

基于修正最大似然估计的距离扩展目标检测器

简 涛^{1,2} 黄晓冬² 王 捷² 何 友²

1 西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室,陕西 西安, 710071

2 海军航空工程学院信息融合研究所,山东 烟台, 264001

摘要:在球不变随机向量的非高斯背景下,针对估计协方差矩阵可能奇异的情况,研究了距离扩展目标的自适应检测方法。首先,推导了非高斯背景下未知协方差矩阵和目标散射点幅度的修正最大似然(maximum likelihood, ML)估计;然后,基于纹理分量的近似 ML 估计,建立了自适应检测器(adaptively modified generalized likelihood ratio test, AMGLRT)。仿真结果表明,AMGLRT 在目标散射点能量均匀分布时检测性能最佳,随着杂波尖峰的减小或阵元数的增加,AMGLRT 的检测性能有所改善;且其对不同杂波相关性表现出很好的鲁棒性。另外,AMGLRT 的检测性能优于已有的 M/K 检测器,且这种性能优势随着散射点个数的增加而增大。

关键词:修正最大似然估计;距离扩展目标检测;奇异矩阵;球不变随机向量

中图法分类号:TN957.51

文献标志码:A

与传统低分辨率雷达的点目标^[1]不同,由于采用脉冲压缩等技术,高分辨率雷达目标以多散射点的形式分布在不同径向距离分辨单元中,形成距离扩展目标。若仍采用传统点目标检测器^[2],检测性能将大大退化,甚至完全失效。目前,高斯背景下的距离扩展目标检测研究已取得一定进展^[3],而非高斯背景下的距离扩展目标自适应检测一般利用辅助数据进行杂波统计特性估计^[4],且要求含纯杂波的辅助数据与待检测单元杂波独立同分布,然而非均匀环境下辅助数据的获取存在较大困难。文献[5]在已知纹理分量分布情况下,利用辅助数据研究了非高斯背景下的距离扩展目标检测问题;而文献[6]针对非高斯海杂波背景和一维观测数据,利用辅助数据研究了最优二进制检测问题。事实上,随着雷达距离分辨率的进一步提高,背景杂波分布越来越远离经典的高斯分布;由中心极限定理的局部有效性可知,这种非高斯杂波可用球不变随机向量(spherically invariant random vector, SIRV)来建模^[7]。另外,由于未知参数的存在,许多距离扩展目标检测器^[3-6]都以广义似然比检验(generalized likelihood ratio test, GLRT)理论为基础,但在基于

GLRT 的检测器设计过程中,未必总能获得未知参数的最大似然(maximum likelihood, ML)估计,可能会出现参数空间过大而导致估计协方差矩阵奇异的情况,此时基于 GLRT 的方法无法实现。在非高斯背景下,解决 GLRT 中参数空间过大及 ML 估计的问题,对距离扩展目标自适应检测具有重要意义。

本文在 SIRV 非高斯背景下,针对估计协方差矩阵可能奇异的情况,研究了无需辅助数据的距离扩展目标自适应检测方法。本文推导了非高斯背景下未知参数的修正 ML(modified ML, MML)估计,采用修正迭代估计方法获得纹理分量的近似 ML 估计,建立了相应的自适应检测器 AMGLRT,并通过仿真验证了本文方法的有效性。

1 问题描述

观测数据来源于 N 个线性阵元,需在 K 个待检测距离分辨单元($z_t, t=1, \dots, K$)的范围内判决目标的存在与否,并在杂波为主的干扰背景下,忽略内部噪声的影响。该检测问题可表示成如下二元假设检验:

收稿日期:2015-03-01

项目资助:国家自然科学基金(61102166, 61471379);中国博士后科学基金(2013M540733, 2014T70904);山东省优秀中青年科学家科研奖励基金(BS2013DX003)。

第一作者:简涛,博士,副教授,主要从事雷达目标检测与信号处理方法研究。work_jt@163.com

通讯作者:黄晓冬,博士,副教授。hxd_hy@126.com

$$\begin{aligned} H_0: z_t &= \mathbf{c}_t \\ H_1: z_t &= \alpha_t^* \mathbf{p} + \mathbf{c}_t \end{aligned} \quad (1)$$

式中, 符号“ $(\cdot)^*$ ”表示复共轭; \mathbf{p} 表示已知的单位导向矢量, 满足 $\mathbf{p}^H \mathbf{p} = 1$; 符号“ $(\cdot)^H$ ”表示共轭转置; α_t 是目标的未知幅度参数, 令 $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1 \ \alpha_2 \ \cdots \ \alpha_K]^T$ 。对于阵元间隔为 l 的均匀线阵来说, $\mathbf{p} = [1 \ e^{j\varphi} \ e^{j2\varphi} \ \cdots \ e^{j(N-1)\varphi}]^T / \sqrt{N}$, 其中 $\varphi = 2\pi l \sin\phi / \lambda$ 为相移常量; λ 表示雷达工作波长; ϕ 表示目标方位角。

