

# 精密单点确定航空重力载体运动速度和加速度

匡开发<sup>1</sup> 王 腾<sup>2</sup> 王 峥<sup>1</sup> 周 剑<sup>1</sup>

1 武汉大学测绘学院,湖北 武汉,430079  
2 海军工程大学电气工程学院,湖北 武汉,430033

**摘 要:**载体运动速度和加速度的精确确定是航空重力中的关键问题之一。基于 IGS 发布的精密轨道和钟差产品,并对各种相关误差精确模型化,利用载波相位直接法计算速度和加速度。在静态条件下,水平方向的速度精度优于 1.5 mm/s,加速度精度优于 2.0 mm/s<sup>2</sup>;垂直方向的速度精度约为 2.0 mm/s,加速度精度约为 2.5 mm/s<sup>2</sup>。在动态条件下,与多参考站载波相位直接法精度相当,并且计算效率和解算成功率更高。结果表明了本文方法在航空重力中的有效性。

**关键词:**精密星历;精密钟差;载波相位;速度;加速度

**中图法分类号:**P631      **文献标志码:**A

航空重力是获取地球重力场中高频信息的有效手段,载体运动速度和加速度的精确确定是其中的关键问题之一<sup>[1,2]</sup>。目前,确定速度和加速度的方法主要有位置微分法、多普勒法和载波相位直接法等 3 种<sup>[3-9]</sup>。位置微分法是在确定载体的精确位置信息后,由位置对时间一次和二次微分分别得到速度和加速度,该方法的缺点在于,速度和加速度的精度在很大程度上依赖于位置的精度,而高精度的位置在高动态和长基线条件下较难获得;多普勒法是在获得载体的原始多普勒观测值后,由其直接确定速度,对速度微分得到加速度。该方法存在的问题是,相比由载波相位观测值导出的多普勒值,原始多普勒观测值的噪声较大,并且与接收机类型相关;载波相位直接法是在由载波相位观测值对时间微分得到载波相位速度和加速度后,利用卫星与载体之间的几何关系,确定载体的速度和加速度。该方法的优点在于,对于位置精度的依赖性不强,无需解算整周模糊度,简单易行。

载波相位直接法由 Jekeli<sup>[4,5]</sup> 提出,但其仅使用了 4 颗卫星;Kennedy<sup>[6]</sup> 引入所有可用卫星并给出定权方法,实现了该方法的加权最小二乘解算,由于采用双差方法以消除和削弱接收机和卫星钟差以及载波相位观测误差,因而对基线长度产生限制;Salazar<sup>[7]</sup> 在 Kennedy 的基础上加以扩

展,采用 POP<sup>[8]</sup> (precise orbits positioning) 方法,将接收机和卫星钟差相关项作为未知参数,与载体的速度和加速度一同估计,削弱了对基线长度的限制,同时避免了对卫星精密钟差采样率的依赖。

本文基于载波相位直接法,利用 IGS 发布的精密轨道和精密钟差,并对相关误差精确建模,直接计算载体运动的速度和加速度,并与 Salazar 提出的 EVA (extended velocity and acceleration) 方法<sup>[7]</sup> 进行比较。由于采用精密星历和精密钟差实现单点确定速度和加速度,因此,后文称之为 PPVA (precise point velocity and acceleration) 方法。

## 1 载波相位直接法的基本原理

对卫星  $q$  和接收机  $m$ ,载波相位观测方程为:

$$\begin{aligned} \varphi_m^q &= \rho_m^q + c(dt_m - dt^q) + \text{rel}_m^q + \\ &T_m^q - I_m^q + b_m^q + \omega_m^q + m_m^q + \epsilon_m^q \end{aligned} \quad (1)$$

式中, $\varphi_m^q$  为载波相位观测值; $\rho_m^q$  为几何距离; $dt_m$  和  $dt^q$  分别为接收机钟差和卫星钟差; $\text{rel}_m^q$  为相对论效应; $T_m^q$  为对流层延迟; $I_m^q$  为电离层延迟; $b_m^q$  为模糊度,包含载波相位硬件延迟; $\omega_m^q$  为 wind-up 效应; $m_m^q$  为多路径效应; $\epsilon_m^q$  为模型化的残余误差(mm 级)。

