

基于 Chapman 函数的电离层 TEC 同化模型构建

宋福成¹ 时爽爽² 冯建迪³

1 中国矿业大学(北京)地球科学与测绘工程学院,北京,100083

2 中国地震局第一监测中心,天津,300180

3 武汉大学测绘学院,湖北 武汉,430079

摘 要:电离层总电子含量 TEC (total electron content)是影响卫星导航定位的主要误差源之一。为了构建精确的电离层 TEC 模型,基于 Chapman 函数建立了基于物理机制的电离层 TEC 同化模型背景场,并着重以 IGS 发布的 2008 年 4 个时段低纬度、中纬度和高纬度地区的电离层 TEC 数据为样本,同化稀疏点上的已知电离层 TEC 值,分析模型计算值的残差和相对精度分布,利用模型对电离层 TEC 进行了 2 h 短期预报和 1 d 预报,并将 1 d 的预报值和 IGS 发布值进行对比。实验结果表明:(1)由同化模型计算得到的 TEC 残差值超过 92%分布在±2 TECU 以内,并且除边缘区域外,同化模型 TEC 计算值的相对精度均在 90%以上;(2)2 h 和 1 d 预报残差小于±3 TECU 的比例分别为 81.8%和 81.5%。

关键词:电离层;TEC;Chapman 函数;数据同化;残差分析;相对精度分析

中图法分类号:P228.4 **文献标志码:**A

电离层是近地空间的一个重要组成部分,对无线电通讯和卫星导航定位的精度等有较大的影响。因此,构建精确的电离层模型并对电离层进行预报是电离层研究的重要课题。目前存在的电离层模型基本上可以分为经验模型和理论模型^[1-3]。经验模型是基于大量观测数据构建的结果,主要有 Bent^[4]、国际参考电离层(international reference ionosphere,IRI)^[5]等,这类方法对平静日电离层的空间分布具有较好效果。理论模型从描述电离层等离子体运输方程出发,通过模拟电离层内的各种物理和化学过程,得到电离层状态的时空特性,而其可靠性依赖于背景场初始条件和外驱动参数的精度。

由于电离层内部结构的复杂性,无论是经验模型还是理论模型,模型的模拟状态只是真实状态的一种近似,模拟值与实际观测结果总有一定的差距。随着科技的发展,获取电离层观测数据的途径越来越多,观测数据精度也日益提高。为了把模型和观测所带来的两种不同但又“互补”的信息融合在一起,产生一幅既逼近真实状态观测值、又包含内在物理过程的四维的“运动的物理图像”,同化方法应运而生^[6]。四维数据同化是指在考虑数据时空分布的基础上,在数值模型的动态运

行过程中融合新的观测数据的方法^[7],其最早应用在大气和海洋科学中,之后,Richmond 等^[8]将其首次应用到电离层研究中,提出了一个电离层电动力学同化成像算法。Howe 等^[9]基于电离层电子浓度经验模型,利用 GPS 观测数据,对电离层电子浓度进行了最优估计。Zhang 等^[10]建立了一个中纬度电离层理论模型,并同化了非相干散射雷达观测数据,讨论了中纬度地区电离层外驱动参数随时间的变化情况。美国喷气动力实验室和南加州大学共同开发的全球电离层同化(global assimilation of ionospheric measurements,GAIM)系统^[11]是基于一个随时间变化的全球电离层和等离子体层动力学模型,同化了测高仪、GPS、卫星观测等多种数据源,显著提高了电离层模拟的精度。乐新安^[12]基于地球电离层理论模型(Theoretical Ionospheric-model of the Earth in Institute of Geology and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, TIME-IG-GCAS),将用 GPS 观测数据计算得到的电离层总电子含量(total electron content,TEC)值同化到模型中,分析了磁暴期间东亚/澳大利亚扇区的响应特征,但电离层 TEC 值的计算仍可能含有较大的误差。

上述电离层数据同化研究主要应用在电离层气象学中,目前利用电离层 TEC 值进行同化建模的研究还相对较少。因此,为解决无线电波传播过程中的电离层延迟问题,有必要建立电离层 TEC 模型,同化观测资料以获得精确的电离层 TEC 值。本文基于 Chapman 函数,建立了电离层 TEC 同化模型背景场,同化区域内少数点上的 IGS TEC 观测资料,计算区域内其他格网点上的 TEC 值。同时对电离层 TEC 值进行 2 h 短期预测和 1 d 预测。