非高斯杂波服从 SIRV 分布^[7], 则距离分辨单元 t 的 N 维杂波向量 \mathbf{c}_t 可表示为:

$$\mathbf{c}_t = \sqrt{\tau_t} \boldsymbol{\eta}_t \quad (2)$$

式中, $\boldsymbol{\eta}_t = [\eta_t(1) \ \eta_t(2) \ \cdots \ \eta_t(N)]^T$ 为零均值复高斯向量, 其协方差矩阵 $\boldsymbol{\Sigma}$ 为非负定的 Hermitian 矩阵, 且秩为 r ($1 \leq r \leq N$); 纹理分量 τ_t 是与 $\boldsymbol{\eta}$ 独立的非负随机变量, 反映了杂波功率水平在不同距离分辨单元间的起伏程度, 且服从未知的分布 f_r 。

采用矩阵形式 $\mathbf{Z} = [z_1 \ z_2 \ \cdots \ z_K]$ 和 $\mathbf{C} = [c_1 \ c_2 \ \cdots \ c_K]$ 分别表示 $N \times K$ 的观测数据矩阵和杂波矩阵。其中, 令 $K \geq N$, 当 $\boldsymbol{\Sigma}$ 为正定的情况下, \mathbf{Z} 的秩以概率 1 为 N 。

据前假设, $\boldsymbol{\alpha}$ 和 $\boldsymbol{\Sigma}$ 未知, 导向矢量 \mathbf{p} 已知, 依据文献[8], 被检测单元观测值的联合条件概率密度函数可为:

$$\begin{aligned} f_0(\mathbf{Z} | \boldsymbol{\Sigma}, \mathbf{T}) &= \frac{c}{\prod_{t=1}^K \|\tau_t \boldsymbol{\Sigma}\|_p} \exp(-\text{tr}(\boldsymbol{\Sigma}^\dagger \mathbf{Z} \mathbf{T}^{-1} \cdot \mathbf{Z}^H)) \delta(\boldsymbol{\Phi}_2^H \mathbf{Z}) = m_0(\mathbf{Z} | \boldsymbol{\Sigma}, \mathbf{T}) \delta(\boldsymbol{\Phi}_2^H \mathbf{Z}) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} f_1(\mathbf{Z} | \boldsymbol{\Sigma}, \boldsymbol{\alpha}, \mathbf{T}) &= \frac{c}{\prod_{t=1}^K \|\tau_t \boldsymbol{\Sigma}\|_p} \delta(\boldsymbol{\Phi}_2^H (\mathbf{Z} - \mathbf{p} \boldsymbol{\alpha}^H)) \cdot \\ &\exp(-\text{tr}(\boldsymbol{\Sigma}^\dagger (\mathbf{Z} - \mathbf{p} \boldsymbol{\alpha}^H) \mathbf{T}^{-1} (\mathbf{Z} - \mathbf{p} \boldsymbol{\alpha}^H)^H)) = m_1(\mathbf{Z} | \boldsymbol{\Sigma}, \boldsymbol{\alpha}, \mathbf{T}) \delta(\boldsymbol{\Phi}_2^H (\mathbf{Z} - \mathbf{p} \boldsymbol{\alpha}^H)) \end{aligned} \quad (4)$$

其中, c 表示归一化常数; $\|\cdot\|_p$ 表示方阵的所有正特征值的乘积; $\text{tr}(\cdot)$ 表示方阵的迹; $\boldsymbol{\Sigma}^\dagger$ 表示矩阵 $\boldsymbol{\Sigma}$ 的 Moore-Penrose 伪逆^[9]; $\delta(\cdot)$ 表示矩阵元素的 Dirac 函数值的乘积; $\boldsymbol{\Phi}_2$ 表示一个 $N \times (N-r)$ 的矩阵, 它的列向量对应于矩阵 $\boldsymbol{\Sigma}$ 的列向量的零空间的标准正交基; $K \times K$ 的对角矩阵 $\mathbf{T} = \text{diag}\{\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_K\}$ 。

2 检测器设计

本节推导了非高斯背景下未知参数的 MML

估计和近似 ML 估计, 建立了自适应检测器 AMGLRT。

鉴于 $\boldsymbol{\alpha}$ 、 \mathbf{T} 和 $\boldsymbol{\Sigma}$ 等参数未知, 似然比检验无法直接实现, 可采用基于 GLRT 的判决方法:

$$\frac{\sup_{\boldsymbol{\Sigma}, \boldsymbol{\alpha}, \mathbf{T}} f_1(\mathbf{Z} | \boldsymbol{\Sigma}, \boldsymbol{\alpha}, \mathbf{T})}{\sup_{\boldsymbol{\Sigma}, \mathbf{T}} f_0(\mathbf{Z} | \boldsymbol{\Sigma}, \mathbf{T})} \stackrel{H_1}{>} G \stackrel{H_0}{<} G \quad (5)$$