令  $\hat{\varphi}_m^q = \varphi_m^q + cdt^q - \text{rel}_m^q - T_m^q + I_m^q - \omega_m^q$ ,代入式(1),则有:

$$\hat{\varphi}_m^q = \rho_m^q + cdt_m + b_m^q + m_m^q + \epsilon_m^q \tag{2}$$

对式(2)进行时间微分,则有:

$$\dot{\hat{\varphi}}_m^q = \dot{\rho}_m^q + c\dot{d}t_m + \dot{b}_m^q + \dot{m}_m^q + \dot{\epsilon}_m^q \tag{3}$$

假设无周跳,并且接收机钟跳已经经过相关处理,同时忽略高阶误差项,则有:

$$\dot{\hat{\varphi}}_m^q = \dot{\rho}_m^q + c\dot{d}t_m \tag{4}$$

对式(4)进行时间微分,则有:

$$\ddot{\hat{\varphi}}_m^q = \ddot{\rho}_m^q + c\ddot{d}t_m \tag{5}$$

根据卫星与接收机之间的几何关系,可以得到速度和加速度的计算公式如下:

$$\begin{cases} \dot{\rho}_m^q - e_m^q \cdot \dot{x}^q = -e_m^q \cdot \dot{x}_m \\ \dot{\rho}_m^q - e_m^q \cdot \dot{x}^q - \frac{1}{\rho_m^q} [|\dot{x}_m^q|^2 - (\dot{\rho}_m^q)^2] = -e_m^q \cdot \ddot{x}_m \end{cases} \tag{6}$$

式中, $\rho_m^q$  为接收机  $m$  和卫星  $q$  天线相位中心之间的几何距离; $e_m^q$  为接收机  $m$  到卫星  $q$  的单位向量; $\dot{x}_m$  和  $\ddot{x}_m$  分别为接收机  $m$  的速度和加速度; $\dot{x}^q$  和  $\ddot{x}^q$  分别为卫星  $q$  的速度和加速度。

联合式(4)~式(6),可以得到:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\varphi}}_m^q - c\dot{d}t_m - e_m^q \cdot \dot{x}^q = -e_m^q \cdot \dot{x}_m \\ \dot{\hat{\varphi}}_m^q - c\dot{d}t_m - e_m^q \cdot \dot{x}^q - \frac{1}{\rho_m^q} [|\dot{x}_m^q|^2 - (\dot{\rho}_m^q)^2] = -e_m^q \cdot \ddot{x}_m \end{cases} \tag{7}$$

整理后,可得:

$$\begin{cases} -e_m^q \cdot \dot{x}_m + c\dot{d}t_m = \dot{\hat{\varphi}}_m^q - e_m^q \cdot \dot{x}^q \\ -e_m^q \cdot \ddot{x}_m + c\ddot{d}t_m = \ddot{\hat{\varphi}}_m^q - e_m^q \cdot \ddot{x}^q - \frac{1}{\rho_m^q} [|\dot{x}_m^q|^2 - (\dot{\rho}_m^q)^2] \end{cases} \tag{8}$$

由式(8)可知,在计算速度和加速度之前需要已知接收机的位置信息。Jekeli<sup>[4,5]</sup> 证明,由  $m$  级精度的位置计算得到的  $e_m^q$ ,不会影响最终速度和加速度的计算。在本文的计算中,采用 LC 消电

离层组合计算接收机的近似位置,选择 5 阶 FIR 中心微分器计算式(8)中的微分项,定权方法采用 Salazar<sup>[7]</sup> 基于 Kennedy<sup>[6]</sup> 提出的改进协方差模型,方程的解算则采用扩展 Kalman 滤波(EKF)方法。根据 Kouba<sup>[10]</sup> 所述,IGS 发布的 30 s 钟差产品可以保证内插精度在 cm 级或优于 cm,因此,本文采用 30 s 采样的精密钟差。

