

# 方差-尺度规律在 DEM 插值方法评价中的应用

杨 海<sup>1,2</sup> 王船海<sup>1,2</sup> 马腾飞<sup>1,2</sup> 郭伟建<sup>1,2</sup>

1 河海大学水文水资源与水利工程科学国家重点实验室, 江苏南京, 210098

2 河海大学水文水资源学院, 江苏南京, 210098

**摘要:** 提出基于方差-尺度规律的新型插值方法评价体系, 根据“在给定研究区域内, 变量的统计方差随尺度增大而减小”的理论规律, 提出三项预设的评价准则。以 DEM 插值应用为例, 选取高精度曲面模型、样条插值、克里金插值、反距离权重插值 4 种方法进行对比评价。数值实验表明, 方差-尺度递变趋势的评价准则值得存疑。两组 DEM 插值案例表明, 地形的复杂特性、插值算子的光滑效应以及尺度的综合效应致使理论的渐变规律无法达到。引入采样方差值后, 不同采样密度下仍可以将方差变化趋势及方差的整体大小作为精度评价准则, 在对第二、第三条预设评价准则修缮后确立三项评价准则。综合所有案例可知, 此评价体系原理简单、操作方便, 为 DEM 插值方法评价提供了一套新的标准和框架, 并且可针对不同采样密度条件提出完善的插值方法适用性建议。

**关键词:** 插值方法; 数字高程模型; 精度评价; 方差; 尺度; 高精度曲面模型

**中图法分类号:** P208; P231.5    **文献标志码:** A

从散点到统计表面是建立格网数字高程模型 (digital elevation model, DEM) 的普遍思想, 该过程中需要对散点数据进行插值。插值计算是 DEM 的核心问题, 贯穿于 DEM 生产、质量控制、精度评定和分析应用<sup>[1]</sup>等过程。有关 DEM 插值方法原理改进及应用实践的文献很多, 如何评价这些方法的精度, 并有效应用, 是地理学界关心的问题。

评价 DEM 插值精度的传统方法有检查点法、剖面法、等高线法等<sup>[2-4]</sup>。其中检查点法因简单易行而广泛使用<sup>[5]</sup>, 然而合理控制抽样的数量、大小、密度在实际操作中有较大困难<sup>[3,6]</sup>, 且小规模的验证点集对区域的代表性仍有待商榷<sup>[7]</sup>。此外, 检查点法和均方根误差 (root mean square error, RMSE) 都基于传统 DEM 误差模型, 其中假设传播误差和插值误差都属于随机误差且相互独立<sup>[8-11]</sup>, 但近年来学者们纷纷证实插值误差应属于确定性误差<sup>[6]</sup>, 推翻了以上方法的假设。胡鹏等针对检查点法中存在的问题提出了基于“近似理论”的评价体系<sup>[12]</sup>, 为 DEM 插值精度评价指明了新的方向, 但因数学推导的复杂性, 暂时仅有几种纯数学的插值算子被纳入该精度评价体系。从

新的视角寻找使用全部有效采样数据且客观、高效评价 DEM 插值精度的评价体系仍有待研究的方向。基于此, 本文提出一种基于方差-尺度规律的新型评价体系, 选择高精度曲面模型 (high accuracy surface model, HASM)、样条 (Spline) 插值、克里金 (Kriging) 插值、反距离权重 (inverse distance weighted, IDW) 插值等方法进行对比评价。

## 1 方差-尺度规律评价方法原理

### 1.1 方差-尺度关系

本文中的“尺度”即规则网格 DEM 中的网格大小。方差-尺度关系的研究最早可追溯到克里格关系式<sup>[13]</sup>:

$$\text{var}(v/A) = \text{var}(v/V) + \text{var}(V/A) \quad (1)$$

式中,  $A$  为研究区域;  $v$  为较小采样单元;  $V$  表示较大采样单元。

方差-尺度关系的应用也见于生态学领域, Wiens<sup>[14]</sup>就尺度效应进行论述并指出, 保持区域不变时, 观测颗粒度 (同分辨率) 的增加会使更多样本间的差异和变异性被包进样本内 (被均化),

使得空间方差减小。Marceau 等<sup>[15]</sup>从遥感领域说明当粗化空间分辨率时,谱细节的逐渐结合减小了方差。方差随尺度变化的固有关系亦可从物理过程的谱理论进行理解<sup>[16-18]</sup>。不同的网格/子单元大小对应不同的谱频率,该频率成为真实物理过程的频率分界线,将完整的物理过程分成“解决尺度”(resolved scale)和“子网格尺度”(sub-grid scale)。随着网格尺寸的增大,分界频率减小,“解决尺度”谱的面积(即方差)减小。