然而, 在 $\boldsymbol{\alpha}$ 的某些子空间中, $\mathbf{Z} - \mathbf{p} \boldsymbol{\alpha}^H$ 的零空间是非空的(如 $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{Z}^H \mathbf{p}$), 此时式(5)的分子项可能是无界的($\sup_{\boldsymbol{\Sigma}, \boldsymbol{\alpha}, \mathbf{T}} f_1(\mathbf{Z} | \boldsymbol{\Sigma}, \boldsymbol{\alpha}, \mathbf{T}) = \infty$), 从而会导致 GLRT 的判决策略无法应用。产生这一问题的原因就是参数空间太大, 可以采用文献[10]的方法将参数空间($\boldsymbol{\Sigma}, \boldsymbol{\alpha}, \mathbf{T}$)限制在一定的子空间中, 从而获得唯一的 ML 估计。即对参数空间进行合适的限制, 通过对式(3)和式(4)中的函数 $m_0(\mathbf{Z} | \boldsymbol{\Sigma}, \mathbf{T})$ 和 $m_1(\mathbf{Z} | \boldsymbol{\Sigma}, \boldsymbol{\alpha}, \mathbf{T})$ 最大化, 来获得 $\boldsymbol{\Sigma}$ 的 MML 估计。

为此, 可以利用如下定理^[11]。

定理 1 对于一个给定的 $N \times K$ 矩阵 \mathbf{X} , 如果它的概率密度函数可以表示为:

$$f(\mathbf{X}) = \frac{c}{\|\boldsymbol{\Sigma}\|_p^K} \exp(-\text{tr}(\boldsymbol{\Sigma}^\dagger \hat{\boldsymbol{\Sigma}})) \delta(\boldsymbol{\Phi}_2^H \mathbf{X}) \quad (6)$$

其中, $N \geq 2$; $\hat{\boldsymbol{\Sigma}} = \mathbf{X} \mathbf{X}^H$, 且 $1 \leq \hat{r} = \text{rank}(\hat{\boldsymbol{\Sigma}}) \leq N$ 。则可以通过对 $\boldsymbol{\Sigma}$ 进行如下限制来获得其 MML 估计唯一解:

$$S = \left\{ \boldsymbol{\Sigma} | \boldsymbol{\Sigma} = \hat{\boldsymbol{\Psi}} \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0}_{r, N-r} \\ \mathbf{0}_{N-r, r} & \mathbf{0}_{N-r, N-r} \end{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\Psi}}^H \right\} \quad (7)$$

其中, $\hat{\boldsymbol{\Psi}} \boldsymbol{\Lambda} \hat{\boldsymbol{\Psi}}^H$ 为 $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}$ 的特征分解; 而 \mathbf{A} 是任意的 $r \times r$ 维矩阵。在这样的限制条件下, 当 $\mathbf{A} = \hat{\mathbf{A}}/K$ 时, 可得到 $\boldsymbol{\Sigma}$ 的 MML 估计。其中, $\hat{\mathbf{A}}$ 是保留 $\boldsymbol{\Lambda}$ 的正对角元素的对角阵。

假设 $K \geq N$ 且 $\boldsymbol{\Sigma}$ 为正定, 则 $\mathbf{Z} \mathbf{T}^{-1} \mathbf{Z}^H$ 的秩以概率 1 为 N 。对于式(5)的分母来说, 没有必要对参数空间进行限制, 可得:

$$\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{\text{MML}, 0} = \mathbf{Z} \mathbf{T}^{-1} \mathbf{Z}^H / K \quad (8)$$

$$\sup_{\boldsymbol{\Sigma}} m_0(\mathbf{Z} | \boldsymbol{\Sigma}, \mathbf{T}) = \frac{c'_0}{\|\mathbf{Z} \mathbf{T}^{-1} \mathbf{Z}^H\|_p^K \prod_{t=1}^K \tau_t^N} \quad (9)$$

其中, c'_0 为常数。

为了获得 H_1 假设下 $\boldsymbol{\Sigma}$ 的 MML 估计 $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{\text{MML}, 1}$, 可对 $\boldsymbol{\Sigma}$ 的参数空间进行如下限制:

$$\begin{aligned} S_1 &= \\ \left\{ \boldsymbol{\Sigma}, \boldsymbol{\alpha} | r_1 \leq N-1, \boldsymbol{\Sigma} = \hat{\boldsymbol{\Psi}}_1 \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{0}_{r_1, N-r_1} \\ \mathbf{0}_{N-r_1, r_1} & \mathbf{0}_{N-r_1, N-r_1} \end{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\Psi}}_1^H \right\} \end{aligned} \quad (10)$$

其中, $r_1 = \text{rank}(\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{\boldsymbol{\alpha}})$; \mathbf{A}_1 是任意的 $r_1 \times r_1$ 维矩阵;

$\hat{\Psi}_1 \mathbf{A}_1 \hat{\Psi}_1^H$ 为 $\hat{\Sigma}_a = (\mathbf{Z} - \mathbf{p} \boldsymbol{\alpha}^H) \mathbf{T}^{-1} (\mathbf{Z} - \mathbf{p} \boldsymbol{\alpha}^H)^H$ 的特征分解。

