

基于内接正八面体的近似等积格网变形分析

孙文彬¹ 周长江¹

1 中国矿业大学(北京)地球科学与测绘工程学院,北京,100083

摘要:介绍了一种基于内接正八面体和 Snyder 投影的近似等积格网构建方法。先构建与球面面积相等的正八面体,将正八面体的面作为初始剖分面,然后采用四元三角剖分方法将初始剖分面分割成层次嵌套的三角格网,利用 Snyder 等积投影将正八面体面上的层次格网投影至球面,用大圆弧代替 Snyder 投影弧,构建近似等积的全球离散格网系统。在分析 Snyder 投影弧和大圆弧差异的基础上,依次计算各层次格网的面积、长度、角度值;根据计算结果分析了不同层次近似等积格网面积、长度、角度变形规律及空间分布特征。结果表明,随着剖分层次数的增加,格网面积误差呈减小的趋势;剖分层次数为 10 时,99.8% 的格网面积偏差在 -10% ~ 10% 之间,面积变形较大的格网均位于由正八面体面的中心到三个顶点的连线附近;格网长度、角度最大值与最小值的比均呈收敛的趋势,分别收敛至 1.73 和 3.03。

关键词:正八面体;几何变形特征分析;四元三角剖分;近似等积格网;Snyder 投影;层次剖分;几何变形收敛趋势

中图法分类号:P208

文献标志码:A

全球离散格网是基于(椭)球面的一种可以无限细分,但又不改变形状的地球体拟合格网,当细分到一定层次时,可以达到模拟地球表面的目的。它具有良好的离散性、层次性和全球连续性^[1-6],已广泛应用于空间数据索引、DEM 数据可视化、海洋分析建模^[7]、影像数据管理^[8]等方面。但目前全球离散格网的应用多集中在定性分析方面,在诸如地学统计等定量分析方面的应用极少^[9]。为此,国内外众多学者对全球离散格网的面积、角度、长度、紧致度等变形规律进行了较为深入的研究。Kimerling 等给出了评价格网几何特征优越性的标准^[10-12],并指出格网等积性、几何和拓扑一致性是拓展全球离散格网应用的重要基础。White 等分析了基于内接正多面体格网的面积和紧致度变形规律,并绘制了格网面积、紧致度的变形统计直方图^[11];Kimerling 等探讨了全球离散格网的面积和角度变形情况,绘出了面积和角度变形的等值线分布图^[10,13];Gregory 等分析了内接正八面体和正二十面体离散格网边的中点比率(cell wall midpoint ratio)变化规律^[14];Ming 等研究了 QTM(quad triangle mesh)、Snyder 投影格网的面积变形情况^[15,16];赵学胜等探讨了

QTM 格网面积、角度、长度的变形规律及收敛趋势^[17];贲进等研究了球面等积六边形格网的几何变形规律^[18];张胜茂对比分析了正八面体和正二十面体格网的面积变形情况^[19];白建军等探讨了椭球面离散格网的几何变形规律及收敛趋势^[20]。本文介绍了一种基于内接正八面体和 Snyder 投影的近似等积格网构建方法,为拓展全球离散格网在地学统计等定量分析方面的应用奠定基础,并分析其规律。

1 近似等积格网的生成

目前,全球离散格网构建多采用投影法。投影法是先在辅助体表面按照一定的规则进行层次细分,再采用 Gnomonic、Snyder 等投影方式将格网映射到球面,如 QTM^[20-25]等,辅助体多选用阿基米德立体。投影法大多能保证格网系统的嵌套层次性。为此,本文采用投影法来生成近似规则等积格网系统。与其他阿基米德立体相比,正八面体每个面均为等边三角形(图 1(a)),具有良好的几何特性^[21-25],且其边与球面主要经线和纬线重合,到球面的投影转换简单高效,适合作为本文

的辅助剖分体。

构建等积格网时,首先需要构建与球面等积的正八面体,然后在其表面构建等积格网,再将它们投影至球面。要保证正八面体的表面积与球面面积相等,则由正八面体中心到顶点的长度必然会大于(投影)球的半径,会形成正八面体与球面相割的情况(图1(b));然后采用四元三角剖分方式在正八面体的表面构建等积格网(图1(c));最后应用 Snyder 投影实现正八面体表面格网到球面的映射(图1(d))。