## 1.2 预设插值评价体系

从散点插值到规则格网模型的过程与尺度密切相关。高程散点插值成规则 DEM 是一个降尺度过程<sup>[19]</sup>,其从某曲面中选取一定的采样点,用此散点数据集插值得到更小尺度(分辨率)下规则格网的点数值。方差可被用作已量化 DEM 中高程的变异性指标,各插值尺度分别对应一方差值,因此不同插值方法可得到对应的方差-尺度关系线。本文将方差-尺度的单一递变规律引入 DEM 插值方法评价中,根据必要性条件提出一种新型评价体系,其中包含三个预设的评价准则。

- 1) 在给定研究区域内,必存在一理论方差-尺度关系线,变量的方差随尺度增大而减小;
- 2) 合理的插值方法的方差-尺度关系线应满足上述的理论递变规律;
- 3) 若某种插值方法的方差-尺度关系线更接近理论方差关系线,则该方法的插值精度更高。

第一条准则是基于曲面中所有点尺度数据已知时的理想情形,该曲线是曲面的特征线,仅反映了 DEM 随网格尺度变大产生的均化效应;第二、第三条准则分别以递变规律、逼近程度作为约束条件。具有尺度对应关系的方差在此评价体系中作为 DEM 插值结果的统计指标。这些准则是根据常识进行预设的,尚无实践结果的佐证。接下来将依据各案例结果对三项预设准则进行检验及相应修改,最终得出较全面可靠的评价准则。

## 2 高斯合成曲面插值比较

选取有明显起伏的高斯合成曲面作为理论曲面,研究区域为 $[-3, 3] \times [-3, 3]$ ,则 $-6.5510 < f(x, y) < 8.1062$ 。由§1中结论,该曲面中也应存在理论的方差-尺度递变规律。因表达式较复杂,需采用近似方法求得各单元格网的积分均值。将各单一网格继续离散成 $n(n \geq 100)$ 个子网格(即加密网格),子网格面积非常小,各子网格的中心点值近似等于各子网格的均值,以子网格均

值统计得各单一网格内的近似理论均值,求得对应尺度下的方差。

将研究区域划分成 $100 \times 100(0.06)$ 规模的网格,选取网格内的中心点值作为规则采样点集,利用不同方法插值成不同尺度大小的区域分布,统计各尺度所对应的区域方差。本文选取 0.03 ( $200 \times 200$ ), 0.02 ( $300 \times 300$ ), 0.01 ( $600 \times 600$ ), 0.006 ( $1000 \times 1000$ ), 0.005 ( $1200 \times 1200$ ), 0.003 ( $2000 \times 2000$ ), 0.002 ( $3000 \times 3000$ ) 这 7 组不同的尺度进行计算,并选取预处理共轭梯度法 (preconditioned conjugate gradient, PCG) 求解 HASM 中的大型线性代数方程组。后文中“HASM”表示 HASM-PCG 方法的计算结果, HASM 插值使用 Spline 方法的结果作为初值场。Spline、Kriging 以及 IDW 方法均采用 ArcGIS 9.3 中的计算模块,各参数均采用默认设置,所得各方法的方差值见图 1。为研究采样密度所引起的问题,本文引入“采样方差”,即人工选取插值尺度下各网格的中心点值,亦即通过人工加密采样得到一套更加密集的采样点集,统计该点集的方差。

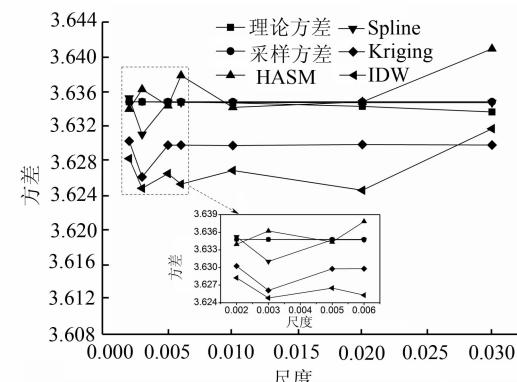


图 1 各方法尺度-方差关系线对比图

Fig. 1 Curves of Variance-scale Relation  
Computed with Different Methods

由图 1 可知,理论方差线同采样方差线非常接近,随着尺度的减小,理论方差均化效应减小,因此方差逐渐增大。采样方差值基本不随尺度而变化,可见在该曲面下,原始样本的采样密度已经足够抓住曲面特征。4 种插值算法的方差关系线各具特征,但没有一条插值关系线的变化趋势与理论方差线一致,因此第二条预设评价准则有待商榷。图 1 中 Spline 的方差关系线几乎与采样方差关系线重合,仅在 0.003 尺度下出现突然下降;HASM 则在不同尺度上出现方差值的抖动,整体上高于理论方差关系线;Kriging 的变化趋势几乎与 Spline 一致,但整体方差值小于 Spline;