注意到

$$\hat{\Sigma}_{\text{MML},1} = \arg \sup_{\Sigma \in S_1} m_1(\mathbf{Z} | \Sigma, \boldsymbol{\alpha}, \mathbf{T}) = \arg \sup_{\Sigma \in S_1} \frac{1}{\|\Sigma\|_p^K} \exp(-\text{tr}(\Sigma^H \hat{\Sigma}_a)) \quad (11)$$

根据式(11), 由定理 1 可知:

$$\hat{\Sigma}_{\text{MML},1} = \hat{\Sigma}_a / K = (\mathbf{Z} - \mathbf{p} \boldsymbol{\alpha}^H) \mathbf{T}^{-1} \cdot (\mathbf{Z} - \mathbf{p} \boldsymbol{\alpha}^H)^H / K \quad (12)$$

假设有 $\text{rank}(\mathbf{Z}) = N$, 且 $\text{rank}(\mathbf{p} \boldsymbol{\alpha}^H) = 1$, 故:

$$\text{rank}(\mathbf{Z} - \mathbf{p} \boldsymbol{\alpha}^H) \geq N - 1 \quad (13)$$

由式(10)和式(13)可知, $r_1 = N - 1$, 故:

$$\begin{aligned} \sup_{\Sigma \in S_1} m_1(\mathbf{Z} | \Sigma, \boldsymbol{\alpha}, \mathbf{T}) = \\ \frac{c'_1}{\|(\mathbf{Z} - \mathbf{p} \boldsymbol{\alpha}^H) \mathbf{T}^{-1} (\mathbf{Z} - \mathbf{p} \boldsymbol{\alpha}^H)^H\|_p^K \prod_{t=1}^K \tau_t^{N/K}} \end{aligned} \quad (14)$$

接下来, 推导 H_1 假设下 $\boldsymbol{\alpha}$ 的 MML 估计 $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\text{MML}}$, 令:

$$\mathbf{b} = \mathbf{T}^{-1/2} \boldsymbol{\alpha} \quad (15)$$

$$\mathbf{X} = \mathbf{Z} \mathbf{T}^{-1/2} \quad (16)$$

其中, $\mathbf{T}^{-1/2} = \text{diag}\{1/\sqrt{\tau_1}, 1/\sqrt{\tau_2}, \dots, 1/\sqrt{\tau_K}\}$ 为 $K \times K$ 的对角矩阵。

则 $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\text{MML}}$ 的求解可进一步简化为:

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\text{MML}} = \\ \arg \min_{\boldsymbol{\alpha} \in S_1} \|(\mathbf{Z} - \mathbf{p} \boldsymbol{\alpha}^H) \mathbf{T}^{-1} (\mathbf{Z} - \mathbf{p} \boldsymbol{\alpha}^H)^H\|_p = \\ \arg \min_{\boldsymbol{\alpha} \in S_1} \|(\mathbf{X} - \mathbf{p} \mathbf{b}^H) (\mathbf{X} - \mathbf{p} \mathbf{b}^H)^H\|_p \end{aligned} \quad (17)$$

令 \mathbf{A}_p 表示满足 Household 变换^[9]的 $K \times K$ 的酉矩阵, 即满足:

$$\mathbf{A}_p \mathbf{p} = \mathbf{1}_N = [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T \quad (18)$$

则 $\mathbf{A}_p \mathbf{X}$ 的 QR 分解^[9]可以表示为:

$$\mathbf{A}_p \mathbf{X} = [\mathbf{L} \ \mathbf{0}_{N, K-N}] \mathbf{Q} \quad (19)$$

其中, \mathbf{L} 为 $N \times N$ 的下三角阵; \mathbf{Q} 为 $K \times K$ 的酉矩阵; $\mathbf{0}_{N, K-N}$ 表示 $N \times (K-N)$ 的零矩阵。

根据式(17)有:

$$\begin{aligned} \min_T \left\{ \|\mathbf{Z} \mathbf{T}^{-1} \mathbf{Z}^H\|_p \prod_{t=1}^K \tau_t^{N/K} \right\} \\ \min_T \left\{ \|(\mathbf{I}_N - \mathbf{p} \mathbf{p}^H) \mathbf{Z} \mathbf{T}^{-1} \mathbf{Z}^H (\mathbf{I}_N - \mathbf{p} \mathbf{p}^H)\|_p \prod_{t=1}^K \tau_t^{(N-1)/K} \right\} \end{aligned} \quad (27)$$

然而, 求解式(27)中 τ_t 的 ML 估计的解析表达式是很困难的^[7]。参考满秩矩阵的迭代估计方法^[7], 可以采用修正的迭代估计方法来进行求解, 具体实现过程如下:

$$\hat{\tau}_{t,i}^{(k)} = \mathbf{y}_{t,i}^H (\hat{\Sigma}_{\text{MML},i}^{(k)})^\dagger \mathbf{y}_{t,i} / r_i \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \|\mathbf{X} - \mathbf{p} \mathbf{b}^H\|_p = \|[\mathbf{L} \ \mathbf{0}_{N, K-N}] - \mathbf{1}_N \mathbf{b}_0^H\|_p = \\ \|(\mathbf{L} - \mathbf{1}_N \mathbf{b}_1^H) (\mathbf{L} - \mathbf{1}_N \mathbf{b}_1^H)^H + d \mathbf{1}_N \mathbf{1}_N^T\|_p \end{aligned} \quad (20)$$