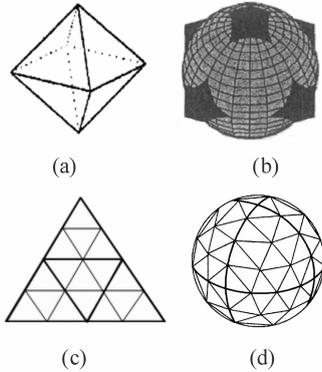


图1 基于投影法的等积格网构建

Fig. 1 Constructing Equal-area Grid Based on Projection

由于 Snyder 投影以牺牲格网的形状为代价来保证格网的等积性,且 Snyder 投影弧非大圆弧,导致严格等积格网的计算度量异常复杂。为此,本文采用 Snyder 投影的方式将正八面体表面格网的顶点映射到球面,映射后各顶点用大圆弧进行连接。这样就可利用球面面积、长度、角度等公式直接计算格网的几何量。尽管采用该方式会使格网等积性变差,但是极大地提高了格网度量计算的效率。本文通过实验分析了 Snyder 投

影弧与大圆弧线的差异,如图2所示。图2中折线为 Snyder 投影弧,光滑曲线为大圆弧。由图2可知,随着剖分层次的增加,绝大多数的 Snyder 投影弧与大圆弧几乎重合。

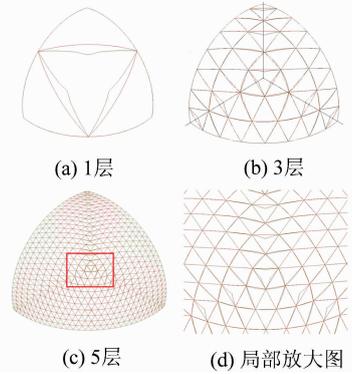


图2 Snyder 投影弧与大圆线的差异

Fig. 2 Difference of Great Circle and Snyder Projection Arc

2 格网变形特征分析

格网的几何变形及收敛性分析是进行空间统计分析的重要基础。为此,本文对近似等积格网的变形情况进行了深入研究,使用面积偏差率来表示格网面积变形情况:

$$P = \frac{S_N - S}{S} \quad (1)$$

式中, P 为面积的偏差率; S 为投影前的平面格网面积; S_N 为投影后的格网面积。试验中,首先计算出每个格网的面积,再统计出各剖分层次格网面积偏差率的最小值、最大值,并给出不同误差范围格网的分布情况,如表1所示。

表1 不同面积变形格网的统计情况

Tab. 1 Statistics of Grid Numbers with Different Area Distortion

层次	面积偏差率的最小值	-40%~-30%	-30%~-20%	-20%~-10%	-10%~0	0~10%	10%~20%	20%~30%	30%~40%	面积偏差率的最大值	面积偏差率最大值与最小值的比
1	-0.135	0	0	3	0	0	0	0	1	0.404	1.623
2	-0.287	0	4	0	0	9	0	3	0	0.242	1.742
3	-0.303	3	3	3	21	27	0	7	0	0.287	1.847
4	-0.327	10	6	0	105	120	3	6	6	0.314	1.952
5	-0.338	24	6	3	453	507	0	10	21	0.330	2.009
6	-0.343	55	9	0	1 941	2 028	3	6	54	0.339	2.038
7	-0.346	120	6	3	7 971	8 157	0	10	117	0.344	2.055
8	-0.347	247	9	0	32 343	32 682	3	6	246	0.346	2.061
9	-0.348	504	6	3	130 164	130 956	0	10	501	0.347	2.066
10	-0.348	1 015	9	0	522 837	523 692	3	6	1 014	0.348	2.067