IDW 在 0.03 尺度处的方差值最大,之后一直振荡,且同 Spline 和 Kriging 一样,在 0.003 尺度上出现最低值。总体而言,在采样密度较大的情况下,HASM 和 IDW 有较明显的尺度效应,Spline 和 Kriging 相对稳定。

因第二条评价准则无法用来约束插值结果,本文尝试使用第三条准则,即比较各插值方差关系线与理论方差线的距离来判断。可得,Spline 在整体上最优,但是在 0.003 尺度的结果可能存在突变;HASM 的插值精度略低于 Spline,主要是该方法充分利用了采样点信息,可能在某些尺度下夸大了整体的变异性,但插值至较小尺度的结果精度较高;Kriging 在较密集采样点下可能无法充分利用采样点信息,坦化了局部地形,削减了曲面整体的变异性;IDW 则因其固有的建模假定,在构建曲面时可能存在一定程度的失真,且尺度效应明显。贾旖旎<sup>[20]</sup>等也在研究中表明,高斯合成曲面插值比较时,Spline 的精度高于 Kriging,而 IDW 法在三者中精度最低。

由本案例可知,第二条评价准则需要进一步研究和修改,但可继续使用第三条准则,即在方差-尺度关系图中直观比较各方法的方差关系线同理论方差关系线之间的距离,距离越小,插值精度越高,所得评价结果符合以往研究中对各插值方法精度评价的结论。此外,采样点集的方差因采样规则和密度的不同变化较大,但本案例中的采样密集较大,采样方差关系线可以近似作为理论方差关系线。

### 3 DEM 插值精度比较

#### 3.1 规则采样案例

本文选用江西与福建交界地区 90 m 精度的 DEM 源数据,选取起伏变化较大的局部区域,网格规模  $60 \times 60$ ,最大高程 939 m,最小高程 100 m,平均高程 384.17 m,将点阵设为真实地形中的规则采样点集。根据评价准则中的第一条,此区域中必定存在一条理论方差-尺度关系线,但无法近似获取。本例中亦无法获取类似数值案例中规则分布的人工加密采样点,需要通过近似方法获取。在此假设已有采样数据升尺度所得各较大尺度下的方差变化趋势与相应尺度下的采样方差变化趋势相似。因此可对空间升尺度后的各方差拟合,并推求变化趋势,利用曲线拟合公式推求得更小尺度上的采样方差近似值。首先使用空间聚合法将原始数据升尺度成不同尺度下的 DEM,并

选用二次曲线进行拟合,将拟合得到的采样方差曲线近似作为理论方差曲线进行插值精度比较。利用不同方法插值成更小尺度上的高程分布,统计区域在各尺度下的方差。选取 30 m、15 m、10 m、9 m、6 m、5 m、3 m、1 m 这 8 组尺度,各方法的参数设置同 § 2 实验,方差-尺度关系见图 2。

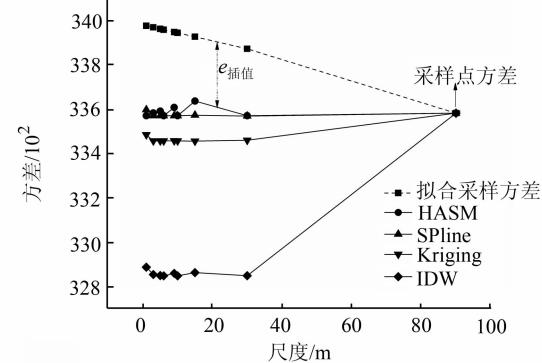


图 2 各方法方差-尺度关系线对比图

Fig. 2 Curves of Variance-scale Relation  
Computed with Different Methods

如图 2 所示,拟合的采样方差关系线高于 4 种插值方法所得的方差关系线。HASM 线在区间中存在细微波动,整体上略高于 Spline 线,两者在各尺度上的方差与原始采样点方差基本一致。Kriging 法所得方差曲线在整体上小于前两种方法,各尺度的方差值基本不变,数值上略小于原始采样点方差。IDW 法求得的方差远小于原始采样点方差,之后平稳波动。同数值实验一样,图 2 中 4 种方法所对应的方差-尺度曲线均未呈现第二条预设评价准则中的趋势,即方差随尺度增大而减小。即使是在 § 2 实验中被认为插值精度较高的 HASM 法和 Spline 法,也仅仅保持方差不变,Kriging 法略呈逆趋势,而 IDW 法则明显违背了这一规律。该案例中所有的插值过程都没有提高实际的精度,HASM 法、Spline 法仅是最合理地插补了各尺度下网格所缺失的数据,使整体曲面的变异性保持在一个平稳水平。而 IDW 法所得到的高程分布则可能极大地坦化了真实的地形特征,降低了原始数据的精度,这与陈吉龙等<sup>[21]</sup>得出的“IDW 法对地形具有很强的平坦化作用”的观点相吻合。

