

一种基于渐消因子的区间卡尔曼滤波器方法

徐 韩^{1,2} 曾 超² 黄清华²

1 南京理工大学电子工程与光电技术学院,江苏 南京,210094
2 中国工程物理研究院电子工程研究所,四川 绵阳,621000

摘 要:在噪声环境中,运动目标发生稳态突变会降低卡尔曼滤波器的滤波性能,进而导致组合导航的可靠性降低,导航系统抗干扰能力下降,影响导航的精确度。为了提高卡尔曼滤波器性能,提高抗干扰能力和导航精度,在采用基于卡尔曼滤波器的超紧耦合同时,提出一种新型的基于渐消因子的区间卡尔曼滤波器算法。该算法通过引入渐消因子和区间矩阵对滤波器增益矩阵进行实时调整,并利用区间运算中的交集运算将各种误差源约束到交集区间,进而保证在区间运算中保真集合映射的完备性并取得最优化。结果显示,该算法能够克服原有滤波器算法的缺陷,在噪声环境中提升对稳态突变目标的跟踪能力,且在噪声中滤波器效果提高,算法计算量没有明显增加。

关键词:超紧耦合;锁相环;积分卡尔曼滤波器;稳态突变;区间运算

中图法分类号:P228.41 **文献标志码:**A

目前有关超紧耦合的研究主要关注卡尔曼滤波器的性能研究,传统的卡尔曼滤波器不能有效提高组合导航定位性能。随着卡尔曼滤波(Kalman filter, KF)理论研究的不断深入,组合导航在特殊环境和特殊运动状态下对目标导航定位的应用研究得到发展^[1-4]。实际应用中,为了解决复杂的噪声环境和运动状态的突变,需要进行最优估计,精确系统模型,对非线性系统进行次优逼近。

噪声误差即噪声与其最类似高斯分布间的差值。在噪声环境下,区间可以描述系统模型误差,也能描述噪声模型误差。为了解决在特殊运动状态下对非线性系统的滤波,文献[5]提出了积分卡尔曼滤波算法(quadrature Kalman filter, QKF),QKF 采用线性卡尔曼滤波器框架,既有扩展卡尔曼滤波(extended Kalman filter, EKF)计算量小的优点,又具有粒子滤波的优点,得到了广泛关注^[6-12]。

假设模型与实际情况是不同的,在传感器对机动目标的跟踪下,量测与估计间为非线性映射。跟踪目标与传感器间的几何运动越复杂,系统的非线性就越强,目前对于非线性滤波器的次优逼近方法主要包括 EKF 和粒子滤波器算法。EKF 会降低组合导航的滤波精度,无法得到雅可比行

列式,进而导致系统滤波无法线性化。而粒子滤波算法随着误差累积增大,为了避免粒子退化提高滤波器精度时,计算量会骤然增大^[13-17]。

本文首先给出超紧耦合下的卡尔曼滤波器模型,详细介绍了高斯积分规则和积分卡尔曼滤波算法,针对噪声环境和稳态突变下超紧耦合中积分卡尔曼滤波算法的缺点,引入渐消因子和区间运算,将区间运算渐消因子与积分卡尔曼滤波算法结合,最终通过仿真对算法进行验证。

1 超紧耦合

本文主要是在组合导航系统下研究卡尔曼滤波算法。GPS/INS(inertial navigation system)组合导航的主要优点为:对比独立 INS 系统, GPS 可以对 INS 的累积误差进行补偿;对比独立 GPS 系统,INS 辅助能通过多普勒估计补偿 GPS 卫星跟踪环路,提高 GPS 接收机的抗干扰能力。GPS/INS 根据应用需求的不同和组合关联的深浅划分为松耦合、紧耦合和超紧耦合。GPS/INS 的松耦合导航系统结构简单,在实际工程中较容易实现。但松耦合系统中存在两层滤波器级联,即 GPS 接收机内部用于解算位置与速度的卡尔曼滤波器,和 INS 中进行数据融合的级联滤波

器,这就使得松耦合中的量测噪声时间相关,导致量测噪声不再是白噪声,产生较大的误差,并导致 GPS/INS 松耦合滤波器不稳定。GPS/INS 紧耦合是通过伪距、伪距率、载波多普勒进行耦合,因此在本质上可以避免 GPS 接收机中卡尔曼滤波器的误差,进而提高组合导航的量测精度。但是当紧耦合中的 INS 精度较低时,捷联解算累积误差会随时间增加,导致 GPS 接收机无法在丢星或者可观卫星少于 4 颗的情况下对载体进行精确的位置和速度解算。GPS/INS 超紧耦合是近年来出现的一种耦合度更深的组合导航方式,具体体现在通过将 GPS 接收机信号和 INS 的同相(I)正交(Q)信号进行深度耦合,使得 GPS 接收机内部量测信息和 INS 实现深度优化,保证在高动态时下导航精度较高。

超紧耦合模型如图 1 所示。从 GPS 频道得到 I、Q 量测值与 INS 测得的位置、速度、姿态在 QKF 器中集成。与传统的跟踪环路比,超紧耦合跟踪环路的主要不同点是,传统跟踪环路是由自身控制,而超紧耦合跟踪环路的结束端则是导航滤波器。这个概念与矢量延迟锁相环类似,具有传统跟踪环路的优点,同时在惯性器件的辅助下降低跟踪环的带宽,环路带宽可以减少到 3 Hz,在高动态环境下跟踪环路能持续锁定。