由表1可知,随着剖分层次的增加,面积偏差率最小值的绝对值逐步增大。剖分层次为1时,最小值为-0.135;剖分层次为10时,面积偏差率

最小值增大至-0.348。面积偏差率最大值也呈现出类似的规律,剖分层次为2时,最大值为0.242;剖分层次为10时,面积偏差率最大值增大

至 0.348; 格网面积偏差率的最大值与最小值比值也由 1.623 增大至 2.067。但面积偏差率的最大

值、最小值、格网面积最大/最小值的比均呈收敛趋势,如图 3 所示。

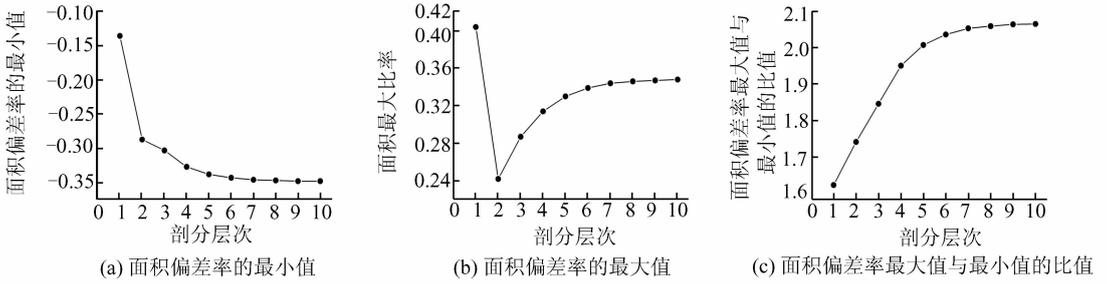


图 3 格网面积变形的收敛趋势

Fig. 3 Convergence Trend of Grid Area Distortions

面积偏差率的最小值、最大值仅说明了最坏情况格网面积的变形情况,不能表征格网变形的空间分布特征。为此,本文按 10% 的间隔统计了面积变形在各个区间的分布情况(表 1)。随着剖分层次的增加,格网面积偏差率大多都在 -10% ~ 10% 之间。以第 10 层剖分格网为例,99.8% 的格网面积偏差率在 -10% ~ 10% 之间。由表 1 可知,格网面积变形具有对称性,各正、负偏差率对

应区间内的格网数基本相等。绘制不同面积偏差率的格网空间分布图,如图 4 所示。图 4(a)、4(b)、4(c)分别是剖分层次为 5、6、7 时不同面积变形格网的空间分布情况。由图 4 可知,不同剖分层次时,由剖面中心点到三个顶点轴向上的格网面积变形较大,格网位置越靠近正八面体的三个顶点,格网面积变形越大;位于其他区域的格网面积偏差均在 [-5%, 5%] 之间。

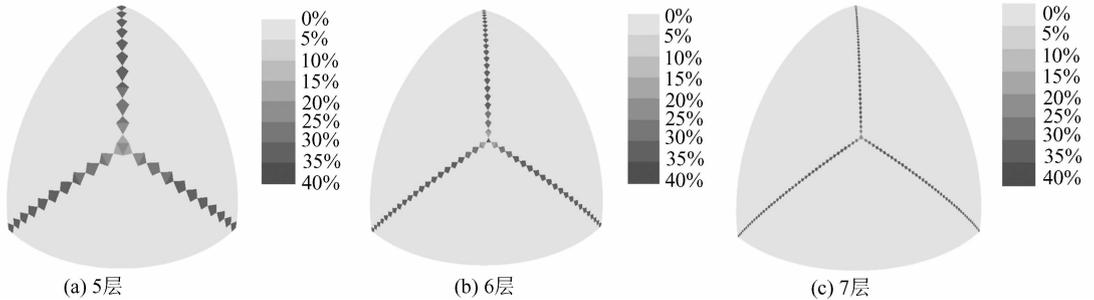


图 4 不同面积变形格网的空间分布情况

Fig. 4 Spatial Distribution of Different Area Distortion Grids

格网边长的差异是衡量格网一致性的重要指标之一。为此,本文引入了长度偏差率对格网边的变形情况进行分析。长度偏差率可表示为:

$$P_L = \frac{L_N - L}{L} \quad (2)$$

式中, P_L 为长度偏差率; L 为投影前平面格网的

边长; L_N 为投影后格网的边长。

首先计算出各剖分层次格网平均边长 L , 然后计算出投影后格网的边长, 最后利用式(2) 计算各格网边的长度偏差率。计算结果见表 2。由表 2 可知, 随着剖分层次的增加, 格网长度偏差率的最小值由 -0.18 增大至 -0.25; 最大值由 0.10