与数值实验中过密采样情况相反的是,此案例中的研究区域地形复杂,高程变化剧烈,90 m 间隔的采样密度显然过于粗糙,无法抓住真实地形的变化特征。但有趣的是,过密和过疏采样下,各方法的方差都基本呈现不变的趋势。第二条趋势的评价准则可能受到地形复杂度和采样点密度

的综合制约,需要进行针对性的修改。本案例中,通过比较各插值方差曲线与拟合采样方差曲线间距离可知,HASM 的精度略高于 Spline, Spline 高于 Kriging, IDW 的插值精度最低。

### 3.2 不规则采样案例

在常规测量中,源数据多是不规则采样点集。为进一步验证本文所提出的精度评价体系的可行性,选取陕西省咸阳市大佛寺附近( $35^{\circ}05'N, 108^{\circ}00'E$ )的地形数据,裁取  $600 \times 600$  m 的实验区,其中有 1 480 个采样散点,最小高程为 1 175.04 m,最大高程为 1 494.34 m,平均高程为 1 281.48 m,如图 3 所示。采样密度约 4 111 点/ $km^2$ ,折合平均采样间隔约为 15 m,采样密度已能抓住地形的基本特征。

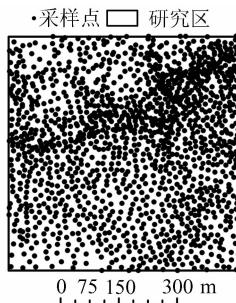


图 3 研究区位置及高程散点分布图

Fig. 3 Location of Study Area and Map of the Distribution of Elevation Samples

本文选取最大尺度为 15 m( $40 \times 40$ ),其他尺度分别为 10 m、6 m、5 m、3 m、2 m、1 m。4 种插值方法的参数都与数值案例中一致,计算所得各插值方法的方差-尺度关系线,如图 4 所示。不规则采样案例中无法获取近似的采样方差曲线,但可从采样点的方差值了解其大致位置和趋势。显然,HASM 和 Spline 在所有尺度上的方差值均大于 Kriging 和 IDW。沿图 4 中的箭头方向,HASM 和 Spline 的方差值在 15~5 m 尺度区间内稳定减小,在小于 5 m 的区间中基本不变;Kriging 的方差曲线在前期呈现极小的增加趋势,而后稳定不变;IDW 的方差值保持不变。与前两个案例不同的是,HASM 和 Spline 在 15~5 m 区间中的变化趋势与理论变化规律相反。但观察各方法在小于 5 m 尺度内的变化,则会发现其规律同规则采样案例中的变化趋势相似,可以推断,该采样点集插值至小于 5 m 的尺度时,已经无力提高曲面的真实精度。

采样点数(1 480)同 15 m 尺度所对应的网格单元数(1 600)非常相近,该尺度上插值所得数据集的方差应与采样点方差相近;同时考虑到插值

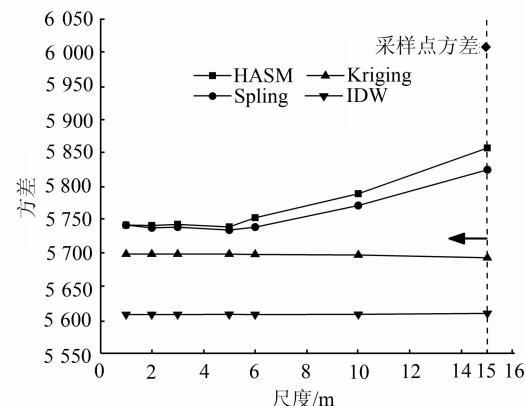


图 4 不规则采样案例中不同插值方法得到的方差-尺度关系线

Fig. 4 Curves of the Variance-scale Relation Computed by Different Interpolation Methods