1 基于 Chapman 函数的 TEC 同化模型

1.1 模型构建

Chapman^[13]提出电离层是中性大气被太阳辐射经光化游离过程产生的大气层,且内部粒子成层状结构存在,并由此建立了 Chapman 理论。假定电离层仅由 E 层和 F 层构成,且 E 层和 F 层的电子密度随高度的变化均服从 Chapman 理论,则电离层电子密度随高度分布可表示为:

$$N(h) = N_m \exp \frac{1}{2} (1 - y - e^{-y}) \quad (1)$$

式(1)称为 Chapman 函数,其中约化高度 $y = (h - h_m)/H$; h 表示电离层高度; h_m 表示太阳天顶角为任意值时的最大生成率高度; H 为标高; N_m 为峰值电子浓度,其定义式为:

$$N_m = \sqrt{\frac{q_m}{\alpha}} = \left(\frac{\eta I \cos \chi}{e H \alpha} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

式中, q_m 为最大生成率; η 为电离效率,即被吸收辐射能量的多大部分有效用于电离过程; α 为复合系数; I 为太阳辐射强度; e 为常数,取值 2.718 282; χ 为太阳天顶角,其余弦表达式为:

$$\cos \chi = \sin \zeta \sin \phi + \cos \zeta \cos \phi \cos \left[\frac{2\pi(T_L - 12)}{24} \right] \quad (3)$$

式中, ϕ 为地理纬度; T_L 为地方时; ζ 为太阳赤纬。

$$\zeta = -0.409\ 15 \cdot \cos \left[\frac{2\pi}{365} (d + 10) \right] \quad (4)$$

式中, d 为从一月一日起起的天数,即年积日。在式(1)和(2)中,标高 H 的定义为:

$$H = \frac{\kappa T}{mg} \quad (5)$$

式中, κ 为玻尔兹曼常数; T 为温度; m 为粒子质量; g 为重力加速度。

为了计算电离层中 TEC 值, Wright 在研究中指出 TEC 可以用下式描述^[14]:

$$TEC = 4.13 \times H \times N_m \quad (6)$$

式中, H 取为氧原子在 400 km 处的标高^[15]。

1.2 模型计算流程

图 1 为基于 Chapman 函数的电离层 TEC 同化模型计算流程,主要包括 4 个步骤。

(1) 利用背景场模型和计算时刻前两天的历史 TEC 数据,获取电离层特性参数 η 和 α 的值(在处理过程中,实际计算的是 $\sqrt{\eta/\alpha}$ 的值)。输入参数包括年份、年积日、世界时、地理经纬度、太阳辐射强度 I 、电离层温度 T 。其中,太阳辐射强度 I (太阳 F10.7 射电流量)由 NOAA 的美国地球物理学数据中心提供,电离层温度 T 由 Titheridge 模型计算得到。

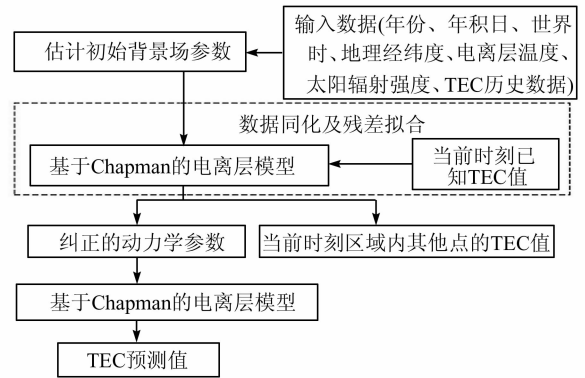


图 1 基于 Chapman 函数的电离层 TEC 同化模型计算流程

Fig. 1 Calculation Flowchart of Ionosphere TEC Assimilation Model Based on Chapman Function

(2) 将当前时刻少数已知点上的电离层 TEC 值同化到背景场模型中,用非线性最小二乘的方法估计当前时刻的参数 I 和 T (在处理过程中,实际计算的是 \sqrt{IT} 的值)。之后,对模型 TEC 计算值的残差进行拟合,拟合函数选择式(7)所示的球冠谐函数。

$$E(\beta_c, \lambda_c) = \sum_{k=0}^{K_{\max}} \sum_{m=0}^M [\tilde{P}_{n_k(m),m}(\cos \theta_c) \cdot (\tilde{C}_{km} \cos(m\lambda_c) + \tilde{S}_{km} \sin(m\lambda_c))] \quad (7)$$

