.1 White and Flicker Noise Variances of IGS Stations

由图 1 可以看出,对于同类噪声,水平方向噪声估值的差异较小,而垂直方向的噪声估值远大于水平方向,此外,绝大部分测站的闪烁噪声的估值比白噪声大。造成垂直方向噪声强度远大于水平方向的原因主要有:①垂直方向卫星分布不对称,在确定平面位置时可以通过选择观测时间段及卫星来保证卫星分布的基本对称,从而消除或削弱距离偏差及大气延迟误差、星历误差等误差对平面位置的影响。然而对于高程测量来说,所有被观测的卫星均处在地平面以上,卫星分布总是不对称的,许多不对称的误差难以消除。②对流层延迟改正后的残差的影响,由于受多种因素的影响,对流层延迟改正并不完善,致使残留下来的误差主要影响高程分量的精度。为了更好地探究 GPS 站坐标时间序列中各方向噪声的相

互关系,本文引入一元线性回归分析法对以上测站噪声估值进行分析。一元线性回归分析主要用于两个变量之间线性关系的研究,既可以用于分析和解释变量间的关系,又可以用于预测和控制。由于根据样本数据导出的线性回归方程受到抽样误差的影响,因此本文在显著性水平 0.05 下对回归模型进行了线性假设的显著性检验,即检验所确定的变量之间线性关系的显著性,根据模型以及自变量  $X$  估计的因变量  $Y$  的有效性。

表 3 与表 4 分别为水平方向以及垂直方向噪声的一元线性回归分析结果,表中  $f$  和  $w$  分别表示闪烁噪声和白噪声,下标 N、E 以及 U 分别表示北方向、东方向以及垂直向。斜率以及截距皆为回归方程的参数,其中斜率为线性回归方程自变量的系数,  $P$  值是由检验统计量的

样本观察值得出的原假设可被拒绝的最小显著性水平,表示拒绝原假设  $H_0$  的强度,  $P$  值越小, 拒绝  $H_0$  的依据越强、越充分<sup>[10]</sup>, 即使常数项在模型中不显著, 也会在模型中保留常数项, 因为去掉常数项可能会给模型带来不利影响, 如方程的拟合优度将会减小。相关系数用来表示自变量和因变量的线性相关程度, 其绝对值越大, 说明两个变量的线性关系越明显。拟合优度表征因变量的变异中有多少百分比可由自变量来解释, 拟合优度越大, 自变量对因变量的解释程度越高, 自变量引

起的变动占总变动的百分比越高, 回归方程参考价值越高。

表 3 水平方向噪声一元线性回归分析结果

Tab.3 Results of Linear Regression Analysis of Horizontal Direction Noises

	自变量 $w_N$ , 因变量 $w_E$		自变量 $f_N$ , 因变量 $f_E$	
	斜率	截距	斜率	截距
模型参数	0.67	0.27	1.13	-0.04
$P$ 值	$1.08 \times 10^{-4}$	0.07	$9.24 \times 10^{-7}$	0.85
相关系数		0.76		0.86
拟合优度/%		57		75

表 4 水平方向与垂直方向噪声一元线性回归分析结果

Tab.4 Results of Linear Regression Analysis of Horizontal and Vertical Noises

	自变量 $w_N$ , 因变量 $w_U$		自变量 $w_E$ , 因变量 $w_U$		自变量 $f_N$ , 因变量 $f_U$		自变量 $f_E$ , 因变量 $f_U$	
	$w_N$	截距	$w_E$	截距	$f_N$	截距	$f_E$	截距
模型参数	6.28	2.43	8.03	1.11	9.70	0.68	6.61	4.12
$P$ 值	$4.8 \times 10^{-3}$	0.23	$9.47 \times 10^{-4}$	0.58	$4.44 \times 10^{-5}$	0.81	$6.21 \times 10^{-4}$	0.14
相关系数	0.60		0.68		0.78		0.70	
拟合优度/%	36		46		61		49	