算法普遍存在的光滑效应<sup>[22]</sup>,其值必小于采样点集的方差。如图 4 中虚线上的各点所示,采样点集的方差(6 004)大于 HASM 的方差值 5 857,而后依次是 Spline 方差 5 825, Kriging 方法 5 694 和 IDW 方法 5 611。就理论而言,更优的插值方法在点规模相似的情况下应尽可能控制光滑效应以保证原始数据的精度,与采样点方差间的差异度反映了各插值算子的光滑效应程度。显然 HASM 最大程度地保持了原始数据集的采样精度。HASM 与 Spline 插值算子的光滑效应继续作用于后期尺度区间中,使其 15~5 m 区间中呈现减小的趋势,而 Kriging 法和 IDW 法在此区间中基本没有变化,两者在理论上似乎无法充分利用采样点集精细刻画局部的地形特征。可推断,在现实地形插值案例中,采样密度足够的条件下,各尺度的插值方差应小于采样点方差,合宜的插值方法因插值算子的光滑效应,其方差-尺度关系在前期(尺度较大)应呈减小的趋势,之后趋于稳定,前期尺度区间可以作为源数据生成插值产品的有效尺度区间。

结合图 2 和图 4 可知,理论的方差-尺度递变规律在现实 DEM 插值应用中无法满足,其原因是采样密度、插值方法属性及插值尺度的综合效应。第二条评价准则需修改为在实际 DEM 插值中,采样点密度不足或过密时,插值方差变化不大;采样点密度合宜时,合理的插值方法所得的方差-尺度关系线在前期较大尺度时不断减小,之后保持不变。采样点方差作为原始方差的近似被纳入评价体系,综合方差-尺度关系线的递变趋势及逼近程度准则来进行近似评价,即在递变趋势合理的前提下,整体插值方差越靠近采样点方差值,插

值精度越高。

### 3.3 不同采样密度案例

采样密度对于各插值方法的方差-尺度关系有较大影响,采用随机抽样法,就采样密度的影响进行初步分析,以进一步完善和检验插值评价准则。因直接从原始样本集中随机抽取不同比例的样本存在许多不合理性,为保证各插值样本集间的关联性,本文采取递进式随机抽样法,各项参数见表 1。

表 1 递进式抽样中的各项参数

Tab. 1 Parameters of Four Progressive Sampling Processes

抽样次数	样本数	抽样比例/%	抽样数	占总样本数比例/%	对应采样间隔/m
1	1 480	80	1 184	80	17
2	1 184	75	888	60	20
3	888	67	594	40	25
4	594	50	297	20	30

图 5 给出了地形概况及散点位置信息,3D 阴影地形选取上节实验中 5 m 尺度的 HASM 插值结果。80%、60% 和 40% 在右上角山谷与山脊的交界处的采样点密度变化较其他区域更小;较之其他三种密度,20% 的样点集存在视觉上的密度突变,整体和局部样点密度都不足以抓住固有的地形特征,40% 的采样密度在此例中被认为是较完整地刻画了地形的最低密度。

采样点方差作为采样点高程的整体变异性指标被继续纳入本节的分析中。本文所选用的

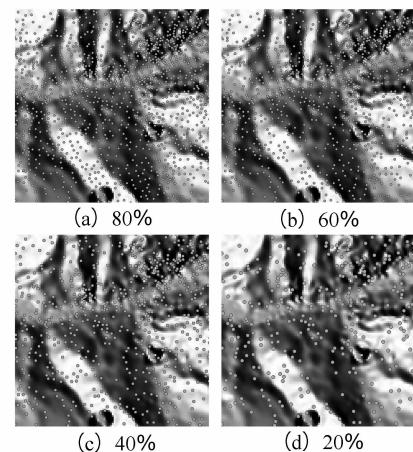


图 5 不同采样密度的样点分布图

Fig. 5 Distribution of the Samples with Different Sampling Densities

HASM 版本因迭代时间等问题,需考虑初值场的稳定性及合理性,前期实验中均假设 Spline 的结果较为稳定,但在此案例中,Spline 的结果出现许多不稳定情况,因此本节中 HASM 改用 Kriging 的初值场进行计算。4 组不同密度的采样点集下,各方法所得到的方差-尺度关系见图 6。80%、40% 的采样密度下,采样点方差与各方差-尺度曲线的关系同原始采样点集结果较为相似。已知 40% 的采样点集多分布在地形骨架上,平坦区域比例较少,因此其方差数值较大,可得到较好的插值结果。