式中, $E(\beta_c, \lambda_c)$ 表示 (β_c, λ_c) 处的 TEC 残差值; $\tilde{P}_{n_k(m),m}(\cos \theta_c)$ 为完全正则化的非整阶缔合 Legendre 函数; \tilde{C}_{km} 和 \tilde{S}_{km} 为完全正则化的球冠谐函数系数; K_{\max} 和 M 分别为球冠谐模型的最大阶数和最大次数。

(3) 利用当前 η 、 α 、 I 、 T 计算区域内所有格网点上的电离层 TEC 值,并对计算值利用式(7)进行残差改正得到新的 TEC 值,最后利用新的 TEC 值对 η 、 α 、 I 、 T 进行纠正。

(4) 将纠正后的特性参数值输入背景场模型,

对电离层 TEC 值进行预测。

2 算例分析

本文中的低纬度区域为 0°W~60°W、5°N~25°N,中纬度区域为 70°W~130°W、35°N~55°N,高纬度代表性区域选择为 60°E~120°E、65°N~85°N。已知 2008 年年积日 3、102、202、302 日

前区域内所有格网点上的历史 IGS TEC 值及 00:00UT 区域内部分网格点上的 IGS TEC 值,利用基于 Chapman 函数的电离层 TEC 同化模型,计算三个区域内 00:00UT 全部格网点上的 TEC 值,以及对格网点上的 TEC 值进行预测。所选区域及稀疏已知点的分布如图 2 所示,其中格网间隔为经度 5°、纬度 2.5°。

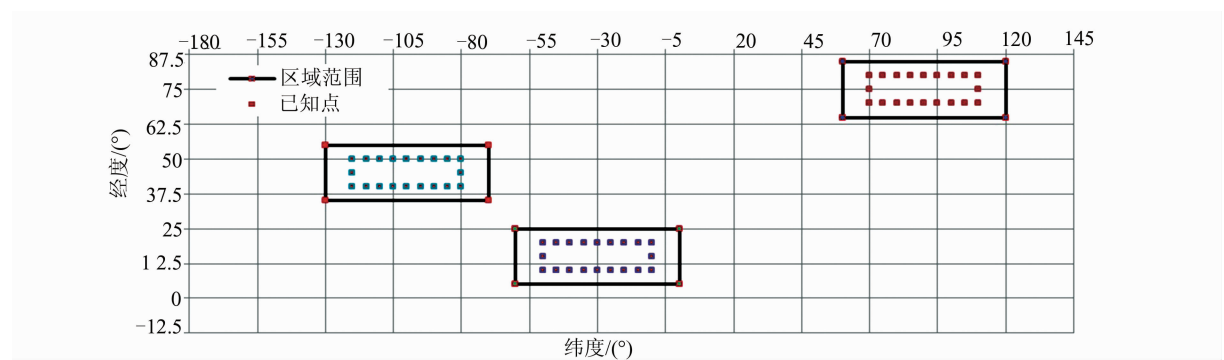


图 2 所选区域及稀疏已知点分布
Fig. 2 Schematic of Selected Areas and the Known Sparse Points

2.1 计算结果分析

图 3 给出了 2008 年年积日为 202 日、00:00 UT 时刻低纬度、中纬度和高纬度地区 TEC 模型计算值相对于 IGS TEC 观测值的残差分布图,其中东经和北纬用正值表示,西经和南纬用负值表示。从图 3 中可以看出,除所选区域的边缘部分

外,低纬度和高纬度地区 TEC 模型计算值残差在 ±2 TECU 以内,绝大部分地区在 ±1 TECU 以内;中纬度大部分地区残差值在 ±3 TECU 以内,70°W 和 130°W 边缘地区残差值较大,但不超过 ±5 TECU。