若在载波相位预处理中不对卫星钟差进行改正,即令  $\hat{\varphi}_m^q = \varphi_m^q - \text{rel}_m^q - T_m^q + I_m^q - w_m^q$ ,将钟差相关项作为未知参数,则式(8)变为:

$$\begin{cases} -e_m^q \cdot \dot{x}_m + c\dot{d}t_m - c\dot{d}t^q = \dot{\hat{\varphi}}_m^q - e_m^q \cdot \dot{x}^q \\ -e_m^q \cdot \ddot{x}_m + c\ddot{d}t_m - c\ddot{d}t^q = \ddot{\hat{\varphi}}_m^q - e_m^q \cdot \ddot{x}^q - \frac{1}{\rho_m^q} [|\dot{x}_m^q|^2 - (\dot{\rho}_m^q)^2] \end{cases} \tag{9}$$

对式(9)引入多参考站进行差分,则可联合求解速度、加速度以及卫星钟差相关项,从而避免对卫星钟差的依赖,此即为 EVA 方法。

2 实验与分析

本文为验证 PPVA 方法的有效性,分别进行了静态实验和动态实验。

2.1 静态实验

选取 Salazar<sup>[7]</sup> 所采用的 BOGT 站数据,采样时间为 2010 年 1 月 15 日 19:00~20:00,采样频率为 1 Hz,静态数据作动态处理,载波相位采用 LC 组合观测值。

采用 PPVA 方法和 EVA 方法分别解算,其中 EVA 方法使用全部 4 个参考站,比较两种方法均有解的历元,速度和加速度的均值及 RMS 如表 1 所示。

表 1 静态实验速度和加速度结果统计

Tab. 1 Statistics of Velocity and Acceleration in Static Test

		速度/(mm·s <sup>-1</sup> )			加速度/(mm·s <sup>-2</sup> )		
		N	E	U	N	E	U
均值	PPVA	-0.026 9	0.008 2	-0.026 9	-0.004 3	0.005 0	-0.004 0
	EVA	-0.020 1	0.020 1	-0.007 8	-0.002 7	0.005 6	-0.006 3
RMS	PPVA	0.908 1	1.305 1	2.044 2	1.232 9	1.701 8	2.491 5
	EVA	0.950 2	1.294 5	1.672 7	1.348 6	1.835 8	2.365 4

由表 1 可知,在静态条件下,速度的水平分量两者相当,垂直分量 EVA 方法优于 PPVA 方法;比较速度的 3D RMS,PPVA 方法为 2.59 mm/s, EVA 方法为 2.32 mm/s, EVA 方法略优;加速度的水平分量 PPVA 方法优于 EVA 方法,垂直分量

EVA 方法优于 PPVA 方法,比较加速度的 3D RMS,PPVA 方法为 3.26 mm/s<sup>2</sup>, EVA 方法为 3.28 mm/s<sup>2</sup>,两者相当。分析可知,由于 EVA 方法将钟差相关项作为未知参数进行估计,对于二阶模型残差具有一定的吸收作用,因此,速度精度略优,而高

阶模型残差已经很小,加速度精度相当。

为进一步比较两种方法的精度,对加速度进

行低通滤波,滤波周期分别选为 30 s、60 s、90 s 和 120 s,结果如表 2 所示。

表 2 静态实验加速度结果统计/mGal									
Tab.2 Statistics of Acceleration in Static Test/mGal									
		30 s		60 s		90 s		120 s	
		均值	RMS	均值	RMS	均值	RMS	均值	RMS
PPVA	U	0.03	7.4	0.03	2.6	0.02	1.50	0.02	1.22
	E	0.58	3.9	0.56	1.6	0.54	1.09	0.49	0.98
	N	-0.22	2.4	-0.21	0.9	-0.20	0.59	-0.18	0.51
EVA	U	0.62	3.7	-0.60	2.1	-0.57	1.44	0.52	1.23
	E	0.56	3.5	0.54	1.8	0.51	1.21	0.46	1.04
	N	-0.27	2.2	-0.26	1.1	-0.24	0.79	-0.22	0.71