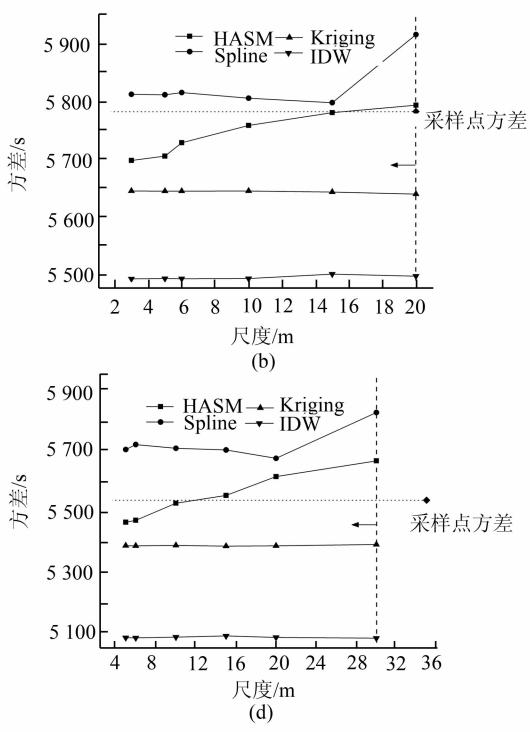
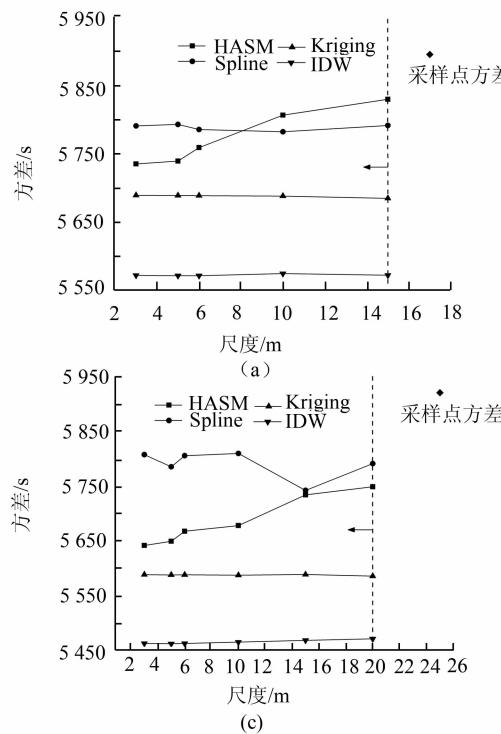


图 6 不同采样密度下四种插值方法所得方差-尺度关系线

Fig. 6 Curves of the Variance-scale Relation Computed by Four Interpolation Methods Using Different Sampling Densities

插值尺度的改变对于 Spline 的插值结果影响很大,除 80% 的采样密度外,其余均有不同程度的振荡。虽然 Spline 整体方差值较高,但破坏了递变趋势,且在 60% 和 20% 的采样密度下,各尺度的方差值都超过了采样点方差,很可能夸大了区域内的高程变异性。由此可推论,Spline 在采样点具有足够密度时,其插值精度优势更为显著,但在采样密度不足或分布不均时,易夸大区域中的高程变异性,导致插值结果失真和不稳定,存在较强烈的尺度效应。

HASM 在不同采样密度下的方差变化趋势都较稳定,均符合修改后的第二条评价准则。在 80% 和 40% 的采样密度下,HASM 均表现出最佳的插值精度,而在 60% 和 20% 的采样密度下,前期较大尺度的方差值大于采样点方差。在 60% 密度中,因较大比例的采样点分布于平坦区,减小了对应采样尺度的方差,因此较大尺度下 HASM 所得的较大方差值也是合宜的,但在 20% 的采样密度下的插值精度无法令人信服。由此可推论,HASM 法在合宜的采样密度和样点分布下,所得到的插值结果是最优的,光滑效应的使用需结合实际的样点分布特性进行考虑,HASM 并不适用于采样密度不足的条件。

Kriging 和 IDW 的特征基本不受插值尺度的影响。IDW 呈现出一贯的低精度,对于采样密度的敏感性很低。这也说明, IDW 在真实世界插值中,无论采样点密度如何,所得结果都无法令人满意。相较 IDW, Kriging 则更加稳健可靠,当采样点密度极度不足时(20%), Kriging 方法的结果显然是最可靠的。但 Kriging 在采样点密度足够时,似乎无法充分利用采样点的变异信息构建精确的局部地形变化,致使出现削峰填谷的现象。因此在采样点非常密集时,并不推荐使用 Kriging 方法。

## 4 结语

本文针对 DEM 插值方法,提出了三项预设的评价准则。由于地形的复杂特性、插值算子的光滑效应以及尺度的综合效应,理论的渐变趋势无法达到,但引入采样方差后,仍可以方差的递变趋势及方差的整体大小作为精度的评价依据。第二条预设评价准则修改为,采样点密度不足或过密时,插值方差变化不大;采样点密度合宜时,合理的插值方法所得方差-尺度关系线在前期较大尺度时不断减小,之后保持不变。第三条评价准