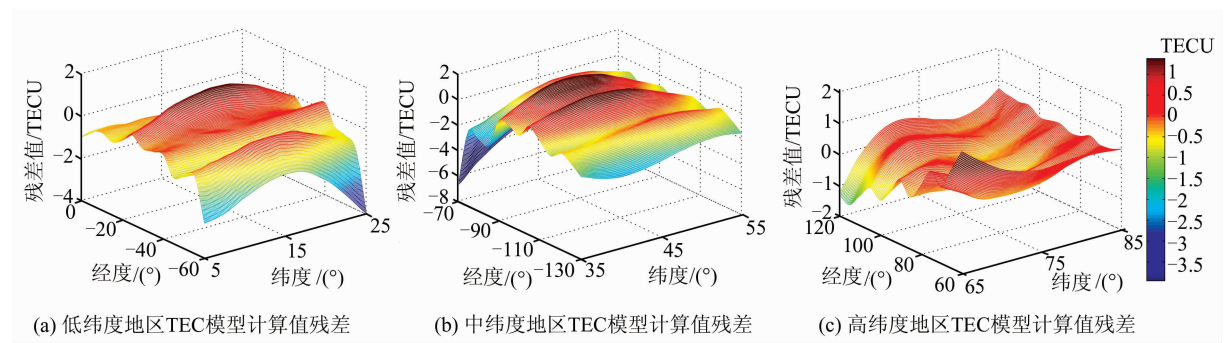


图 3 2008 年年积日 202,00:00UT 低中高纬度地区 TEC 模型计算值残差分布
Fig. 3 Residuals Distribution of the Low, Mid and High Latitude Areas at 00:00UT, DOY 202, 2008

将 TEC 计算值与 IGS TEC 值进行比较,用相对精度 $P^{[16]}$ 表示模型的计算精度:

$$P = 1 - \frac{|TEC_m - TEC_{igs}|}{TEC_{igs}} \tag{8}$$

式中,TEC_m 和 TEC_{igs} 分别为电离层 TEC 模型计算值和 IGS 发布值。

图 4 给出了 2008 年年积日为 202 日、00:00 UT 低纬度、中纬度、高纬度地区 TEC 模型计算值相对精度分布图。从图 4 中可以看出,大部分地区模型计算值的相对精度大于 90%,在所选区

域的边缘地区及低纬度 20°W 和中纬度 90°W 附近,TEC 模型计算值的相对精度较差,但相对精度值不低于 60%。

图 5 给出了 2008 年低纬度、中纬度和高纬度地区所有格网点在 4 个时段 00:00UT 时刻 TEC 模型计算值相对于 IGS TEC 的残差分布图。图 5 中,横坐标表示数据的时段,分别为年积日 3、102、202、302 日,每个年积日间隔内的子横坐标均表示不同格网点(经度 5°、纬度 2.5°为间隔)上的数值,纵坐标为模型残差值,单位是 TECU。

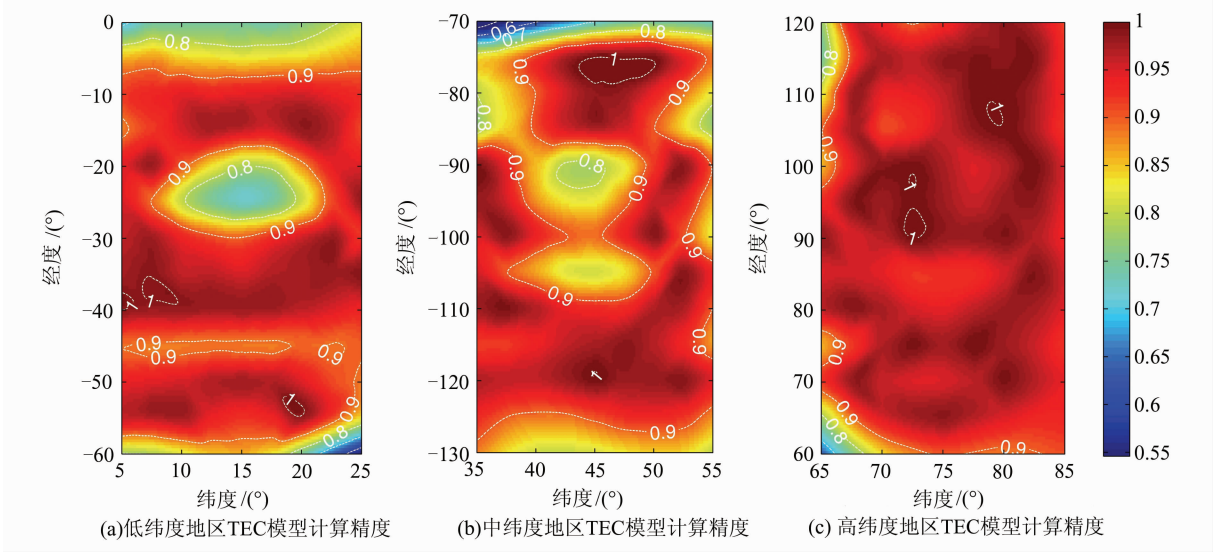


图 4 2008 年年积日第 202 日,00:00UT 低中高纬度地区 TEC 模型计算值相对精度分布
Fig. 4 Relative Accuracy of the Low, Mid and High Latitude Areas at 00:00UT, DOY 202, 2008