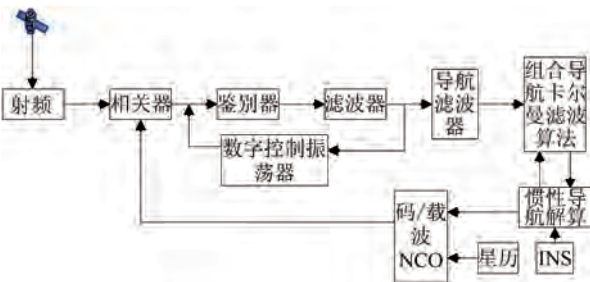


图 1 超紧耦合结构
Fig.1 Ultra-Tight Integration Architecture

本文的卡尔曼滤波器涉及 17 个状态:位置惯性误差(dx, dy, dz),速度惯性误差($d\dot{x}, d\dot{y}, d\dot{z}$),姿态惯性误差(ϕ_x, ϕ_y, ϕ_z),加速度偏差(a_x, a_y, a_z),陀螺仪偏差(g_x, g_y, g_z),接收机时钟偏差(C_b)和接收机时钟漂移(C_d),如式(1):

$$x(t) = \{dx, dy, dz; d\dot{x}, d\dot{y}, d\dot{z}; \phi_x, \phi_y, \phi_z; a_x, a_y, a_z; g_x, g_y, g_z; C_b, C_d\}^T \quad (1)$$

将量测值代入卡尔曼滤波器, $Z = \{\text{INS 预测量测值}\} - \{\text{GPS 瞬时量测值}\}$, 则有:

$$Z = \{I + dI, Q + dQ\}_i - \{I - \eta_I, Q - \eta_Q\}_i = \{dI + \eta_I, dQ + \eta_Q\}_i \quad (2)$$

式中, dI 和 dQ 是 INS 预测 I 和 Q 量测值的偏

差,这些偏差由惯性传感器的误差产生; η_I 和 η_Q 为 GPS 的 I 和 Q 量测值正交噪声;下标 i 为跟踪的频道数目。图 2 为基于卡尔曼滤波超紧耦合模型。

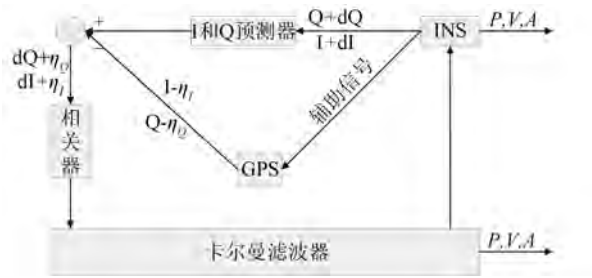


图 2 基于卡尔曼滤波超紧耦合模型
Fig.2 Ultra-Tight Integration Based on Kalman Filter

I/Q 的预测模块获得 I、Q 信号的步骤为:①位置和速度误差通过整合卫星星历和获取相位和频率误差由 INS 直接获得;②通过相位和频率误差获取预测的 I/Q 信号。

利用式(2),即预测 I/Q 信号减去 GPS 接收机的 I/Q 信号,得到差值信号。将差值信号通过滤波器并产生位置(P)、速度(V)、姿态(A)的误差估计。

当系统的状态方程和量测方程均为线性时,传统的卡尔曼滤波算法可以得到最小均方误差,而实际系统中包含了各种各样的非线性因素,因此在超紧耦合中传统的卡尔曼滤波算法想要精确非线性系统估计十分困难。本文研究的是在噪声环境下发生稳态突变的目标跟踪,由于量测与估计之间总是非线性系统,对非线性系统的精确估计是本文研究的重点。

2 积分卡尔曼滤波

2.1 积分卡尔曼滤波算法

QKF 根据统计线性回归的特殊性发展而来,通过高斯积分规则对条件概率的均值和协方差进行计算。

非线性系统状态空间模型为:

$$x_{k+1} = f(x_k) + w_k \quad (3)$$

$$z_k = h(x_k) + v_k \quad (4)$$

式中, $x_k \in \mathbf{R}^n$ 是 k 时刻系统的状态向量; w_k 是过程噪声; $z_k \in \mathbf{R}^m$ 是 k 时刻系统的量测向量; v_k 是量测噪声,过程噪声与量测噪声是独立过程,且与初始状态之间互为独立。

假设在 k 时刻,后验概率函数 $p(x_{k-1} | z_{1:k-1})$ 服从 $N(\hat{x}_{k-1|k-1}, P_{k-1|k-1})$ 。

时间更新如下：

$$P_{k-1|k-1} = S_{k-1|k-1} S_{k-1|k-1}^T \tag{5}$$

计算积分点 $\{X_{i,k|k-1}\}_{i=1}^m$ ：

$$X_{i,k-1|k-1} = S_{k-1|k-1} \xi_i + \hat{x}_{k-1|k-1} \tag{6}$$

传播积分点 $\{X'_{i,k-1|k-1}\}_{i=1}^m$ ：

$$X'_{i,k|k-1} = f(X_{i,k-1|k-1}), i = 1, \dots, m \tag{7}$$

估计预测状态和相应的误差协方差：

$$\hat{x}_{k|k-1} = \sum_{i=1}^m \omega_i X'_{i,k|k-1} \tag{8}$$

$$P_{k|k-1} = Q_k + \sum_{i=1}^m \omega_i (X'_{i,k|k-1} - \hat{x}_{k|k-1}) \cdot (X'_{i,k|k-1} - \hat{x}_{k|k-1})^T \tag{9}$$

式中, Q_k 为过程噪声的协方差。最终得出预测密度 $p = (x_k | z_{1:k-1}) = N(\hat{x}_{k|k-1}, P_{k|k-1})$ 。