由表 2 可知,当滤波周期为 30 s 时,EVA 方法在加速度的垂向分量上明显优于 PPVA 方法,水平分量上略优于 PPVA 方法;当滤波周期为 60 s 时,EVA 方法在加速度的垂向分量上优于 PPVA 方法,水平分量则 PPVA 方法略优,比较 3D RMS,PPVA 方法约为 10.1 mGal,EVA 方法约为 8.9 mGal,总体 EVA 方法略优;当滤波周期为 90 s 时,垂向分量 EVA 方法略优,水平分量 PPVA 方法略优,比较 3D RMS,PPVA 方法约为 3.79 mGal,EVA 方法约为 4.16 mGal,总体 PPVA 方法略优;当滤波周期为 120 s 时,PPVA 方法则优于 EVA 方法。

综合上述分析可知,PPVA 方法的高频噪声相对 EVA 方法较大,当低通滤波周期大于 60 s 时,两者则基本相当。将表 1 中 EVA 方法的解算结果与文献[7]中的表 9 比较,两者一致,间接说明了 PPVA 方法的可靠性。

同时,在解算中发现,PPVA 方法的解算成功率约为 95.3%(3 430/3 600),而 EVA 方法的解

算成功率约为 92.0%(3 309/3 600),并且随着参考站的增加而减小。综上所述,由于 EVA 方法需要估计卫星钟差相关项,增加了未知参数,在引入参考站的同时,也需要估计参考站的钟差相关项,进一步增加了未知参数,减小了方程的自由度,因此,解算成功率更低。

### 2.2 动态实验

采用 NGS(national geodetic survey)的 GRAV-D(the gravity for the redefinition of the american vertical datum)计划中的航空重力 GPS 数据,采样时间为 2008 年 10 月 23 日 16:53:07~23:56:18,其中动态部分为 19:04:02~22:50:07,采样频率为 1 Hz,飞行速度为 144~165 m/s,飞行高度约为 10 km。