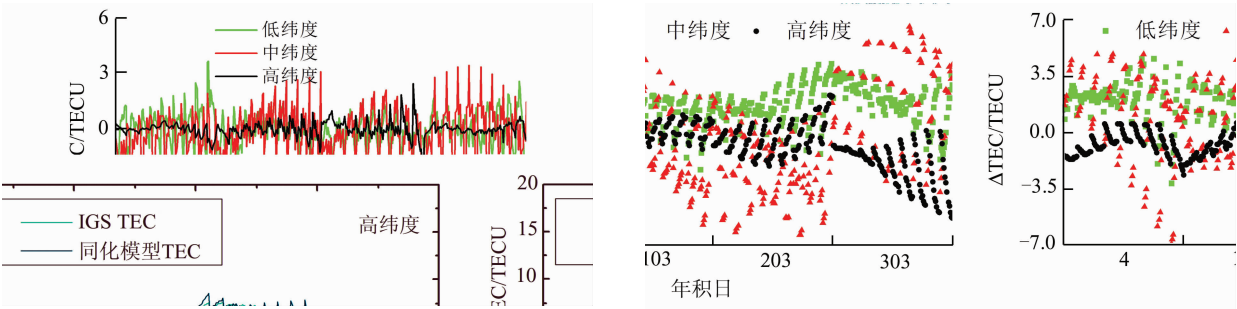


图 5 所有格网点上 TEC 模型计算值残差分布
Fig. 5 Residuals Distribution of All Grid Points

从图 5 可以看出,TEC 模型计算值残差绝大多数集中在 ± 2 TECU 之内,高纬度地区的残差值小于中纬度和低纬度地区的残差值,中纬度地区不同格网点上的电离层 TEC 残差值相差较大。

表 1 给出了 2008 年 4 个时段 TEC 模型计算值残差的统计结果。在每个时段中,超过 73% 的模型 TEC 计算值残差在 ± 1 TECU 以内,超过 92% 的模型 TEC 计算值残差在 ± 2 TECU 以内。

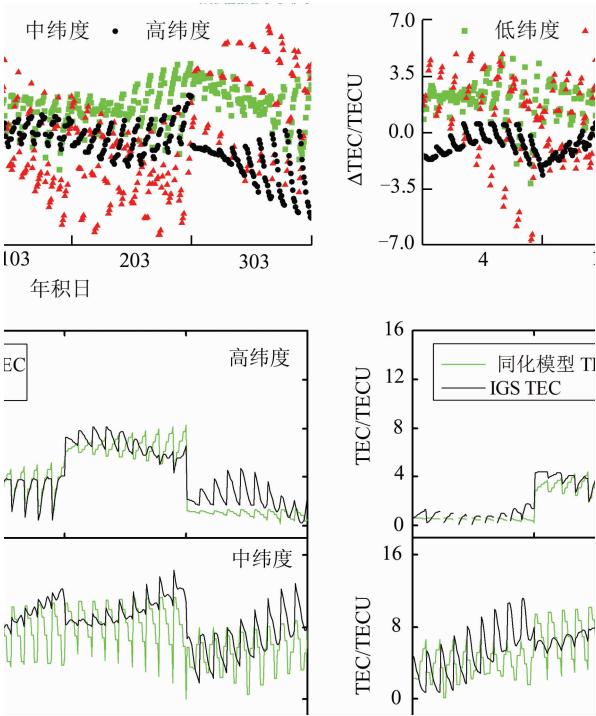


图 6 同化模型 TEC 计算值与 IGS TEC 值比较
Fig. 6 Comparison of TEC Values Calculated by Assimilation Model and IGS TEC

算值与 IGS TEC 值的分布图。从图 6 中可以看出,在上述所选区域和时段上,本文提出的同化模型 TEC 计算值与 IGS TEC 值吻合得较好。

此外,本文还选取 2013 年(太阳活动高年)同样 4 个时段的 IGS TEC 数据进行同化计算以验证本文提出的电离层 TEC 同化模型的计算性能。同化模型计算值残差的统计值如表 2 所示。从表 2 中可以看出,在每个时段中,超过 55% 的模型 TEC 计算值残差在 ± 1 TECU 以内,超过 70% 的

表 1 2008 年 4 个时段模型 TEC 计算值残差统计

年积日	时段			
	$\Delta < 1$ TECU	$1 \text{ TECU} \leq \Delta < 2 \text{ TECU}$	$2 \text{ TECU} \leq \Delta < 3 \text{ TECU}$	$\Delta \geq 3 \text{ TECU}$
	1 TECU	< 2 TECU	< 3 TECU	3 TECU
3	73.5	18.5	5.1	2.9
102	78.3	15.7	3.7	2.3
202	75.2	19.4	4.3	1.1
302	74.4	18.5	4.0	3.1