量测更新如下：

$$P_{k|k-1} = S_{k|k-1} S_{k|k-1}^T \tag{10}$$

计算积分点 $\{X'_{i,k|k-1}\}_{i=1}^m$ ：

$$X_{i,k|k-1} = S_{k|k-1} \xi_i + \hat{x}_{k|k-1} \tag{11}$$

传播积分点, 得 $\{Z_{i,k|k-1}\}_{i=1}^m$ ：

$$Z_{i,k|k-1} = h(X_{i,k|k-1}) \tag{12}$$

估计预测量测和估计协方差矩阵：

$$\hat{z}_{k|k-1} = \sum_{i=1}^m \omega_i Z_{i,k|k-1} \tag{13}$$

$$P_{Z_K|k-1} = R_{k-1} + \sum_{i=1}^m \omega_i (Z_{i,k|k-1} - \hat{z}_{k|k-1}) \cdot (Z_{i,k|k-1} - \hat{z}_{k|k-1})^T \tag{14}$$

式中, R_k 为量测噪声协方差。估计互协方差矩阵为：

$$P_{X_K Z_K|k-1} = \sum_{i=1}^m \omega_i (X_{i,k|k-1} - \hat{x}_{k|k-1}) \cdot (Z_{i,k|k-1} - \hat{z}_{k|k-1})^T \tag{15}$$

卡尔曼滤波增益：

$$K_k = P_{xz,k|k-1} P_{zz,k|k-1}^{-1} \tag{16}$$

估计更新状态和相应估计误差协方差矩阵：

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + K_k (z_k - \hat{z}_{k|k-1}) \tag{17}$$

$$P_{k|k} = P_{k|k-1} - K_k P_{zz,k|k-1} K_k^T = S_{k|k} S_{k|k}^T \tag{18}$$

最终, 可知后验概率密度：

$$p = (x_k | z_{1:k}) = N(\hat{x}_{k|k}, P_{k|k})$$

2.2 高斯积分规则

假设一个积分问题：

$$I(g) = \int W(x) g(x) dx \tag{19}$$

式中, $W(x)$ 为非负权值函数, 对式(19)进行 m 点积分取近似可得：

$$I(g) \approx \sum_{j=1}^m w_j g(\xi_j) \tag{20}$$

式中, ξ_j 为第 j 个求积分点; w_j 为其权值。权值计算需先计算 i 阶矩阵 M_i ：

$$M_i = \int_a^b x^i W(x) dx, i = 0, 1, \dots, m-1$$

继续求解矩阵方程可得：

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ \xi_1 & \xi_2 & \cdots & \xi_m \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \xi_1^{m-1} & \xi_2^{m-1} & \cdots & \xi_m^{m-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_0 \\ M_1 \\ \vdots \\ M_{m-1} \end{pmatrix}$$

将权值函数取标准正态分布, 设 $x \sim N(0, 1)$, 可得：

$$E[g(x)] = \int g(x) N(x; 0, 1) dx \approx \sum_{j=1}^m w_j g(\xi_j) \tag{21}$$

积分点 ξ_j 的选取方法为构造 J 为三角对称矩阵且主对角线元素全为 0, $J_{i,j} = \sqrt{i/2}$, $\xi_j = \sqrt{2} \epsilon_j$ 。其中, ϵ_j 为矩阵 J 的第 j 个特征值; 权值 $w_j = (v_j)_1^2$, v_j 为权值第 j 个归一化特征值向量的第一个元素。

假设 $x \sim N(x; \hat{x}, P)$, 且 $P = S \cdot S^T$, $y = S^{-1}(x - \hat{x})$, 可得其高斯积分规则为：

$$E[g(x)] = \int g(x) N(x; \hat{x}, P) dx = \int g(Sy + \hat{x}) \cdot N(y; 0, I_n) dy \approx \sum_{j_n=1}^m w_{j_n} \cdots \sum_{j_1=1}^m w_{j_1} g(S [\xi_{j_1} \cdots \xi_{j_n}]^T + \hat{x}) = \sum_{j=1}^{m^n} w_j g(S \xi_j + \hat{x}) \tag{22}$$

2.3 QKF 的缺陷

QKF 与 EKF 类似, 均是在线性化的基础上进行卡尔曼算法滤波。EKF 是直接对非线性系统的非线性函数进行线性化, 然后作卡尔曼算法滤波。QKF 则是从统计线性回归出发, 用高斯积分规则计算所有条件概率密度均值和协方差。QKF 存在以下缺陷：①对有不确定性的模型鲁棒性差；②对初始化条件敏感；③稳态条件下, 如果系统出现突变, 再跟踪能力差。因为在稳态条件下, 增益矩阵 K_{k+1} 趋于极小值, 若突变, 突变信息 $v_{k+1} = z_k - \hat{z}_{k|k-1}$ 增大, 而增益矩阵仍保持极小值。从式(17)、式(18)可知, QKF 无法对稳态突变进行跟踪。

3 渐消因子区间积分卡尔曼滤波

针对 QKF 的缺陷, 引入渐消因子和区间分

析, 弥补 QKF 存在的固有缺陷, 提出基于渐消因子区间积分卡尔曼滤波器 (fading interval quadrature Kalman filtering, FIQKF), 以满足稳定跟踪滤波要求。稳定跟踪滤波要求对不确定模型有较好的鲁棒性, 且对稳态突变情况有再跟踪能力。

设稳定跟踪滤波器在非线性系统下模型为:

$$\begin{aligned} \hat{x}_k|_k &= \hat{x}_k|_{k-1} + K_k v_k = \\ &\hat{x}_k|_{k-1} + K_k (Z_k - \hat{z}_k|_{k-1}) \end{aligned} \quad (23)$$

该模型是稳定跟踪滤波器的充分条件, 满足正交原理, 即:

$$\begin{aligned} E[X_k - \hat{x}_k|_k][X_k - \hat{x}_k|_k]^T &\rightarrow \min \quad (24) \\ E[v_{k+j} v_k^T] &= 0, k = 1, 2, \cdots; j = 1, 2, \cdots, \end{aligned} \quad (25)$$