其中,参考站包括 0009、MSSC 和 BVHS,采样时间为 19:00:00~22:50:00,采样频率为 1 Hz。

本文采用 PPVA 方法和 EVA 方法分别解算,其中 EVA 方法使用全部 3 个参考站,结果如图 1 所示。

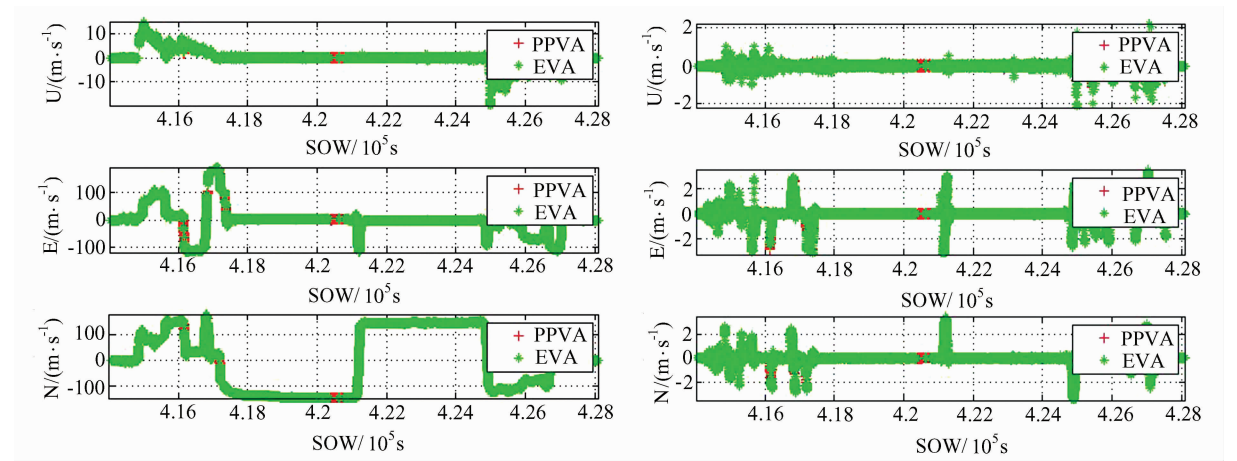


图 1 动态实验速度和加速度结果比较

Fig.1 Comparison of Velocity and Acceleration in Kinematic Test

PPVA 的解算成功率约为 98.2%(13 847 /14 100),EVA 的解算成功率约为 90.8%

(12 802/14 100),相比静态实验,差别较为明显。为分析其原因,分别计算了选择不同参考站时的解算成功率,结果如表 3 所示。

由表 3 可知,在参考站个数相同的条件下,包含参考站 MSSC 时的解算成功率明显低于其他情况,分析发现,该参考站数据存在质量问题。总体而言,PPVA 方法的解算成功率略高于 EVA 方法。

表 3 选择不同参考站的解算成功率统计

Tab. 3 Statistics of Success Rate with Different Reference Stations

参考站	参考站的选择						
	MSSC	0009	BVHS	BVHS 和 0009	MSSC 和 BVHS	MSSC 和 0009	MSSC、BVHS 和 0009
解算成功率/%	92.5	94.9	94.9	94.0	91.7	91.7	90.8

表 4 动态实验速度和加速度差分结果统计

Tab. 4 Statistics of Velocity and Acceleration Difference in Kinematic Test

	速度/(mm·s <sup>-1</sup> )			加速度/(mm·s <sup>-2</sup> )		
	N	E	U	N	E	U
均值	0.014 0	-0.055 6	0.019 7	-0.002 5	-0.000 5	-0.001 5
标准差	1.307 0	1.432 6	3.272 8	1.656 8	1.797 9	4.011 3

表 5 动态实验加速度差值统计/mGal

Tab. 5 Statistics of Acceleration Difference in Kinematic Test/mGal

	30 s		60 s		90 s		120 s	
	均值	标准差	均值	标准差	均值	标准差	均值	标准差
U	-0.15	9.48	-0.15	4.14	-0.15	2.90	-0.14	2.63
E	-0.05	4.79	-0.05	2.13	-0.05	1.44	-0.05	1.29
N	-0.25	4.33	-0.25	1.75	-0.25	1.19	-0.24	1.07

由表 5 可知,当滤波周期为 30 s 时,3D 标准差约为 11.47 mGal;当滤波周期为 60 s 时,3D 标准差约为 4.97 mGal;当滤波周期为 90 s 时,3D 标准差约为 3.45 mGal;当滤波周期为 120 s 时,3D 标准差约为 3.12 mGal。因此,当滤波周期大于 60 s 时,同时考虑到采用的为噪声水平较大的 LC 组合观测值以及载体的高动态特性,两种方法内符合精度较高。

3 结 语

本文论述了利用精密星历和精密钟差单点确定航空重力载体运动速度和加速度的原理,相比多参考站方法,避免了参考站的建立,同时提高了解算成功率。实验结果表明,利用精密单点方法确定的速度和加速度与多参考站方法相当,在航空重力测量中是一种有效的方法。

参 考 文 献

[1] Bruton A M. Improving the Accuracy and Resolution of SINS/DGPS Airborne Gravimetry[D]. Calgary: The University of Calgary, 2000

为比较两种方法的内符合精度,对两者均有解的历元进行差分,结果如表 4 所示。

由表 4 可知,动态条件下,速度和加速度的差分结果均值相差很小,3D 标准差则分别为 3.8 mm/s 和 4.70 mm/s<sup>2</sup>,两种方法符合得很好。

与静态实验类似,对两种方法的加速度差分结果进行低通滤波,结果如表 5 所示。

[2] Zhang Kaidong. Research on the Method of Airborne Gravimetry Based on SINS/DGPS[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2007(张开东. 基于 SINS/DGPS 的航空重力测量方法研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2007)