图 6 为在低纬度、中纬度和高纬度地区 2008 年 4 个时段 00:00UT,本文提出的模型 TEC 计

模型 TEC 计算值残差在 ± 2 TECU 以内,说明本文提出的电离层 TEC 同化模型在太阳活动高年的计算结果比在太阳活动低年的计算结果略差。

表 2 2013 年 4 个时段模型 TEC 计算值残差统计
Tab.2 Statistical TEC Residuals for Four Periods in 2013

年积日	时段			
	$\Delta < 1$ TECU	$1 \text{ TECU} \leq \Delta < 2 \text{ TECU}$	$2 \text{ TECU} \leq \Delta < 3 \text{ TECU}$	$\Delta \geq 3 \text{ TECU}$
3	55.6	15.1	10.3	19
102	57.3	16.9	12.5	13.3
202	60.1	16.2	13.1	10.6
302	58.7	18.6	10.6	12.1

2.2 与内插模型的对比分析

已知区域内少数点上电离层 TEC 值时,使用内插模型也可以计算出区域内其他点上的 TEC 值。图 7 为 2008 年 4 个时段 00:00UT 时刻同化模型 TEC 残差值和由稀疏已知点上 IGS TEC 插值得出的 TEC 残差值的分布图。

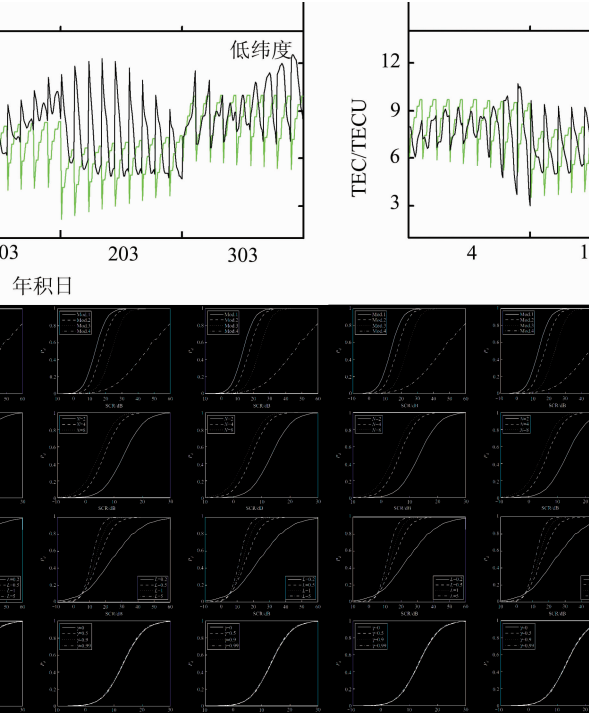


图 7 2008 年 4 个时段 00:00UT TEC 残差值分布
Fig. 7 Residuals Distribution of TEC in Four Periods in 2008

从图 7 可知,两种模型 TEC 残差值都较小,绝大部分点上的残差值在 ± 2 TECU 内;而且在大部分地区,同化模型的残差值小于内插模型残差值。

2.3 预测分析

图 8 给出了 2008 年 4 个时段低纬度、中纬度和高纬度地区,所有格网点上电离层 TEC 预报 2 h 的结果相对于 IGS TEC 的残差分布。从图 8 中可以看出,绝大多数网格点上 TEC 2 h 预测值

的残差集中在 ± 4 TECU 之内,中纬度地区不同格网点上的 TEC 预测值残差相差较大。经统计,92.1%的预报残差小于 ± 4 TECU,81.8%的预报残差小于 ± 3 TECU,62.9%的预报残差小于 ± 2 TECU。同时,对 2 h 预报值的相对精度做了统计,可以得出,预报精度大于 70%的预报值占所有预报值的 63%以上。

图 9 给出了 2008 年 4 个时段低、中、高纬度区域所有格网点上电离层 TEC 预报 1 d 的结果与 IGS TEC 值的变化曲线。从图 9 可以看出,利用本文提出的同化模型对 1 d 后的 TEC 值进行预测,其预测值与 IGS TEC 值相差较小,81.5%的预报值残差小于 ± 3 TECU。