其中, $\mathbf{b}_0 = \mathbf{Q} \mathbf{b}$; \mathbf{b}_1 是由 \mathbf{b}_0 的前 N 个元素组成的 N 维向量; d 为 \mathbf{b}_0 的后 $K-N$ 个元素的模值平方和。

根据特征值分解定理^[9]可知, 只有当 $d=0$ 时, 式(20)才可能取得最小值, 故求解 $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\text{MML}}$ 等价于求解下式:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{b}}_1 = \arg \min_{\mathbf{b}_1} \|(\mathbf{L} - \mathbf{1}_N \mathbf{b}_1^H) (\mathbf{L} - \mathbf{1}_N \mathbf{b}_1^H)^H\|_p \\ \text{令 } \mathbf{b}_1^H = \mathbf{b}_2^H \mathbf{L}, \text{ 则式(21)可简化为:} \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{b}}_2 = \\ \arg \min_{\mathbf{b}_2} \|(\mathbf{1}_N - \mathbf{1}_N \mathbf{b}_2^H) \mathbf{L} \mathbf{L}^H (\mathbf{1}_N - \mathbf{1}_N \mathbf{b}_2^H)^H\|_p \end{aligned} \quad (22)$$

为了使上式中 $\|\cdot\|_p$ 的矩阵奇异, 需要^[9]:

$$\mathbf{b}_2^H \mathbf{1}_N = 1 \quad (23)$$

对 $\mathbf{I}_N - \mathbf{1}_N \mathbf{b}_2^H$ 进行奇异值分解可得:

$$\mathbf{I}_N - \mathbf{1}_N \mathbf{b}_2^H = \mathbf{P}_1 \boldsymbol{\Theta}_1 \mathbf{Q}_1^H \quad (24)$$

其中, $\mathbf{Q}_1 = [\mathbf{Q}_{\perp \mathbf{1}_N} \ \mathbf{1}_N]$ 表示 $N \times N$ 的酉矩阵; $\mathbf{P}_1 = [\mathbf{P}_{\perp \mathbf{b}_2} \ \mathbf{b}_2 / \|\mathbf{b}_2\|]$ 表示 $N \times N$ 的酉矩阵; 对角阵 $\boldsymbol{\Theta}_1$ 的元素为 $\lambda_{11} = \sqrt{\mathbf{b}_2^H \mathbf{b}_2}$, $\lambda_{1N} = 0$, $\lambda_{12} = \lambda_{13} = \dots = \lambda_{1(N-1)} = 1$ 。

根据式(24), 式(22)可进一步表示为:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{b}}_2 = \arg \min_{\mathbf{b}_2} \|\boldsymbol{\Theta}_1 \mathbf{Q}_1^H \mathbf{L} \mathbf{L}^H \mathbf{Q}_1 \boldsymbol{\Theta}_1\|_p = \\ \arg \min_{\mathbf{b}_2} \mathbf{b}_2^H \mathbf{b}_2 \|\mathbf{Q}_{\perp \mathbf{1}_N}^H \mathbf{L} \mathbf{L}^H \mathbf{Q}_{\perp \mathbf{1}_N}\|_p \end{aligned} \quad (25)$$

事实上, 式(25)中总可以找到一个与 \mathbf{b}_2 独立的 $\mathbf{Q}_{\perp \mathbf{1}_N}$, 故由式(23)可知 $\hat{\mathbf{b}}_2 = \mathbf{1}_N$, 化简可得 \mathbf{b} 的 MML 估计为 $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\text{MML}} = \mathbf{X}^H \mathbf{p}$, 因此:

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\text{MML}} = \mathbf{Z}^H \mathbf{p} \quad (26)$$

由式(9)、式(14)和式(26)可知, 非高斯背景下 AMGLRT 检测器可等价表示为:

$$\begin{aligned} \hat{\Sigma}_{\text{MML},i}^{(k+1)} = \mathbf{Y}_i (\hat{\mathbf{T}}_i^{(k)})^{-1} \mathbf{Y}_i^H / K \\ \text{其中, } i=0, 1; \mathbf{Y}_i = [y_{1,i} \ y_{2,i} \ \dots \ y_{K,i}]; \hat{\mathbf{T}}_i^{(k)} = \text{diag}\{\hat{\tau}_{1,i}^{(k)}, \hat{\tau}_{2,i}^{(k)}, \dots, \hat{\tau}_{K,i}^{(k)}\}; \mathbf{Y}_0 = \mathbf{Z}, \mathbf{Y}_1 = \mathbf{Z} - \mathbf{p} \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\text{MML}}^H; \\ k=0, 1, \dots, N_{\text{it}}, N_{\text{it}} \text{ 表示迭代次数; 初始化矩阵可采用单位阵。} \end{aligned} \quad (29)$$