表 2 格网长度变形的统计情况

Tab. 2 Statistics of Grid Length Distortions

层次	长度偏差率的最小值	-30%~ -20%	-20%~ -10%	-10% ~0	0 ~ 10%	10%~ 20%	20%~ 30%	长度偏差率的最大值	长度偏差率最大值与最小值的比
1	-0.18	0	6	0	6	0	0	0.10	1.33
2	-0.20	6	12	0	12	18	0	0.12	1.41
3	-0.23	18	48	0	66	60	0	0.18	1.53
4	-0.24	60	198	0	210	276	24	0.22	1.59
5	-0.24	228	774	24	924	930	192	0.24	1.64
6	-0.25	906	3 108	84	3 642	3 732	816	0.26	1.67
7	-0.25	3 570	12 402	414	14 712	14 586	3 468	0.27	1.69
8	-0.25	14 208	49 694	1 636	58 686	58 032	14 352	0.28	1.71
9	-0.25	56 754	198 816	6 576	234 510	231 552	58 224	0.29	1.72
10	-0.25	226 920	795 198	26 460	937 980	924 246	234 924	0.29	1.72

增大至 0.29;长度偏差率的最大值与最小值比值由 1.33 增加至 1.72。与格网面积变形规律类似,格网边偏差率的最小值、最大值、最大与最小值的比均呈收敛的趋势,分别收敛至 -0.25、0.29、1.73 左右,如图 5 所示。此外,本文绘制了格网边变形的空间分布图,如图 6 所示。图 6

(a)、6(b)、6(c)分别为 5、6、7 层格网的长度变形空间分布情况。由图 6 可知,格网长度变形与面积变形具有相似的规律;由正八面体面的中心到三个顶点轴向上的格网长度变形较大;格网越靠近正八面体的三个顶点,其长度变形越大。

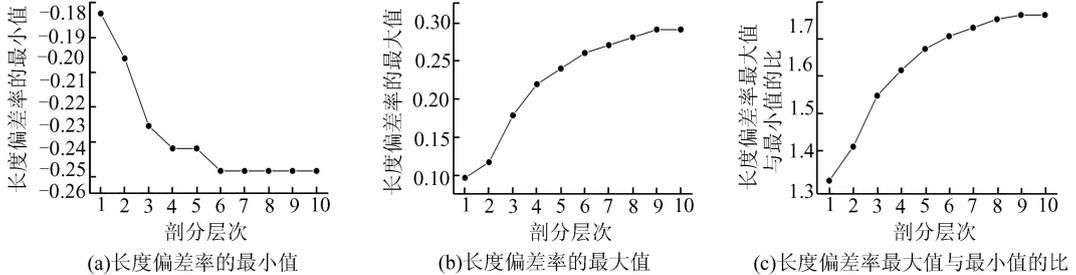


图 5 格网长度变形的收敛趋势

Fig. 5 Convergence Trend of Grid Length Distortions

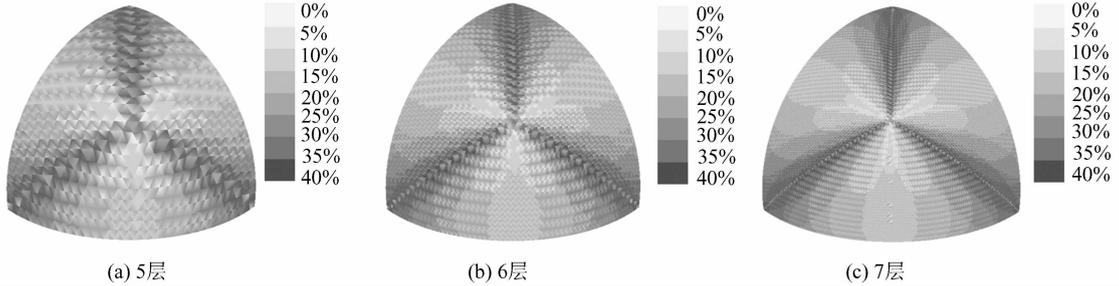


图 6 不同长度变形格网的空间分布情况

Fig. 6 Spatial Distribution of Different Length Distortion Grids

角度是描述格网均匀一致性的重要指标之一。与面积、长度度量方式相似,采用角度偏差率来度量格网角度的变形情况。角度偏差比率可表示为:

$$P_A = \frac{A_N - A}{A} \tag{3}$$

式中, P_A 表示角度偏差比率; A 为投影前平面格网的角度; A_N 为投影后对应的角度。

将投影前的格网角度值作为参考值,分别计算出投影后格网各角的角度值;利用式(3)计算出角度偏差率的最大值、最小值、最大/最小值比,列于表 3。由表 3 可知,随着剖分层次数的增加,格网

角度偏差率的最小值由 -0.09 增大至 -0.42;最大值由 0.52 增大至 0.75;最大与最小值的比由 1.68 增大至 3.03;但总体来看,格网角度变形的最大值、最小值、最大与最小值的比均呈收敛的趋势,如图 7 所示。投影前平面格网均为等边三角形,各角均为 60° ;而将它们投影转换到球面时,会出现球面超角的现象;这致使投影后的角度偏差率整体增大,导致角度变形最大值与最小值的比值增大。10 层格网时角度偏差最大值与最小值的比收敛至 3.03,远大于面积、长度变形最大值与最小值的比值。

表 3 格网最大、最小变形角度的统计情况

Tab. 3 Statistics of Max and Min Angle Distortions of Grids

层次	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
角度偏差率的最小值	-0.09	-0.25	-0.33	-0.38	-0.40	-0.41	-0.41	-0.42	-0.42	-0.42
角度偏差率的最大值	0.52	0.52	0.57	0.63	0.67	0.70	0.72	0.74	0.74	0.75
角度偏差率最大值与最小值的比	1.68	2.03	2.34	2.61	2.78	2.88	2.94	2.98	3.01	3.03

笔者对格网角度变形的空间分布特征进行了分析(表 4),分别统计了 -50%~80% 间不同角度变形的格网数目。以 10 层剖分格网为例,角度

变形量在 0~10% 之间的数目为 845 418 个,占 26.87%;角度变形在 10%~20% 的数量为 646 929 个,占 20.56%;同样,绘制了不同角度变