分析表 3 可知, 水平方向白噪声相关系数大于 0.7, 闪烁噪声相关系数大于 0.8, 这表明水平方向同类噪声线性关系比较明显, 其中白噪声具有较为显著的线性关系, 闪烁噪声具有较高的线性关系。此外, 水平方向自变量系数的  $P$  值远小于显著性水平 0.05, 因此拒绝原假设, 即认为自变量系数异于 0, 回归效果是显著的, 所求得的水平方向噪声的线性回归方程具有实用价值。由表 3 中拟合优度可知, N 方向噪声能够解释 E 方向噪声超过 50% 的变化, 其中 N 方向闪烁噪声引起的变化占 E 方向闪烁噪声变化的 75%。

从表 4 可以看出, 水平方向与垂直方向噪声之间的相关性介于 0.6~0.8 之间, 具有显著的线性关系, 其中, N 方向与 U 方向闪烁噪声的相关系数接近 0.8, 说明它们之间的线性关系较为显著, 另外, 表 4 中自变量的  $P$  值皆小于显著性水平 0.05, 因此拒绝原假设, 认为回归效果是显著的, 此时所求得的水平方向与垂直方向噪声的线性回归方程具有实用价值。根据表 4 中拟合优度可知, 水平方向噪声能够解释垂直方向噪声超过 30% 的变化, 其中 N 方向闪烁噪声引起的变化占 U 方向闪烁噪声变化的 61%, 此外, 水平方向闪烁噪声对垂直方向闪烁噪声变化的解释程度高于白噪声。

图 2 为不同方向噪声之间的散点图及其一元线性回归直线。由图 2 可知, 水平方向上的回归直线拟合度较好, 拟合直线的标准差较小。原因之一是水平方向噪声强度比垂直方向小很多; 其

次, N、E 方向闪烁噪声的回归直线拟合度较高, 散点能够较为密集地分布在直线周围, 说明 N 方向与 U 方向的闪烁噪声有较强的相关性。

综上所述, 不同方向的 GPS 站坐标时间序列噪声方差之间都存在中等程度以上的线性相关以及较显著的回归效果, 获得的线性回归方程具有实用价值。其中水平方向噪声之间、N 方向与 U 方向闪烁噪声之间的线性相关程度较强。N 方向噪声可较大程度地解释 E 方向噪声的变化。此外, N 方向闪烁噪声对 U 方向闪烁噪声变化的解释程度仅次于其对 E 方向的解释程度, 而其他水平方向的噪声引起的变化占 U 方向噪声变化的百分比接近 50%。

## 4 结语

本文首先通过仿真数据比较分析了 MLE、LS-VCE 以及 MINQUE 对 GPS 站坐标时间序列噪声方差的估计效果, 进而确定了最优噪声估计方法。在此基础上, 利用 MINQUE 估计中国及其周边区域的 20 个 IGS 站坐标时间序列白噪声以及闪烁噪声的方差, 并采用一元线性回归分析不同方向噪声的相互关系, 建立了线性回归方程并检验其有效性, 得出如下结论:

1) MINQUE 对 GPS 站坐标时间序列中噪声方差的估计精度及效率均优于 MLE 和 LS-VCE。

2) 中国及其周边区域的 IGS 站坐标时间序列不同方向噪声之间都存在中等程度以上的线性

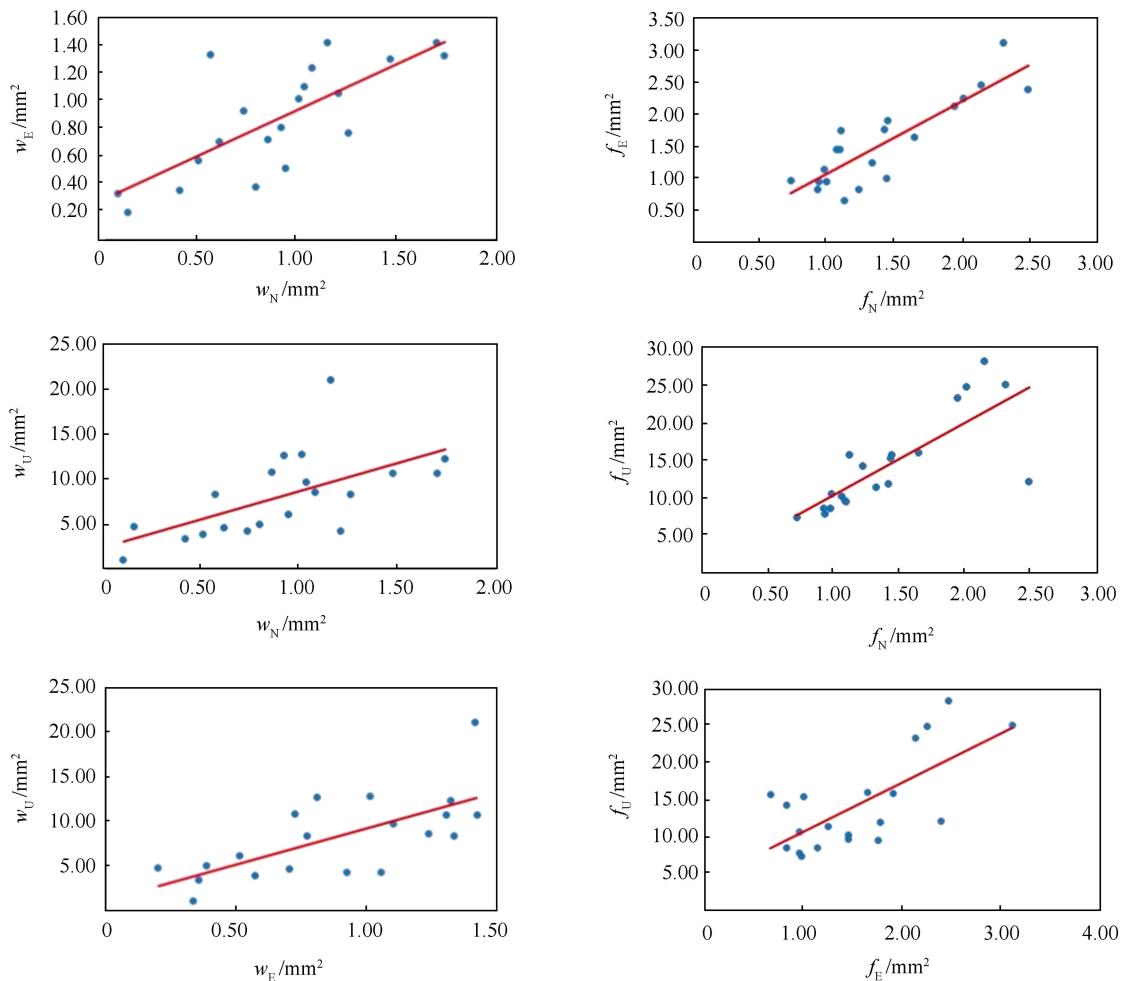


图2 各分量噪声方差的散点图及其拟合直线

Fig.2 Scatter Plots of the Noise Variances in Different Components and Its Linear Regression

相关以及较显著的回归效果,获得的一元线性回归方程可用于分析不同方向噪声之间相互依赖的定量关系,具有一定的实用价值。其中N方向噪声可较大幅度地解释E方向噪声的变化,且N方向闪烁噪声对U方向闪烁噪声变化的解释程度略逊于其对E方向的解释程度。此外,其他水平方向的噪声引起的变化占U方向噪声变化的百分比接近50%。

3)在分析测站运动特征时,可根据时间序列中N方向噪声的方差估值及与其他方向噪声方差估值的线性回归方程获得其他方向噪声的方差,从而了解整个时段内测站三维噪声强度,进而快速、准确地估计出测站的三维运动参数及其不确定度。这对合理解释观测值的误差来源以及基准站非线性变化的物理机制具有积极的意义。