稳定跟踪滤波器通过正交性, 保证滤波残差正交, 使得滤波器能够自适应地校正偏差, 提高对突变状态再跟踪能力。

3.1 确定渐消因子

为保证 FIQKF 算法具有稳定跟踪滤波器特点, 需要对增益矩阵进行实时调整。

若取增益矩阵 K_k , 使得 $P_{X_k Z_k}^- \equiv K_k V_k^0$ 时, 式 (15) 的正交性必然成立。

设 $E_k = P_{X_k Z_k}^- - K_k V_k^0$, 且 $g(\lambda_k) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (E_k)_{ij}^2$, 通过最小化 $g(\lambda_k)$, 可知 λ_k , 则:

$$V_k^0 = \begin{cases} v_1 v_1^T, k = 1 \\ \frac{\rho V_{k-1}^0 + v_k v_k^T}{1 + \rho}, k \geq 2 \end{cases}$$

式中, v_k 为突变信息; ρ 为遗忘因子且 $\rho = 0.95$ 。加入遗忘因子后, 系统会有两个特点: 加快收敛速度, 能使系统较快达到预期目标; 跟踪能力增强, 在随机输入函数中波动减小^[18]。

3.2 引入渐消因子

本文通过引入渐消因子使得 QKF 满足稳定跟踪滤波器性能, 减弱已知数据对滤波器的负面影响, 从而克服 QKF 固有缺陷。

引入渐消因子对状态预测协方差矩阵 $P_{k|k-1}$ 、量测预测协方差矩阵 $P_{Z_k}^-$ 以及它们的互协方差矩阵 $P_{X_k Z_k}^-$ 进行实时调整, 即对滤波器的增益矩阵完成实时调整, 对式 (9) 加入渐消因子:

$$\begin{aligned} P_{k|k-1} &= \lambda_k \sum_{i=1}^m \omega_i (X'_{i,k|k-1} - \hat{x}_k|_{k-1}) \cdot \\ &(X'_{i,k|k-1} - \hat{x}_k|_{k-1})^T + Q_{k-1} \end{aligned} \quad (26)$$

$\lambda_k \geq 1$ 即引入渐消因子。分解式 (26) 可知:

$$\begin{aligned} P_{k|k-1} &= \\ &\sum_{i=1}^m \omega_i [\sqrt{\lambda_k} X'_{i,k|k-1} - \sum_{i=1}^m \omega_i (\sqrt{\lambda_k} X'_{i,k|k-1})] \cdot \end{aligned}$$

$$[\sqrt{\lambda_k} X'_{i,k|k-1} - \sum_{i=1}^m \omega_i (\sqrt{\lambda_k} X'_{i,k|k-1})]^T + Q_{k-1} \quad (27)$$

可以看出, 渐消因子 λ_k 通过调整积分点 $X'_{i,k|k-1}$, 对 $P_{k|k-1}$ 进行控制。即:

$$X_{i,k|k-1}^* = \sqrt{\lambda_k} X'_{i,k|k-1} \quad (28)$$

进而可以得出 λ_k 对 $Z_{i,k|k-1}$ 的控制:

$$Z_{i,k|k-1}^* = \sqrt{\lambda_k} Z_{i,k|k-1} \quad (29)$$

对式 (14)、(15) 引入渐消因子可得:

$$\begin{aligned} P_{Z_k}^- &= \lambda_k \sum_{i=1}^m \omega_i (Z_{i,k|k-1} - \hat{z}_{i,k|k-1}) \cdot \\ &(Z_{i,k|k-1} - \hat{z}_{i,k|k-1})^T + R_{k-1} \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} P_{X_k Z_k}^- &= \lambda_k \sum_{i=1}^m \omega_i (X_{i,k|k-1}^* - \hat{x}_k|_{k-1}) \cdot \\ &(Z_{i,k|k-1}^* - \hat{z}_k|_{k-1})^T \end{aligned} \quad (31)$$

3.3 引入区间运算

区间运算即利用区间的模糊性来描述非线性系统中的误差范围, 因此在 QKF 算法中可以将噪声模型和系统模型的误差用区间表示, 本节引入区间运算。

3.3.1 区间运算

设区间为 $a = m(a) + 0.5 \times w(a)$, 其中 $m(a)$ 为区间中点, $w(a)$ 为区间宽度。 $\bar{a} = m(a) - 0.5 \times w(a)$ 为区间下限值。

$$\begin{cases} m(a+b) = m(a) + m(b) \\ w(a+b) = w(a) + w(b) \end{cases} \quad (32)$$

$$\begin{cases} m(ab) = \\ m(a)m(b) + 0.25 \times \text{sgn}[m(a)m(b)]w(a)w(b) \\ w(ab) = |m(a)|w(a) + |m(b)|w(b) \end{cases} \quad (33)$$

由于系统状态误差很小, 对应的噪声之间的比例误差也很小, 即 $m(a)$ 远大于 $w(a)$, 所以可知区间乘法的中心值为:

$$m(ab) \approx m(a)m(b) \quad (34)$$

区间通过区间运算表现出完备性, 即区间 a 中的值与区间 b 中的值进行运算, 运算值将在 a 、 b 的交集中。将区间运算用于优化问题同样存在收敛、发散、极限。从区间加法运算可知, 两个相加的区间中点为两个区间中点的相加, 且区间宽度为两个区间中点的和, 区间宽度无限叠加使得宽度最终接近无限。

假设 x 是在区间 a 上的均匀随机变量, 概率密度函数为:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\bar{a} - a}, a < x < \bar{a} \\ 0, \text{其他} \end{cases} \quad (35)$$