则变为:插值方法的方差-尺度关系线越接近采样方差值,插值精度越高。

利用此评价体系对不同采样密度下各插值方法进行精度评价时发现,较高采样密度的数据适宜选用 HASM 和 Spline 法进行插值;采样密度不足但样点分布具有地形代表性时,适宜使用 HASM 法;采样密度极度不足时,建议使用稳健的 Kriging 法。多个案例的实验数据均表明,基于方差-尺度规律的插值精度评价体系在理论和实际应用中合理可行,为 DEM 插值方法评价提供了一套新的标准和框架。但需指出的是,本文提出的评价体系仍以定性化评价为主,定量化的评价方法及指标尚不成熟,仍待进一步研究。

## 参 考 文 献

- [1] Tang Guoan, Liu Xuejun, Lv Guonian. Theory and Methods of Digital Elevation Model and Geoanalysis [M]. Beijing: Science Press, 2005 (汤国安, 刘学军, 闾国年. 数字高程模型及地学分析的原理与方法 [M]. 北京: 科学出版社, 2005)
- [2] Huang Jian. Checking on the Quality of DEM[J]. *Bulletin of Surveying and Mapping*, 2002, 2: 55-56 (黄健. 数字高程模型的质量检查 [J]. 测绘通报, 2002, 2: 55-56)
- [3] Wang Guangxia, Cui Kai, Dai Jun. The Accuracy Evaluation of DEM Based on Fractal Analysis[J]. *Journal of Institute of Surveying and Mapping*, 2005, 22(2): 107-109 (王光霞, 崔凯, 戴军. 基于分形的 DEM 精度评估 [J]. 测绘学院学报, 2005, 22(2): 107-109)
- [4] Zhou Xinghua, Yao Yiqiang, Zhao Jixian. Research on Interpolation and Accuracy Assessment of DEM [J]. *Science of Survey and Mapping*, 2005, 30(5): 86-88 (周兴华, 姚艺强, 赵吉先. DEM 内插方法与精度评定 [J]. 测绘科学, 2005, 30(5): 86-88)
- [5] Li Zhilin, Zhu Qing. Digital Elevation Model [M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2000 (李志林, 朱庆. 数字高程模型 [M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2000)
- [6] Hu Peng, Yang Chuanyong, Wu Yanlan. New DEM Theories, Methods, Standards and Application [M]. Beijing: Surveying and Mapping Press, 2007 (胡鹏, 杨传勇, 吴艳兰, 等. 新数字高程模型: 理论、方法、标准和应用 [M]. 北京: 测绘出版社, 2007)
- [7] Wise S. Assessing the Quality for Hydrological Applications of Digital Elevation Models Derived from Contours [J]. *Hydrological Processes*, 2000, 14(11-12): 1 909-1 929

- [8] Li Z L. Theoretical Models of the Accuracy of Digital Terrain Models: An Evaluation and Some Observations [J]. *The Photogrammetric Record*, 1993, 14(82): 651-660
- [9] Huang Y D. Evaluation of Information Loss in Digital Elevation Models with Digital Photogrammetric Systems [J]. *The Photogrammetric Record*, 2000, 16(95): 781-791
- [10] Aguilar F J, Aguilar M A, Aguera F, et al. The Accuracy of Grid Digital Elevation Models Linearly Constructed from Scattered Sample Data [J]. *International Journal of Geographical Information Science*, 2006, 20(2): 169-192
- [11] Shi W, Li Q, Zhu C. Estimating the Propagation Error of DEM from Higher-order Interpolation Algorithms [J]. *International Journal of Remote Sensing*, 2005, 26(14): 3 069-3 084
- [12] Hu P, Liu X H, Hu H. Accuracy Assessment of Digital Elevation Models Based on Approximation Theory [J]. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 2009, 75(1): 49-56
- [13] Journel A G, Huijbregts C J. Mining Geostatistics [M]. London : Academic Press, 1978
- [14] Wiens J A. Spatial Scaling in Ecology [J]. *Functional Ecology*, 1989, 3(4): 385-397
- [15] Marceau D J, Howarth P J, Gratton D J. Remote Sensing and the Measurement of Geographical Entities in a Forested Environment. 1. The Scale and Spatial Aggregation Problem [J]. *Remote Sensing of Environment*, 1994, 49(2): 93-104
- [16] Smagorinsky J. Global Atmospheric Modeling and the Numerical Simulation of Climate [M]. New York: John Wiley & Sons, 1974: 633-686
- [17] Kirnbauer R, Blöschl G, Gutknecht D. Entering the Era of Distributed Snow Models [J]. *Nordic Hydrology*, 1994, 25(1): 1-24
- [18] Blöschl G, Sivapalan M. Scale Issues in Hydrological Modelling - a Review [J]. *Hydrological Processes*, 1995, 9(3-4): 251-290
- [19] Blöschl G. Statistical Upscaling and Downscaling in Hydrology [M]. London: John Wiley & Sons, 2006
- [20] Jia Yini, Tang Guoan, Liu Xuejun. The Impact of Elevation Interpolation on the Accuracy of Gradient and Aspect from DEMs [J]. *Journal of Geo-information Science*, 2009, 11(1): 36-42 (贾旖旎, 汤国安, 刘学军. 高程内插方法对DEM所提取坡度、坡向精度的影响 [J]. 地球信息科学学报, 2009, 11(1): 36-42)
- [21] Chen Jilong, Wu Wei, Liu Hongbin. Effect of DEM Interpolation on the Slope and Aspect [J]. *Research of Soil and Water Conservation*, 2008, 15(6): 14-17 (陈吉龙, 武伟, 刘洪斌. DEM内插算法对坡度坡向的影响 [J]. 水土保持研究, 2008, 15(6): 14-17)
- [22] Myers D E. Statistical Models for Multiple-scaled Analysis [M]. Boca Raton, FL: Lewis Publishers, 1997: 273-293