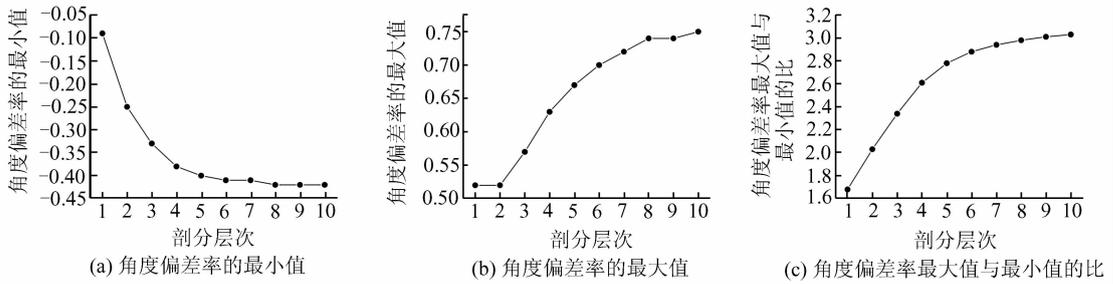


图 7 网格角度变形的收敛趋势

Fig. 7 Convergence Trend of Grid Angle Distortions

表 4 网格角度变形的统计情况

Tab. 4 Statistics of Grid Angle Distortions

层次	-50%~ -40%	-40%~ -30%	-30%~ -20%	-20%~ -10%	-10%~ 0	0~ 10%	10%~ 20%	20%~ 30%	30%~ 40%	40%~ 50%	50%~ 60%	60%~ 70%	70%~ 80%
1	0	0	0	0	6	0	3	0	0	0	3	0	0
2	0	0	15	0	0	12	18	0	0	0	3	0	0
3	0	12	42	12	9	54	30	24	3	0	6	0	0
4	0	84	144	27	30	201	165	84	18	0	9	6	0
5	0	360	540	129	69	828	615	420	81	0	12	18	0
6	126	1 392	2 034	549	213	3 324	2 529	1 644	414	0	15	42	6
7	708	5 394	8 159	2 140	693	13 277	10 018	6 726	1 887	24	27	54	45
8	3 270	21 217	32 447	8 631	2 573	52 917	40 378	27 007	7 841	72	48	93	114
9	14 010	84 150	129 738	34 311	9 724	211 451	161 595	108 468	32 313	162	87	171	252
10	58 050	335 010	518 238	137 400	37 638	845 418	646 929	434 646	131 046	330	171	333	519

形的网格空间分布图,如图 8 所示。图 8(a)、8(b)、8(c)分别为 5、6、7 层格网的角度变形空间分布情况。由图 8 可以看出,角度变形较大的格

网集中在正八面体格网的三个顶点附近和正八面体中点到三个顶点的连线附近。

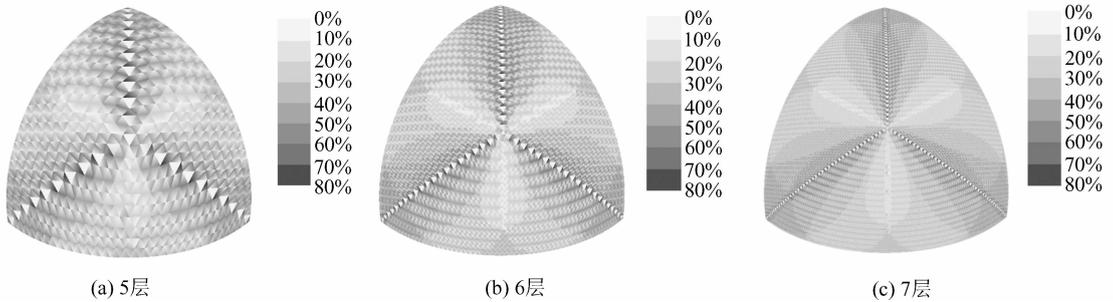


图 8 不同角度长度变形格网的空间分布情况

Fig. 8 Spatial Distribution of Different Angle Length Distortion Grids

3 结 语

基于内接正八面体和 Snyder 投影的全球离散格网具有良好的层次嵌套性和等积性。为了提高该格网系统的几何计算效率,本文用大圆弧代替严格的 Snyder 投影弧,构建了近似等积的离散格网系统,并分析了格网变形规律和收敛趋势。通过分析可知,应用大圆弧代替 Snyder 投影弧会导致产生格网的面积差异,但面积变形量较小;10

层剖分时,99.8%的格网面积偏差率在-10%~10%之间;面积变形较大的格网均在由正八面体格网中心到三个顶点的轴线附近。随着格网剖分层次的增加,格网长度和角度偏差率的最小值、最大值、最大值/最小值的比均呈收敛的趋势;长度和角度偏差率最大值与最小值的比分别收敛至 1.73、3.03。