[3] Bruton A M, Glennie C L, Schwarz K P. Differentiation for High-precision GPS Velocity and Acceleration Determination[J]. *GPS Solutions*, 1999, 2 (4): 7-21

[4] Jekeli C. On the Computation of Vehicle Accelerations Using GPS Phase Accelerations[C]. The International Symposium on Kinematic Systems in Geodesy, Geomatics and Navigation (KIS94), Banff, Canada, 1994

[5] Jekeli C, Garcia R. GPS Phase Accelerations for Moving-base Vector Gravimetry[J]. *Journal of Geodesy*, 1997, 71(10): 630-639

[6] Kennedy S. Acceleration Estimation from GPS Carrier Phases for Airborne Gravimetry[D]. Calgary: The University of Calgary, 2002

[7] Salazar D, Hernandez-Pajares M, Juan J, et al. EVA: GPS-based Extended Velocity and Acceleration Determination[J]. *Journal of Geodesy*, 2011,

85(12): 329-340

[8] Xiao Yun, Xia Zheren. Determination of Moving-Base Acceleration in Airborne Gravimetry[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2003, 46(1): 62-67 (肖云, 夏哲仁. 航空重力测量中载体运动加速度的确定[J]. 地球物理学报, 2003, 46(1): 62-67)

[9] Salazar D, Hernandez-Pajares M, Juan J, et al. Network-based High Accuracy Positioning with the GPSTk[C]. The 5th ESA Workshop on Satellite Navigation Technologies and European Workshop on GNSS Signals and Signal Processing (NAVI TEC' 2010), Noordwijk, Netherlands, 2010

[10] Zhang Jianjun. Precise Velocity and Acceleration Determination Using a Standalone GPS Receiver in Real Time[D]. Melbourne: Royal Melbourne Institute of Technology, 2007

[11] Kouba J. A Guide to Using International GNSS Service (IGS) Products [OL]. <http://igsceb.jpl.nasa.gov/igsceb/resource/pubs/UsingIGSPProducts-Ver21.pdf>, 2011

[12] Wang Fuhong, Zhang Xiaohong, Huang Jinsong. Error Analysis and Accuracy Assessment of GPS Absolute Velocity Determination with SA off[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2007, 32(6): 515-519 (王甫红, 张小红, 黄劲松. GPS 单点测速的误差分析及精度评价[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2007, 32(6): 515-519)

Determination of Precise Absolute Velocity and Acceleration  
Airborne Gravimetry

KUANG Kaifa<sup>1</sup> WANG Teng<sup>2</sup> WANG Zheng<sup>1</sup> ZHOU Jian<sup>1</sup>

1 School of Geodesy and Geomatics, Wuhan University, Wuhan 430079, China

2 School of Electrical Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China

**Abstract:** Precise velocity and acceleration is one of the key problems in airborne gravimetry. In this paper, a carrier phase-based velocity and acceleration determination method with precise orbit and clock products is introduced. In static case, the horizontal velocity and acceleration are better than 1.5 mm/s and 2.0 mm/s<sup>2</sup>, respectively, and the vertical ones are about 2.0 mm/s and 2.5 mm/s. In kinematic case, this method is comparable with the multi-reference stations method in precision, and has a higher computational efficiency and success rates. Meanwhile, the sampling rate of precise clock products only influences the velocity, and the order is lower than 1 mm/s. It turns out that the method presented here is effective in airborne gravimetry.

**Key words:** precise ephemeris; precise clock; carrier phase; velocity; acceleration

**First author:** KUANG Kaifa, PhD candidate, specializes in data processing in airborne gravimetry. E-mail: kfkuang@whu.edu.cn

**Foundation support:** The Major State Basic Research Development Program of China (973 Program), No. 2013CB733301; the National High Technology Research and Development Program of China (863 Program), No. 2013AA122502; the National Natural Science Foundation of China, Nos. 41210006, 41374022.