尤其要注意的是,迭代过程具有很快的收敛速度,经验证,当 $N_{it} \geq 3$ 时,迭代方法能获得较好的估计精度^[7],因此本文中将采用 $N_{it} = 3$ 。将式

$$\lambda = \frac{\| \mathbf{Z}(\hat{\mathbf{T}}_0^{(N_{it})})^{-1} \mathbf{Z}^H \| \cdot \| \hat{\mathbf{T}}_0^{(N_{it})} \|^{N/K} \cdot \| \hat{\mathbf{T}}_1^{(N_{it})} \|^{-(N-1)/K}}{\| (\mathbf{I}_N - \mathbf{p}\mathbf{p}^H) \mathbf{Z}(\hat{\mathbf{T}}_1^{(N_{it})})^{-1} \mathbf{Z}^H (\mathbf{I}_N - \mathbf{p}\mathbf{p}^H) \|_p} \quad (30)$$

与目前大部分非高斯背景下的自适应检测器^[3-6]相比,AMGLRT 存在如下特点:首先,它无需辅助数据,且重点考虑估计协方差矩阵可能奇异的情况,而大部分已有检测器均需利用辅助数据实现自适应检测;其次,与基于散射点信息的检测器^[4-6]相比,AMGLRT 虽未能利用目标散射点信息,但无需估计目标散射点个数,在一定程度上简化了算法实现过程。

3 性能分析

由于 AMGLRT 方法无需辅助数据,而目前大部分检测器均需利用辅助数据实现自适应检测;为了方便比较,本文采用通用性较强的二进制积累器(M/K 检测器)进行对比分析。该检测器首先利用点目标的 Kelly 检测器^[12]对单个单元进行散射点检测,如果 K 个单元中至少有 M 个超过第一门限^[2],就认为存在目标。由于没有目标等效散射点个数的先验信息,为了保证 M/K 检测器的鲁棒性,采用 $M=1$ 。另外,采用相关系数为 γ 的指数结构对 Σ 建模;采用均值为 b 和参数为 L 的 Gamma 分布对 f_r 建模,当 $b=1$ 时,杂波幅度分布等价于 K 分布。

令 h_0 表示目标等效散射点个数,散射点用零均值独立复圆高斯分布建模。 σ_s^2 和 σ_c^2 分别表示每个单元的目标和杂波的平均功率,则 σ_s^2/σ_c^2 表示单个单元的平均信杂比,其中,用 ϵ_t 表示距离单元 t 的等效散射点占目标总能量的比率。本文主要考虑表 1 中 4 种典型的散射点能量分布模型^[4-5]。

表 1 不同散射点能量分布模型的 ϵ_t 值

Tab. 1 Values of ϵ_t for Typical Scatterers Models

单元号	1	2	...	h_0
Mod. 1	$1/h_0$	$1/h_0$	$1/h_0$	$1/h_0$
Mod. 2	0.9	$0.1/(h_0-1)$	$0.1/(h_0-1)$	$0.1/(h_0-1)$
Mod. 3	0.99	$0.01/(h_0-1)$	$0.01/(h_0-1)$	$0.01/(h_0-1)$
Mod. 4	1	0	0	0

检测阈值和检测概率 P_d 均采用 Monte Carlo 方法计算。为控制计算量,设定虚警概率 $P_{fa} = 10^{-4}$, $K=15$ 。输入信杂比定义为^[3]:

$$SCR = \sigma_s^2 \mathbf{p}^H \Sigma^{-1} \mathbf{p} / \sigma_c^2 \quad (31)$$

图 1 显示在 $K=15$ 、 $h_0=3$ 、 $N=2$ 、 $N_{it}=3$ 、

(28) 和式(29)的结果代入式(27)中,可得 AMGLRT 的检验统计量为:

$L=1$ 、 $\gamma=0$ 、 $P_{fa}=10^{-4}$ 时,不同散射点能量分布模型产生的影响。从图 1 中可以看出,目标等效散射点能量均匀分布(Mod. 1)时,AMGLRT 的检测性能最好;随着目标能量的集中,AMGLRT 的检测性能逐渐下降;而在点目标环境下(Mod. 4),AMGLRT 存在一定的检测损失。可能的原因是:在点目标环境下,由于 AMGLRT 未能利用目标散射点信息,直接对含纯杂波的距离分辨单元进行了积累,导致了坍塌损失。为了便于分析,下文均采用 Mod. 1 进行分析。