参 考 文 献

[1] Geogory M J, Kimerling A J, White D, et al. A

- Comparison of Intercell Metrics on Discrete Global Grid System[J]. *Computer, Environment and Urban Systems*, 2008, 32: 188-203
- [2] Keister A R, Sahr K. Planar and Spherical Hierarchical, Multi-resolution Cellular Automata [J]. *Computer, Environment and Urban Systems*, 2008, 32: 204-213
- [3] Daniela R. Uniform and Refinable Grids on Elliptic Domains and on Some Surfaces of Revolution[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2011, 217: 7 812-7 817
- [4] Daniela R, Gerlind P. Uniform Spherical Grids via Equal Area Projection from the Cube to the Sphere [J]. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2011, 236: 1 033-1 041
- [5] Sahr K, White D, Kimerling A. Geodesic Discrete Global Grid Systems[J]. *Cartography and Geographic Information Science*, 2003, 30(2): 121-134
- [6] Sahr K. Location Coding on Icosahedral Aperture 3 Hexagon Discrete Global Grids[J]. *Computer, Environment and Urban Systems*, 2008, 32: 174-187
- [7] Titz S, Kuhlbrodt T, Feudel U. Grid Geometry Effects on Convection in Ocean Climate Models: A Conceptual Study[J]. *Ocean Modeling*, 2004, 7: 165-181
- [8] Teanby N A. An Icosahedron-based Method for Even Binning of Globally Distributed Remote Sensing Data[J]. *Computer & Geosciences*, 2006, 32: 1 442-1 450
- [9] Sun Wenbin, Zhou Changjiang. A Method of Constructing Approximate Equal-area Diamond Grid [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2016, 41(8): 1 040-1 045(孙文彬, 周长江. 一种近似等积球面菱形格网的构建方法[J]. *武汉大学学报·信息科学版*, 2016, 41(8): 1 040-1 045)
- [10] Kimerling A J, Sahr K, White D, et al. Comparing Geometrical Properties of Global Grids[J]. *Cartography and Geographic Information Science*, 1999, 26(4): 271-288
- [11] White D, Kimerling A J, Sahr K, et al. Comparing Area and Shape Distortion on Polyhedral Based Recursive Tessellations of the Sphere[J]. *International Journal of Geographical Information Science*, 1998, 12(8): 808-827
- [12] Goodchild M F. Geographical Grid Models for Environmental Monitoring and Analysis Across the Globe(Panel Session)[C]. GIS/LIS'94 Conference, Phoenix Arizona, USA, 1994
- [13] Kimerling A J. Predicting Data Loss and Duplication when Resampling from Equal-angle Grids[J]. *Cartography and Geographic Information Science*, 2002, 29(2): 111-126
- [14] Gregory M J, Kimerling A J, White D, et al. A Comparison of Intercell Metrics on Discrete Global Grid Systems [J]. *Computers, Environment and Urban Systems*, 2008, 32: 188-203
- [15] Ming T, Zhuang D F, Yuan W. The Study on Geometrical Distortion of Triangular Partitions in Discrete Global Grids[C]. 2008 International Workshop on Education Technology and Training & 2008 International Workshop on Geoscience and Remote Sensing, Sanya, China, 2008
- [16] Ming T, Zhuang D F. The Geometrical Distortion of Discrete Global Grid in Multi-resolution Expression[C]. 2009 International Conference on Environmental Science and Information Application Technology, Beijing, China, 2009
- [17] Zhao Xuesheng, Sun Wenbin, Chen Jun. Distortion Distribution and Convergent Analysis of the Global Discrete Grid Based on QTM[J]. *Journal of China University of Mining & Technology*, 2005, 34(4): 438-442(赵学胜, 孙文彬, 陈军. 基于 QTM 的全球离散格网变形分布及收敛分析[J]. *中国矿业大学学报*, 2005, 34(4): 438-442)
- [18] Ben Jin, Tong Xiaochong, Zhang Yongsheng, et al. A Generation Algorithm of Spherical Equal-area Hexagonal Discrete Grid and Analysis of Its Deformation [J]. *Geography and Geo-information Science*, 2006, 22(1): 7-11(贲进, 童晓冲, 张永生, 等. 球面等积六边形离散网格的生成算法及变形分析[J]. *地理与地理信息科学*, 2006, 22(1): 7-11)
- [19] Zhang Shengmao, Wu Jianping, Zhou Kesong. Spherical Triangle Subdivision and Analysis Based on Polyhedron[J]. *Computer Engineering and Application*, 2008, 44(9): 16-19(张胜茂, 吴健平, 周科松. 基于正多面体的球面三角剖分与分析[J]. *计算机工程与应用*, 2008, 44(9): 16-19)
- [20] Bai Jianjun, Sun Wenbin, Zhao Xuesheng. Character Analysis and Hierarchical Partition of WGS-84 Ellipsoidal Facet Based on QTM[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2011, 40(2): 243-248(白建军, 孙文彬, 赵学胜. 基于 QTM 的 WGS-84 椭球面层次剖分及其特点分析[J]. *测绘学报*, 2011, 40(2): 243-248)
- [21] Snyder J P. An Equal-area Map Projection for Polyhedral Globes[J]. *Cartographica*, 1992, 29(1): 10-21
- [22] Hou Miaole, Zhao Xuesheng, Chen Jun. Computation of Local Topologic Invariant in Spherical Sur-