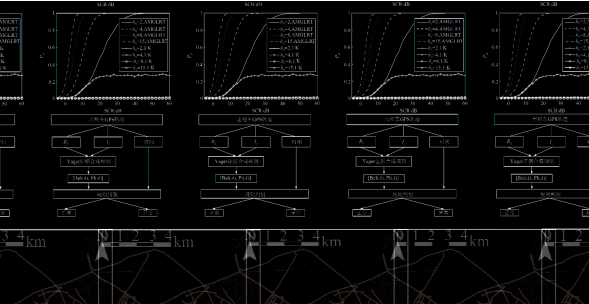


图 8 2008 年 4 个时段低纬度、中纬度和高纬度所有格网 TEC 2 h 预报值残差分布
Fig.8 Residuals Distribution of 2h Forecast TEC of the Four Periods in Low, Mid and High Latitude in 2008

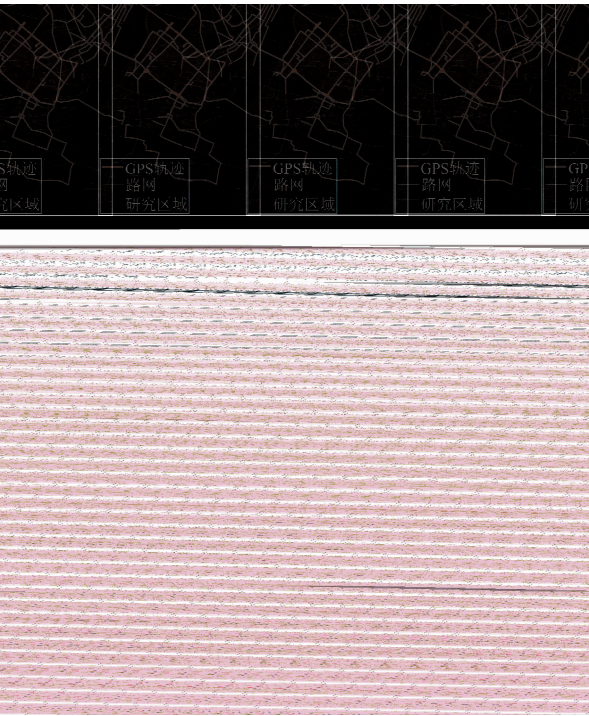


图 9 2008 年 4 个时段低纬度、中纬度和高纬度所有格网 TEC 1 d 预报值的变化曲线
Fig.9 Variation Graph of 1 day Prediction of the Four Periods in Low, Mid and High Latitude in 2008

3 结 语

本文提出了基于 Chapman 函数的电离层 TEC 同化模型,利用在同化稀疏点上的电离层 TEC 值,可以精确计算区域中其他点上的 TEC 值,并可进行预报。该方法可以用于局部区域的电离层 TEC 计算,并且考虑了太阳 F10.7 射电流量及电离层温度对电离层 TEC 的影响。在实际数据测试中,利用本文中的同化模型计算电离层 TEC 得到了较好的结果。将模型预测值与 IGS 发布值进行比较,可以看出本文提出的同化模型预测精度较高,这表明通过简化电离层 TEC 生成的基本物理过程建模计算 TEC 是可行的。

本文只进行了电离层生成理论的初步研究,考虑的影响因素相对较少,对电离层分层进行了简化,并且使用的同化方法相对简单,因此,仍需对模型作进一步完善。

参 考 文 献

[1] Yue Xin'an, Wan Weixing, Liu Libo, et al. Construction of Ionospheric Theoretical Model of Middle and Low Latitudes and an Observaion System Data Assimilation Experiment[J]. *Chinese Science Bulletin*, 2007, 52(18): 2 180-2 186 (乐新安,万卫星,刘立波,等.中低纬电离层理论模式的构建和一个观测系统数据同化试验[J].科学通报,2007,52(18): 2 180-2 186)

[2] Li Zhenghang, Chen Kai, Liu Wanke, et al. Mathematical Unification and Method Expansion of GNSS Ionospheric Delay Models[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2007, 32(8): 699-703 (李征航,陈锴,刘万科,等. GNSS 电离层延迟模型的数学统一与方法扩展[J].武汉大学学报·信息科学版,2007,32(8): 699-703)

[3] Wu Han, Yao Yibin, Chen Peng, et al. Investigation of GNSS-Based Ionospheric Tomographic Algorithms[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2013, 38(12): 1 405-1 408 (吴寒,姚宜斌,陈鹏,等. GNSS 电离层层析成像算法研究[J].武汉大学学报·信息科学版,2013,38(12): 1 405-1 408)

[4] Bent R B, Llewellyn S K, Walloch M K. Description and Evaluation of the Bent Ionospheric Model [R]. DBA Systems, United States, 1972