假设 y 是区间 b 上的均匀随机变量,且 $\bar{a} + \bar{b} \leq \bar{a} + \bar{b}$, 则 $x + y$ 肯定落入区间:
 $[a + b, a + \bar{b}] \cap [a + \bar{b}, \bar{b} + \bar{a}] \cap [\bar{b} + \bar{a}, \bar{a} + \bar{b}]$
概率密度分布为:

$$g(k) = \int_0^{k-b-\underline{a}} f(\underline{a} + \varepsilon) f(k - \underline{a} - \varepsilon) d\varepsilon \quad (36)$$

$$g(k) = \int_{k-b-\underline{a}}^{k-b-\bar{a}} f(\underline{a} + \varepsilon) f(k - \underline{a} - \varepsilon) d\varepsilon \quad (37)$$

$$g(k) = 0, k \in [-\infty, \underline{a} + \underline{b}] \cup [\bar{a} + \bar{b}, +\infty] \quad (38)$$

分析可知,区间之和保证结果的完备,但是结果的概率分布并不均匀,在区间中心概率大于区间边缘,因此区间卡尔曼滤波需要考虑最优实现。

3.3.2 区间矩阵

传统 QFK 采用区间矩阵与区间向量算法,包括加法、乘法和逆运算 3 种运算。

假设区间矩阵 $A \in R^{n \times l}$ 、 $B \in R^{n \times l}$, $m(A)$ 为矩阵中每个元素中心点组成的矩阵, $w(A)$ 为矩阵中每个元素的区间宽度。区间矩阵加法即将两个矩阵的 i 行, j 列的区间作加法运算,表示为:

$$\begin{cases} m(A + B) = m(A) + m(B) \\ w(A + B) = w(A) + w(B) \end{cases} \quad (39)$$

区间矩阵乘法表示为:

$$\begin{cases} m(AB) = m(A)m(B) \\ w(AB) = |m(A)|w(B) + w(A)|m(B)| \end{cases}$$

设 $m(AA^{-1}) = I$, $w(AA^{-1}) = E$, 区间矩阵逆运算表示为:

$$\begin{cases} m(A^{-1}) = m(A)^{-1}m(AA^{-1}) = m(A)^{-1} \\ w(A^{-1}) = |m(A)|^{-1}(E - w(A)|m(A)^{-1}|) \end{cases}$$

若 $E = w(A)|m(A)^{-1}|$, 则 $w(A^{-1}) = 0$ 。

分析可知,区间矩阵进行加、乘、逆运算,结果中心保持不变,区间宽度发生变化,在 QKF 中区间宽度体现误差范围,在区间运算中容易出现范围的无限增大和缩小。因此仅这 3 种区间矩阵运算不能保证结果的最优化。

区间矩阵的加、乘、逆保证了运算结果的完备,为了能同时保证算法的最优,本文运用交集运算,真值出现在交集概率大于其他地方,区间交集为估计值与后验估计值区间的交集。

先验估计误差为噪声模型误差,先验估计误差为系统模型误差且交集表示为:

$$[\hat{x}_k, \bar{x}_k] = [\hat{x}_k, \bar{x}_k] \cap [\hat{x}_k, \bar{x}_k] \quad (40)$$

引入区间运算 QKF 的估计预测状态和估计

更新状态分别为:

$$[\hat{x}_{k|k-1}, \bar{x}_{k|k-1}] = \sum_{i=1}^m \omega_i [X'_{i,k|k-1}, \bar{X}'_{i,k|k-1}] \quad (41)$$

$$[\hat{x}_{k|k}, \bar{x}_{k|k}] = [\hat{x}_{k|k-1}, \bar{x}_{k|k-1}] + K_k(z_k - \hat{z}_{k|k-1}) \quad (42)$$

在上述交集过小时,对于 QKF 来说,引入的区间算法可以忽略不计。

3.4 算法分析

QKF 在噪声环境下稳态突变时,估计能力和跟踪能力都会受到极大的影响。在稳态过程中, $P_{k|k-1}$ 趋于极小值,通过 QKF 推导可知, P_{Z_k} 和 $P_{X_k Z_k}$ 也趋于极小值,因此增益矩阵 K_k 也趋于极小值。若此时稳态发生突变(系统的不确定性),上述 P_{Z_k} 、 $P_{X_k Z_k}$ 、 K_k 无法及时响应,导致 QKF 在稳态突变情况下丧失跟踪能力。而复杂噪声导致滤波算法中的误差模型不精确,则 QKF 在实际中不能进行最优估计。

FIQKF 具有稳定跟踪滤波器的特点。引入渐消因子和区间矩阵,当系统在复杂状态发生突变时,次优渐消因子 λ_k 增加,使得 P_{Z_k} 、 $P_{X_k Z_k}$ 增加,引起 K_k 增加,从而使 λ_k 能够在突变状态自适应跟踪。引入的区间矩阵将误差源规约到先验估计区间和后验估计区间,然后进行区间交集运算,使得在复杂噪声中算法仍能保证结果最优。

4 各种卡尔曼滤波算法实验对比

针对实验中载体发生的稳态突变情况,本文主要对稳态-突变-稳态、稳态-正向突变-反向突变-稳态、突变-稳态,变加速度不稳定运动状态 4 种突变情况(脱密处理后的数据)进行仿真实验。分别在超紧耦合中引入 KF 算法、QKF 算法、FIQKF 算法,通过速度误差估计来比较 3 种算法的优劣。

图 3(a)为速度变化情况一,前 20 s 以 200 m/s 的速度飞行,在 20 ~ 30 s 速度突变为 1 200 m/s,可知突变加速度为 100 m/s²;当速度到达 1 200 m/s 后保持这个速度至 50 s。