下一步研究应选择更多的GPS测站,根据构造运动强度以及测站所在区域对GPS站坐标时间序列噪声进行分类分析,构建严密的三维噪声模型。

## 参 考 文 献

- [1] Williams S D P. CATS: GPS Coordinate Time Series Analysis Software[J]. *GPS Solutions*, 2008, 12(2): 147-153
- [2] Williams S D P. The Effect of Coloured Noise on the Uncertainties of Rates Estimated from Geodetic Time Series[J]. *Journal of Geodesy*, 2003, 76(9): 483-494
- [3] Amiri-Simkooei A R. Noise in Multivariate GPS Position Time-Series[J]. *Journal of Geodesy*, 2009, 83(2): 175-187
- [4] Niu X, Chen Q, Zhang Q, et al. Using Allan Variance to Analyze the Error Characteristics of GNSS Positioning[J]. *GPS Solutions*, 2014, 18(2): 231-242
- [5] Tong Haibo, Zhang Guozhu. Robust Positioning Algorithm with Modified M-estimation for Multiple Outliers[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2014, 43(4): 366-371(全海波,张国柱.改进M估计的抗多个粗差定位解算方法[J].测绘学报,

- 2014,43(4):366-371)
- [6] Zhao Changsheng, Tao Benzao. Kalman Filtering of Linear System with Colored Noises[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2008, 33(2):180-182,207(赵长胜,陶本藻.有色噪声作用下的卡尔曼滤波[J].武汉大学学报·信息科学版,2008,33(2):180-182,207)
- [7] Cui Xizhang, Yu Zongchou, Tao Benzao, et al. General Surveying Adjustment[M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2009 (崔希璋,於宗俦,陶本藻,等.广义测量平差[M].武汉:武汉大学出版社,2009)
- [8] Mao A, Harrison C G A, Dixon T H. Noise in GPS Coordinate Time Series[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 1999, 104 (B2): 2 797-2 816
- [9] Wang W, Zhao B, Wang Q, et al. Noise Analysis of Continuous GPS Coordinate Time Series for CMONOC[J]. *Advances in Space Research*, 2012, 49(5): 943-956
- [10] Sheng Zhou, Xie Shiqian, Pan Chengyi. Probability Theory and Mathematical Statistics[M]. Beijing: Higher Education Press, 2008(盛骤,谢式千,潘承毅.概率论与数理统计[M].北京:高等教育出版社,2008)

## Estimation Method and Correlation Analysis for Noise in GPS Coordinate Time Series

MA Jun<sup>1</sup> JIANG Weiping<sup>2</sup> DENG Liansheng<sup>3</sup> ZHOU Boye<sup>2</sup>

1 School of Geodesy and Geomatics, Wuhan University, Wuhan 430079, China

2 GNSS Research Center, Wuhan University, Wuhan 430079, China

3 Optics Valley BeiDou International School, Hubei Polytechnic University, Huangshi 435003, China

**Abstract:** This paper firstly compares and analyzes the effect of maximum likelihood estimation (MLE) and least square variance estimation (LS-VCE) and minimum norm quadratic unbiased estimation (MINQUE) in the variance component estimation of GPS coordinate time series noise. After determining the minimum norm of two unbiased estimation method for the optimal estimation of noise variance, the correlations between the noises in each direction are analyzed by means of unitary linear regression, and the linear regression equations are determined. Experimental results show that, compared with the least squares variance component estimation method and maximum likelihood estimation method, MINQUE has a better estimation effect for the noise variances of GPS coordinate time series. In addition, the influence of noise on the estimation of motion parameters of the station can be reduced by using long span time series. Moreover, the same kind of noise in GPS coordinate time series of each direction has more significant correlation and the correlation between flicker noise in north and other directional flicker noises are better than that of white noises. The 40%-60% of the variance of the vertical noise can be explained by the noise variance in the horizontal direction, and north noise variance can explain the 60%-80% of change of the noise variance in east. The obtained linear regression equation has practical value.

**Key words:** GPS coordinate time series; least square variance estimation; noise estimation; regression analysis

**First author:** MA Jun, PhD candidate, specializes in the noise analysis of GPS coordinates time series. E-mail: yangzhiqou.student@sina.com

**Corresponding author:** DENG Liansheng, PhD, lecturer. E-mail: dlseng\_2000@whu.edu.cn

**Foundation support:** The National Science Foundation for Distinguished Young Scholars, No. 41525014; the National Natural Science Foundation of China, No. 41374033.