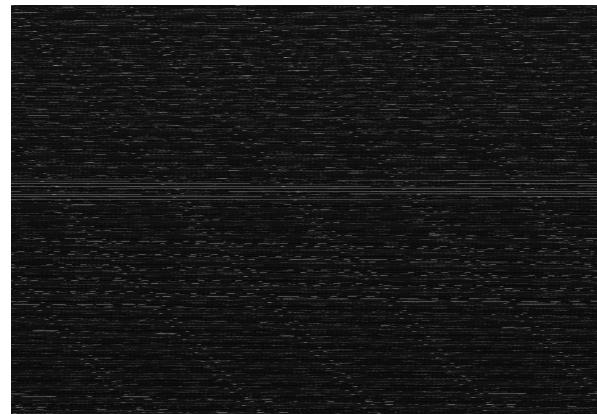
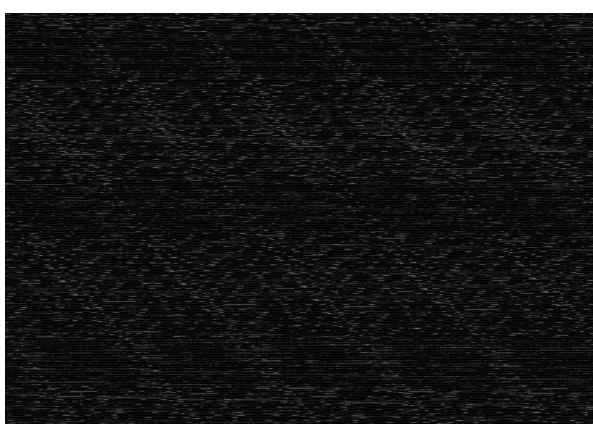


图 1 $K=15$, $h_0=3$, $N=2$, $N_{it}=3$, $L=1$, $\gamma=0$, $P_{fa}=10^{-4}$ 时, Mod. 1 至 Mod. 4 对应的 AMGLRT 检测性能
Fig. 1 P_d Versus SCR of AMGLRT for Mod. 1~Mod. 4, $K=15$, $h_0=3$, $N=2$, $N_{it}=3$, $L=1$, $\gamma=0$, $P_{fa}=10^{-4}$

图 2 给出了不同阵元数 ($N=2, 4, 8$) 时 AMGLRT 的检测性能曲线。由图 2 可知,检测性能随着阵元数的增加而提高,但性能提高的程度有所减弱。由于 L 越小,杂波中的尖峰分量越多,针对不同 $L=0.2, 0.5, 1, 5$,图 3 分析了杂波尖峰对 AMGLRT 检测性能的影响。由图 2 可知,AMGLRT 的检测性能随着杂波尖峰的增加而有所下降。另外,图 4 评估了不同的杂波协方差矩阵结构对 AMGLRT 检测性能的影响。可以看出,检测曲线对不同杂波一阶相关系数几乎不变,这与文献[5]中的结果类似,说明在不同的杂波相关性条件下,AMGLRT 检测器具有很好的鲁棒性。

最后,针对不同散射点密度情况,图 5 比较 AMGLRT 和 1/K 检测器的性能,在相同的非高斯背景下,AMGLRT 的检测性能远好于 1/K 检测器。

图 2 $K=15, h_0=3, N_{it}=3, L=1, \gamma=0, P_{fa}=10^{-4}$,Mod. 1 时, $N=2,4,8$ 对应的 AMGLRT 检测性能Fig. 2 P_d Versus SCR of AMGLRT for Mod. 1, $K=15, h_0=3, N_{it}=3, L=1, \gamma=0, P_{fa}=10^{-4}, N=2,4,8$ 图 3 $K=15, h_0=3, N=2, N_{it}=3, \gamma=0, P_{fa}=10^{-4}$,Mod. 1 时, $L=0.2,0.5,1,5$ 对应的 AMGLRT 检测性能Fig. 3 P_d Versus SCR of AMGLRT for Mod. 1, $K=15$, $h_0=3, N=2, N_{it}=3, \gamma=0, P_{fa}=10^{-4}, L=0.2,0.5,1,5$ 图 4 $K=15, h_0=3, N=2, N_{it}=3, L=1, P_{fa}=10^{-4}$,Mod. 1 时, $\gamma=0,0.5,0.9,0.99$ 对应的 AMGLRT 检测性能Fig. 4 P_d Versus SCR of AMGLRT for Mod. 1, $K=15$, $h_0=3, N=2, N_{it}=3, L=1, P_{fa}=10^{-4}$, $\gamma=0, 0.5, 0.9, 0.99$

测器。另外, AMGLRT 的检测性能随着目标等效散射点个数的增加而明显提高;而 1/K 检测器的性能急剧恶化。可能的原因是,在距离扩展目标情况下,目标等效散射点占据多个距离分辨单元,由于等效散射点的污染,第一级点目标 Kelly 检测器的估计矩阵出现偏差,且这种偏差随着散射点个数的增加而增大,最终导致 1/K 检测器的性能急剧下降。

图 5 $K=15, N=2, N_{it}=3, L=1, \gamma=0, P_{fa}=10^{-4}$,Mod. 1 时, $h_0=2,4,8,15$ 对应的

AMGLRT 和 1/K 检测器的性能

Fig. 5 P_d Versus SCR of AMGLRT and 1/Kfor Mod. 1, $K=15, N=2, N_{it}=3, L=1, \gamma=0,$ $P_{fa}=10^{-4}, h_0=2,4,8,15$