从图 3(b)可知,速度突变发生在 20 s 时, QKF 和 FIQKF 在前 20 s 的速度误差都接近于零,而 KF 在 0 ~ 20 s 的误差明显高于 QKF 和 FIQKF;20 s 时速度出现突变并在 10 s 内变成 1 200 m/s,在出现突变后 KF 速度误差快速增大,而 QKF 误差也逐渐增大,新的算法的速度误

差变化不大;30~50 s 速度稳定在 1 200 m/s 后, KF 和 QKF 算法速度误差并没有减小,而 FIQKF 算法误差趋近于零。可知新的算法在从稳定状态进入突变状态时精度略有降低,而从突变状态转换成稳定状态后精度会提高恢复到原有的误差精度。因此,在稳态进入速度突变状态时, FIQKF 优于 QKF 和 KF。

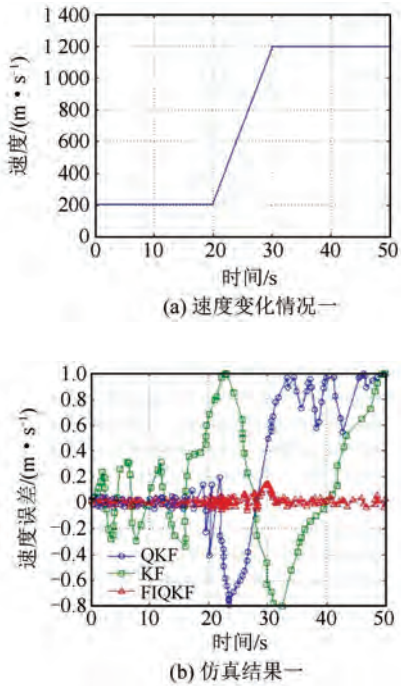


图 3 速度突变下不同算法仿真结果一
Fig.3 Algorithm Simulation Results with Velocity Catastrophe: Case 1

图 4(a)为速度变化情况二,前 20 s 以 200 m/s 的速度飞行,在 20~30 s 速度突变成为 1 200 m/s,可知突变加速度为 100 m/s²;在 30~40 s 速度由 1 200 m/s 变成 200 m/s,突变加速度为-100 m/s²;最后 10 s 保持 200 m/s 速度匀速运动。

从图 4(a)可知,速度状态共有 3 个突变点。分析图 4(b),前 20 s 匀速运动阶段,FIQKF 和 QKF 算法的速度误差都比较小接近于零, KF 速度误差比前者都大;20~30 s 第一速度突变期间, FIQKF 的速度误差略有增加,而 QKF 速度误差在第一次突变期间大幅增加, KF 速度误差最大; 30~40 s 速度发生第二次突变, FIQKF 的速度误差逐渐减小, QKF 的速度误差继续增大, KF 算法误差增大;40~50 s 从突变恢复稳定状态,保持匀速运动, FIQKF 速度误差基本为零,而 QKF 和 KF 的速度误差很大,没有恢复至误差较小的状态。因此,在稳态进入正向速度突变再进入反向

速度突变最后进入稳态,这种速度突变的情况下 FIQKF 优于 QKF 和 KF。

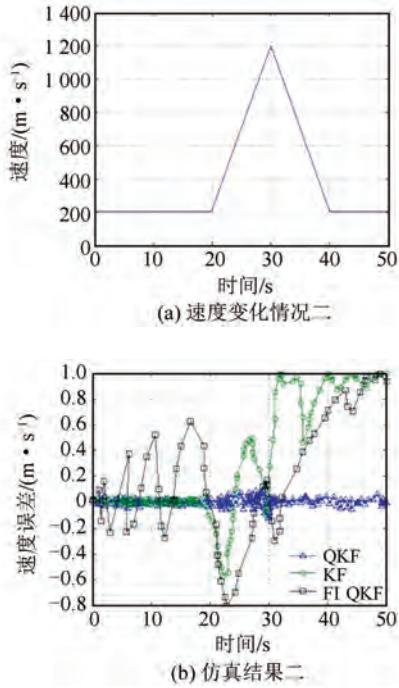


图 4 速度突变下不同算法仿真结果二
Fig.4 Algorithm Simulation Results with Velocity Catastrophe: Case 2

图 5(a)为速度变化情况三,前 20 s 从 1 200 m/s 的速度降至 200 m/s,突变加速度为-50 m/s²;20~50 s 保持 200 m/s 的匀速运动。在这种速度突变的情况下采用 FIQKF/QKF/KF 仿真,得到速度误差。

从图 5(a)可知,仿真中有两个速度突变状态,仿真一开始就进入速度突变,20 s 后进入稳定状态。分析图 5(b)可知,前 20 s 时 FIQKF 速度误差略有增加,而 QKF 在进入突变状态后速度误差立刻增加, QKF 和 KF 算法在速度突变下的误差明显增加;20 s 后进入匀速运动状态, FIQKF 误差减小至接近零,而 QKF 和 KF 误差仍然较大,可知在突变后再进入稳定状态, QKF 和 KF 精度难以恢复。因此在超紧耦合下采用新算法的速度误差精度比 KF 和 QKF 算法要好。

图 6(a)中造成速度突变的加速度为变加速,通过较为复杂的突变环境进一步对本文提出的新算法进行仿真实验。

从图 6(a)可知,仿真中有多次速度突变状态,且为变加速,仿真环境更为复杂。分析可知,前 13 s 出现突变状态, KF 算法和 QKF 算法跟踪精度迅速降低,而本文提出的 FIQKF 精度较高; 13 s 直至仿真结束的过程中,多次出现速度突变,