## Application in Accuracy Assessment for DEM Interpolation Methods Based on a Variance-scale Law

YANG Hai<sup>1,2</sup> WANG Chuanhai<sup>1,2</sup> MA Tengfei<sup>1,2</sup> GUO Weijian<sup>1,2</sup>

1 State Key Laboratory of Hydrology-Water Resources and Hydraulic Engineering,  
Hehai University, Nanjing 210098, China

2 College of Hydrology and Water Resources, Hohai University, Nanjing 210098, China

**Abstract:** A new accuracy assessment framework for interpolations, based on a variance-scale law, is proposed in this paper. Based findings in different research areas, it has been shown that the variance of a certain variable decreases with a growing scale. According to this theoretical law, three presupposed assessment criteria have been proposed. Application cases in DEM interpolation were selected and four common methods, i.e., HASM, Spline, Kriging, and IDW were chosen for comparison in this new framework. The second assessment criterion, regarding changing trends, was found to be questionable in a numerical test. The results of two real-world DEM interpolation cases indicate that the theoretical changing trend in the variance-scale relation cannot be obtained in real terrain cases because of an complicated integrated effects, characteristic of the real-world terrain, and the smoothing effect of interpolators and interpolation scales. However, as the original sampling variance was intro-

duced into the framework, the general changing trend of variances and the overall level of variances at most scales could still be used as accuracy assessment measures even under different sampling densities. After modifying the second and the third criterion, the final three criteria in this assessment framework were established. Both the numerical surface case and real-world DEM examples indicate that this assessment framework is simple in theory, convenient for use, and is an objective and effective assessment method, widening the field of accuracy assessment in DEM interpolation. Moreover, based on the results of different sampling densities, this framework can also provide valuable application suggestions for choosing suitable interpolation methods in real-world cases.

**Key words:** interpolation methods; DEM; accuracy assessment; variance; scale; HASM

**First author:** YANG Hai, PhD candidate, specializes in hydrological modeling in flat area and DEM interpolation assessment. E-mail: yhasan@163.com

**Foundation support:** State Major Project of Water Pollution Control and Management, No. 2014ZX07101-011; Special Research Foundation for the Public Welfare Industry of Ministry of Water Resources, No. 201301075.

(上接第1576页)

level and discharge estimation for each grid cell. To solve this problem, a double-layer asynchronous iterative algorithm is proposed. The outer iterative process controls the flood routing time, while the inner iterative process adaptively selects the step size and the times for iterations by analyzing the flood velocity characteristics of different grid cells. FloodArea, the uniform iterative algorithm and the double-layer asynchronous iterative algorithm are applied to simulate historical heavy rain flood processes in the Wan'an basin in Fujian province. Experimental results show that the simulated results of the double-layer asynchronous iterative algorithm are most consistent with actual disaster data. The average error in the proposed algorithm is less than FloodArea, 0.361 m and less than the uniform iterative algorithm, 0.654 m. The proposed method effectively improves the integral accuracy of flood routing simulation.

**Key words:** flood routing; double-layer asynchronous iteration; hydrodynamics; digital elevation model; raster data

**First author:** LIU Xiuguo, PhD, professor, specializes in GIS and its application. E-mail: liuxg318@163.com

**Corresponding author:** ZHANG Wei, PhD. E-mail: zw\_paper@163.com

**Foundation support:** The National Natural Science Foundation of China, No. 41501584.