[5] Bilitza D, Altadill D, Zhang Y, et al. The International Reference Ionosphere 2012-A Model of International Collaboration [J]. *Journal of Space Weather and Space Climate*, 2014, 4(A07): 1-2

[6] Houtekamer P L, Mitchell H L. Data Assimilation Using an Ensemble Kalman Filter Technique[J]. *Mon Wea Rev*, 1998, 126: 796-811

[7] Talagrand O. Assimilation of Observations, An Introduction [J]. *Journal of Meteorological Society of Japan*, 1997, 75(1): 191-209

[8] Richmond A D, Kamide Y. Mapping Electrodynamic Features of the High-Latitude Ionosphere from Localized Observations: Technique[J]. *J Geophys Res*, 1988, 93(A6): 5 741-5 759

[9] Howe B M, Runciman K, Secan J A. Tomography of the Ionosphere: Four-Dimensional Simulations [J]. *Radio Sci*, 1998, 33(1): 109-128

[10] Zhang S R, Oliver W L, Fukao S, et al. Extraction of Solar and Thermospheric Information from the Ionospheric Electron Density Profiles[J]. *J Geophys Res*, 2001, 106(A7): 12 821-12 836

[11] Schunk R W, Scherliess L, Sojka J J, et al. Global Assimilation of Ionospheric Measurements (GAIM) [J]. *Radio Sci*, 2004, 39, DOI: 10. 1029/2002RS002794

[12] Yue Xin'an. Modeling and Data Assimilation of Mid- and Low-Latitude Ionosphere [D]. Wuhan: Wuhan Institute of Physics and Mathematics, Chinese Academy of Sciences, 2008 (乐新安.中低纬电离层模拟与数据同化研究[D].武汉:中国科学院,武汉物理与数学研究所,2008)

[13] Chapman S. The Absorption and Dissociative or Ionizing Effect of Monochromatic Radiation in an Atmosphere on a Rotating Earth[J]. *Proceedings of the Physical Society*, 1931, 43: 26-45

[14] Wright J W. A Model of the F-Region Above $h_{max} F_2$ [J]. *J Geophys Res*, 1960, 65(1): 185-191

[15] Ezquer R G. Predicted and Measured Total Electron Content at Both Peaks of the Equatorial Anomaly [J]. *Radio Sci*, 1994, 29(4): 831-838

[16] Chen Peng, Yao Yibin, Wu Han. TEC Prediction of Ionosphere Based on Time Series Analysis[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2011, 36(3): 267-270 (陈鹏,姚宜斌,吴寒.利用时间序列分析预报电离层 TEC[J].武汉大学学报·信息科学版,2011,36(3): 267-270)

Construction of Ionospheric TEC Assimilation Model Based on Chapman Function

SONG Fucheng¹ SHI Shuangshuang² FENG Jiandi³

- 1 College of Geoscience and Surveying Engineering, China University of Mining and Technology(Beijing), Beijing 100083, China
- 2 First Crust Monitoring and Application Center, CEA, Tianjin 300180, China
- 3 School of Geodesy and Geomatics, Wuhan University, Wuhan 430079, China

Abstract: The TEC (total electron content) of ionosphere is one of the major error resources for the accuracy of satellite navigation positioning. To construct a precise ionospheric model, a background field for an ionospheric TEC assimilation model, which is on basis of physical mechanism, was constructed based on the Chapman function. Residual and relative accuracy analyses of model were based on the IGS (international GNSS service) TEC data sample (low latitude, mid-latitude and high latitude within four periods of time, 2008), when the ionosphere IGS TEC value for sparse points were known and assimilated. Also, 2h short-term prediction and one day predictions are presented. The one-day prediction results were compared with the IGS TEC. The results showed that: 1) 92% of TEC calculation residuals in the assimilation model were less than ± 2 TECU, while the relative accuracy of TEC computed by the proposed model was above 90% in addition to the edge of the areas; 2) the percentage of 2h short-term and 1 day predicted residuals, less than ± 3 TECU, were 81.8% and 81.5%, respectively.

Key words: ionosphere; TEC; Chapman function; data assimilation; residual analysis; relative accuracy analysis

First author: SONG Fucheng, PhD candidate, specializes in geodetic data analysis. E-mail: songfucheng123@163.com
Corresponding author: SHI Shuangshuang, assistant engineer. E-mail: shshshi@whu.edu.cn
Foundation support: The Fundamental Research Funds for the Central Universities, No. 2010YD06; the Youth Project for Earthquake Tracking of the China Earthquake Administration, No. 2016010213.