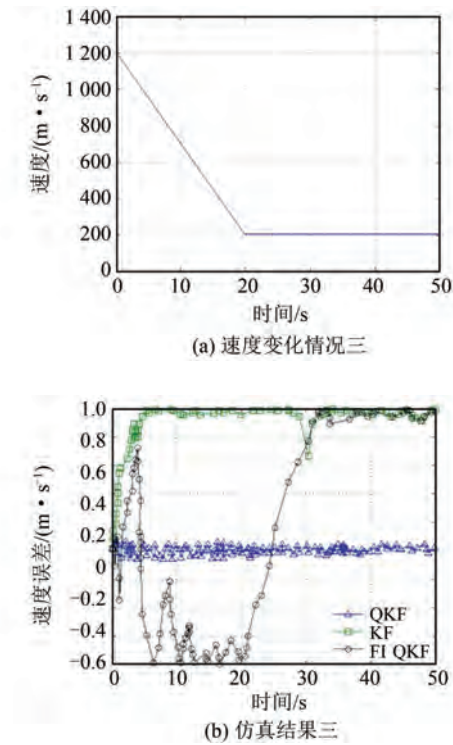


图 5 速度突变下不同算法仿真结果三
Fig.5 Algorithm Simulation Results with Velocity Catastrophe: Case 3

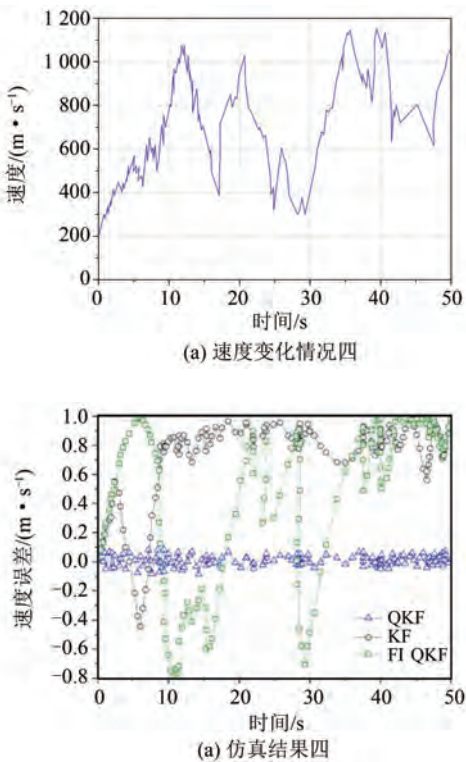


图 6 速度突变下不同算法仿真结果四
Fig.6 Algorithm Simulation Results with Velocity Catastrophe: Case 4

KF 和 QKF 算法精度都未有提升,而 FIQKF 算法在变加速的环境下速度误差已基本为零。因此

在超紧耦合下采用新算法经历上述 4 种速度突变过程的速度误差精度比 KF 和 QKF 算法要好。

分析图 3~图 6 仿真结果可知,稳定运动状态时,即匀速运动期间,FIQKF 和 QKF 算法跟踪性能没有差别。当运动目标从稳态进入突变时,QKF 算法速度误差立刻增大,FIQKF 速度误差增大较小,因为 FIQKF 算法中的渐消因子在速度发生突变时也随之增大,自适应地调节了滤波增益矩阵,使 FIQKF 算法有较好的跟踪性能。FIQKF 算法对于初始值变化不是特别敏感,与 QKF 算法比较更容易收敛。但 FIQKF 算法中加入渐消因子,计算量会增加。采用 KF 时在稳态和突变状态下的精度都不如 QKF 和 FIQKF 算法,因此在速度突变的情况中 FIQKF 算法效果最好。

对匀速运动和匀加速运动目标分别采用 QKF 和 FIQKF 算法进行 50 次仿真得到信噪比平均值,见表 1。对于在复杂噪声中的运动目标,采用 FIQKF 算法比 QKF 算法的滤波效果提高约 2 dB。50 次的仿真中,FIQKF 算法稳定,没有出现发散现象,QKF 算法则出现 6 次跟踪发散,FIQKF 与 QKF 相比跟踪稳定性能提高。而 FIQKF 在加入渐消因子后,50 次仿真平均耗时 0.159 s,而 QKF 为 0.128 s,平均计算时间无明显差异。

表 1 两种算法仿真比较				
Tab.1 Comparison of Two Algorithms				
方法	匀速运动	匀加速运	收敛	仿真
	信噪比	动信噪比		
	平均值	平均值	次数	时间
				/s
QKF	34.048 2	50.018 6	44	0.128
FIQKF	36.086 8	52.164 2	50	0.159

5 结 语

为了改善超紧耦合在稳态突变情况和复杂噪声环境的滤波器性能,本文首先详细给出 QKF 算法,并详细讨论高斯积分规则。针对 QKF 算法的缺陷,引入渐消因子;通过交集最优估计理论可知,先验估计误差区间和后验估计误差区间的交集为真值落入概率最大的区间,当这个区间不可忽略时,引入区间运算对新的算法进行分析,并进行仿真实验。可知,FIQKF 算法在稳态突变和复杂噪声环境中的性能优于 QKF 算法,对运动目标有较强的跟踪性能。

参 考 文 献

[1] Julier S J, Uhlmann J K. A New Extension of Kalman Filter to Nonlinear Systems[C]. The 11th Int. Symp. on Aerospace/Defence Sensing, Simulation and Controls, Chicago, USA, 1997

[2] Moore R E, Kearfott R B, Cloud M J. Introduction to Interval Analysis [M]. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2009

[3] Wan E A, Van Der Merwe R. The Unscented Kalman Filter for Nonlinear Estimation [J]. *Proceeding of the IEEE*, 2000, 46(2):153-158

[4] Duan Zhansheng. A Strong Tracking State Estimator and Simulation [J]. *Journal of Simulation*, 2004, 16(5):1 020-1 023 (段战胜. 一种强跟踪自适应状态估计器及其仿真研究[J]. 系统仿真学报, 2004, 16(5):1 020-1 023)