face Quaternary Triangular Mesh and Its Application[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2010, 35(12): 1 504-1 507(侯妙乐,赵学胜,陈军. 球面四元三角网局部拓扑不变量的计算与应用[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2010, 35(12): 1 504-1 507)

- [23] Bai Jianjun, Zhao Xuesheng, Chen Jun. Digital Elevation Modeling Based on Hierarchical Subdivision of the Triangular Meshed on Ellipsoidal Surface[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2005, 30(5): 384-387(白建军,赵学胜,陈军. 基于椭球面三角格网的数字高程建模[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2005, 30(5): 384-387)
- [24] Hou Miaole, Zhao Xuesheng, Chen Jun. Computation of Three Topological Number on Spherical Quaternary Triangular Mesh[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2008, 33(1): 61-63, 104(侯妙乐,赵学胜,陈军. 球面四元

三角网的三拓扑数计算[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2008, 33(1): 61-63, 104)

- [25] Hou Miaole, Xing Huaqiao, Zhao Xuesheng, et al. Computing of Complicated Topological Relation in Spherical Surface Quaternary Triangular Mesh[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2012, 37(4): 469-471, 481(侯妙乐,邢华乔,赵学胜,等. 球面四元三角网的复杂拓扑关系计算[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2012, 37(4): 469-471, 481)
- [26] Zhao Xuesheng, Fan Deqin, Wang Jiaojiao, et al. Seamless Expression of the Global Multi-resolution DEMs Based on Degenerate Quadtree Grids[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2012, 41(6): 918-925(赵学胜,范德芹,王娇娇,等. 退化四叉树格网的全球多分辨率 DEM 无缝表达[J]. 测绘学报, 2012, 41(6): 918-925)

Distortion Analysis of Approximate Equal-area Grids Based on Octahedron

SUN Wenbin¹ ZHOU Changjiang¹

¹ School of Geo-science and Surveying, China University of Mining & Technology(Beijing), Beijing 100083, China

Abstract: In this article, a method for constructing an approximate equal area grid based on the octahedron and Snyder projection is introduced. An octahedron that has equal surface area to a sphere is built; each face of this octahedron is considered as initial subdivision surface. Then, each initial surface is subdivided into hierarchical triangles using a quaternary triangular subdivision scheme, which are projected onto the surface of sphere using Snyder projection. The arc projecting polyhedron triangles onto the spherical surface is modified by using great circle line instead of Snyder projection arc. A new approximate equal area global discrete grid system is constructed. Based on the analysis of difference between the great circle arc and Snyder projection arc, the values of area, edge length, and angle of different subdivision level grids are calculated according to corresponding spherical calculation equation. Based the calculation results, different levels of approximately equidistant grid areas, lengths, angles, and spatial distributions of the deformation are analyzed. Results indicate that with increasing subdivision levels, 1) the difference in grid areas is very little; area errors of 99.8% of the grids are between -10% and 10%. The grids with heavy area distortion are near the lines between the middle point and three vertexes of octahedron surface, when subdivision level is equal to 10; 2) the ratio increments of the maximum and minimum values of grid areas and edge length show a trend toward convergence, converging to 1.73 and 3.03 respectively.

Key words: octahedron; geometry distortion analysis; quaternary triangular subdivision; approximate equal-area grid; snyder projection; hierarchical subdivision; convergence trend of geometry distortion

First author: SUN Wenbin, PhD, associate professor, specializes in the theories and methods of global discrete grids, intelligent computing and parallel computing. E-mail: swb1996@126.com

Foundation support: The National Natural Science Foundation of China, Nos. 41201416, 41671383.