4 结 语

本文在 SIRV 非高斯背景下,针对估计协方差矩阵可能奇异的情况,研究了距离扩展目标自适应检测方法,推导了非高斯背景下协方差矩阵结构和目标散射点幅度的 MML 估计,并采用修正的迭代估计方法获得纹理分量的近似 ML 估计,建立了自适应检测器 AMGLRT。仿真分析结果表明,在无辅助数据可用的条件下,AMGLRT 的检测性能优于已有的 M/K 检测器。

如何在更贴近实际应用的散射点模型下开展性能分析,并有效结合散射点信息进一步提高检测性能,将是下一步研究的重点。

参 考 文 献

- [1] He Chu, Zhang Yu, Liao Ziqian, et al. Compressive Sensing based CFAR Target Detection Algorithm for SAR Image[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2014, 39(7): 878-882(何楚, 张宇, 廖紫纤, 等. 基于压缩感知的 SAR 图像 CFAR 目标检测算法[J]. 武汉大学学报

- 信息科学版,2014,39(7): 878-882)
- [2] Gui Renzhou. Detecting Target Located in Nonstationary Background Based on Two-Dimensions Constant False Alarm Rate[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2012, 37(3): 354-357(桂任舟. 利用二维恒虚警进行非均匀噪声背景下的目标检测[J]. 武汉大学学报·信息科学版,2012,37(3): 354-357)
- [3] Shuai X F, Kong L J, Yang J Y. Performance Analysis of GLRT-based Adaptive Detector for Distributed Targets[J]. *Signal Processing*, 2010, 90: 16-23
- [4] Jian Tao, He You, Su Feng, et al. Optimized Parameters and Robustness Evaluation for Range-Spread Target Detector[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2011, 39(9): 2 190-2 193(简涛,何友,苏峰,等. 距离扩展目标检测器的最优参数及鲁棒性分析[J]. 电子学报,2011,39(9): 2 190-2 193)
- [5] Gao Y Z, Zhan R H, Wan J W. Range-Spread Target Detection in Compound Gaussian Clutter with Reciprocal of the Square Root of Gamma Texture[J]. *Progress in Electromagnetics Research*, 2014, 144: 11-21
- [6] Zhao Hongzhong, Chen Yuanzheng, Zhu Yong- feng. Optimal Binary Detection Strategy for Range-Extended Targets in Sea Clutter[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2011, 33(5): 982-986(赵宏钟,陈远征,朱永锋. 海杂波下距离扩展目标的最优二进制检测[J]. 系统工程与电子技术,2011,33(5): 982-986)
- [7] He Y, Jian T, Su F, et al. Adaptive Detection Application of Covariance Matrix Estimation for Correlated Non-Gaussian Clutter[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2010, 46(4): 2 108-2 117
- [8] Miller K S. Multi-dimensional Gaussian Distributions[M]. New York: Wiley, 1964
- [9] Zhang Xianda. Matrix Analysis and Application[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004 (张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 北京: 清华大学出版社,2004)
- [10] Grenander U. Abstract Inference[M]. New York: Wiley, 1981
- [11] Gerlach K, Steiner M J. Adaptive Detection of Range Distributed Targets[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1999, 47(7): 1 844-1 851
- [12] Kelly E J. An Adaptive Detection Algorithm[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1986, 22(1): 115-127

Range-Spread Target Detector Based on Modified Maximum Likelihood Estimation

JIAN Tao^{1, 2} HUANG Xiaodong² WANG Jie² HE You²

1 Key Laboratory for Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China

2 Research Institute of Information Fusion, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China

Abstract: In the case of a certain estimated covariance matrix becoming singular in the non-Gaussian clutter context, which is modeled as a spherical invariant random vector, a self-adaptive range-spread target detection is addressed in this paper. We derive the modified maximum likelihood estimation for unknown parameters including non-Gaussian clutter covariance matrix and scatterer amplitudes; then get through with the approximate ML estimation of the texture; and devise a detector, the adaptively modified generalized likelihood ratio test (AMGLRT). Simulation results show that the AMGLRT had the best performance if the target energy was uniformly distributed, while with increasing number of sensors or decreasing clutter spikiness also improve the AMGLRT detection performance. Without secondary data, the AMGLRT detector outperforms the existing common M/K detector.

Key words: modified maximum likelihood estimation; range-spread target detection; singular matrix; spherical invariant random vector

First author: JIAN Tao, PhD, associate professor, specializes in the target detection and signal processing. E-mail: work_jt@163.com

Corresponding author: HUANG Xiaodong, PhD, associate professor. E-mail: hxd_hy@126.com

Foundation support: The National Natural Science Foundation of China, Nos. 61102166, 61471379; the China Postdoctoral Science Foundation, Nos. 2013M540733, 2014T70904; the Scientific Research Foundation for Outstanding Young Scientists of Shandong Province, No. BS2013DX003.