[5] Arasaratnam I, Haykin S, Elliott R J. Discrete Time Nonlinear Filtering Algorithms Using Gauss-Hermite Quadrature [J]. *Proceedings of the IEEE*, 2007, 95(5): 953-977

[6] Thrun S, Fox D. Robust Monte Carlo Localization for Mobile Robots [J]. *Artificial Intelligence*, 2001, 128(1-2): 174-188

[7] Jow D J. Optimization and Sensitivity Analysis of GPS Receiver Tracking Loops in Dynamic Environments[J]. *IEEE Proc Radar Sonar Navig*, 2001, 148: 241-250

[8] Sennott J, Senffner D. Robustness of Tightly Coupled Integrations for Real-Time Centimeter GPS Positioning [C]. 10th International Technical Meeting of the Satellite Division of the US Institute of Navigation, Kansas, USA,1997

[9] Cheng Shuiying. Comments on Particle Filter[J]. *Journal of Astronautics*, 2008, 29(4):43-45(程水英. 粒子滤波评述[J]. 宇航学报, 2008, 29(4):43-45)

[10] Souto R F, Ishihara J Y, Borges G A. A Robust Extended Kalman Filter for Discrete-Time Systems with Uncertain Dynamics, Measurements and Correlated Noise [C]. American Control Conference, St. Louis, USA, 2009

[11] Zheng Xin. SINS/GPS Tightly-Coupled Integrated Navigation [J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2010, 19(1): 34-37(郑辛. SINS/GPS 紧耦合组合导航[J]. 中国惯性技术学报, 2010, 19(1): 34-37)

[12] Deng X L, Guo W Z, Xie J Y. Particle Filter Based on Strong Tracking Filter [C]. 4th International Conf. on Machine Learning and Cybernetics, Guangzhou, China, 2005

[13] Stefan K, Moritz M H, Gert F T. Realization of a Deeply Coupled GPS/INS Navigation System Based on INS-VDLL Integration[C]. Institute of Navigation NTM, San Diego, USA, 2007

[14] Zhao L, He Z. An In-Coordinate Interval Adaptive Kalman Filtering Algorithm for INS/GPS/SMNS [C]. 10th Industrial Informatics (INDIN) Conference, Beijing, China, 2012

[15] Qin Yongyuan. Inertial Navigation [M]. Beijing: Science Press, 2010 (秦永元. 惯性导航[M]. 北京: 科学出版社, 2010)

[16] Ding Yu, Sennott J. Ultra-Tight Coupling (UTC) Technique in GPS RAIM [C]. Institute of Navigation GNSS, 17th International Technical Meeting of the Satellite Division, Long Beach, USA, 2004

[17] Tsui J B. Fundamentals of Global Positioning System Receivers: A Software Approach [M]. New Jersey: John Wiley & Sons Inc, 2005

[18] Guo D, Wang X D. Quasi-Monte Carlo Filtering in Nonlinear Dynamic Systems [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(6): 2 087-2 098

Kalman Filtering for Ultra-Tight Coupled from Stable State to Catastrophe State in Noise Condition

XU Han^{1,2} ZENG Chao² HUANG Qinghua²

1 School of Electronic and Optical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China

2 Institute of Electronic Engineering, China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621999, China

Abstract: In noise condition, high dynamic aircraft change from stable state to catastrophe state will lead reduction of performance of Kalman filter, and then reduce reliability of GPS/INS integration,

(下转第 1839 页)

MSE. Since the MSE is composed of variance and bias, the performance of the ridge estimation can be shown clearly through computing the variance and bias. Through analyzing the changes of variance and bias of ridge estimation, we know that ridge estimation correct the singular values of the ill posed matrix to reduce the variance and introduce the bias. When the reduced variance is much more than the introduced bias, the MSE can be reduced. However, ridge estimation correct all the singular values in the ill-conditioned matrix. Correcting the big singular values cannot reduce the variance of the estimation effectively but introduce much bias into the estimation. In view of this, improved ridge estimation is proposed in this paper to constrain the correction of the singular values. The new ridge estimation only correct the small singular values which are determined by comparing the variance reduction with bias introduction of singular value correction. Theoretical analysis clearly shows the feasibility of the improved ridge estimation. The experiment on the basis of the Fredholm integral equation of the first kind is carried out to demonstrate the effectiveness of the new ridge estimation. The results show that the improved ridge estimation performs much better than ridge estimation in stability and accuracy.

Key words: ridge estimation; biased estimation; variance; bias; singular value correction

First author: LIN Dongfang, PhD candidate, specializes in surveying adjustment and data processing. E-mail: lindongfang223@163.com

Corresponding author: ZHU Jianjun, PhD, professor. E-mail: zjj@csu.edu.cn

Foundation support: The National Natural Science Foundation of China, Nos. 41531068, 41474008; the National Basic Research Program of China, No. 2013CB733303.

.....

(上接第 1833 页)

which influence anti-jamming of navigation system and reduce accuracy of navigation integration. In order to improve Kalman filter's performance, enhance performance of anti-jamming of navigation system and increase accuracy of navigation integration, a new fading interval Quadrature Kalman filtering algorithm was proposed in this paper. The algorithm could adjust its filtering gain matrix on line and interval operation can not only ensure the completeness of set mapping but also can be the optimization by introducing a time-varying fading factor and interval matrix. The simulation performance statistics show that the new Kalman filtering algorithm can overcome limitation of QKF algorithm, which can improve performance of tracking. Complexity of algorithm was not increased acutely.

Key words: ultra-tight coupled; phase lock loop; quadrature Kalman filter; stable to catastrophe; interval computation

First author: XU Han, PhD candidate, specializes in integrated navigation filtering algorithm and tracking loop. E-mail: kingkaiser@163.com

Foundation support: The National Natural Science Foundation of China and China Academy of Engineering Physics, No.U1330133.