

DOI: 10.13203/j.whugis20140630

文章编号: 1671-8860(2015)11-1533-06

# 复张量场扩散方程及其在 PolSAR 图像去噪中的应用

夏桂松<sup>1,2</sup> 薛楠<sup>1,2</sup> 王子锋<sup>1,2</sup> 张良培<sup>1,2</sup>

1 武汉大学测绘遥感信息工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430079

2 武汉大学地球空间信息技术协同创新中心, 湖北 武汉 430079

**摘要:** 张量图像如极化合成孔径雷达(PoSAR)图像, 它的每一个像素点都是一个 3 阶的正定对称矩阵。对于张量图像的噪声抑制, 目前普遍的做法是将它们看作多通道标量图像进行处理, 但是, 这样可能会破坏矩阵的正定性, 从而造成信息的损失。本文主要研究基于扩散方程的张量图像的噪声抑制问题, 将现有的基于扩散方程的实张量场去噪模型推广到复张量场, 并给出了其数值迭代格式。模拟图像和 PoSAR 图像上的实验充分验证了本文算法的有效性。与现有算法相比, 本文算法具有更好的去噪能力和边缘保持能力。

**关键词:** 图像去噪; 偏微分方程; 极化合成孔径雷达(PoSAR)图像; 流形; 张量图像

中图法分类号: TP751

文献标志码: A

近年来, 对张量图像(如极化合成孔径雷达图像以及医学中的弥散张量图像)的研究越来越多<sup>[1-8]</sup>。与传统图像不同, 张量图像的每一个像素点值对应某些特征的二阶统计量, 是正定对称矩阵<sup>[4,5]</sup>。现有的方法通常将张量图像的每一个像素看成多通道的标量图像进行处理<sup>[6-9]</sup>, 但这样可能破坏元素之间的代数结构, 从而使得图像中的部分信息丢失。理想的张量图像处理将每个像素对应的协方差矩阵看成一个结构张量, 将整幅图像看成一个张量场, 然后在张量场中解决图像的处理问题。如果该矩阵是实矩阵(如医学弥散张量图像), 则对应实张量场的处理; 如果该矩阵对应复协方差矩阵(如极化合成孔径雷达图像), 则需要解决复张量场的去噪问题。本文旨在建立复张量场上的扩散方程模型, 并应用于合成孔径雷达图像的处理<sup>[3,9-11]</sup>。

在实张量场的处理方面, Pennec 等<sup>[5]</sup> 在 2006 年提出了一种张量场的黎曼度量, 推导了实张量场上的扩散方程并将其应用在一些以张量形式表示的图像处理中。Pennec 等<sup>[5]</sup> 通过定义两个  $n$  阶正定对称实矩阵的黎曼度量, 计算由  $n$  阶实对称正定矩阵构成的张量场的测地线方程, 从而得到了实张量场上的扩散方程和相应的数值迭代格

式。然而, 由于张量场的各项异性扩散方程在进行数值计算的时候需要对矩阵进行指数运算和对数运算, Pennec 等<sup>[5]</sup> 提出的方法的计算效率并不高。为了解决这一问题, Collard 等<sup>[4]</sup> 针对实对称正定矩阵构成的张量场处理进行了改进, 其主要思路是: 首先将正定矩阵  $\Sigma$  进行谱分解, 用单位四元数等价地表示正交矩阵; 然后分别将向量场的 PM 模型<sup>[12]</sup> 和张量场的 PM 模型应用到相应的分量上<sup>[4]</sup>。这样通过在预处理阶段将图像分解成向量场和由对角矩阵构成的张量场, 提高了算法的运行效率。但是, 这种方法无法扩展到复张量图像上。本文主要研究如何将标量和向量场中的基于扩散方程的 PM 模型<sup>[12]</sup> 推广到复张量场中, 推导复张量图像的去噪模型。首先对复张量场进行分解, 将复张量场分解成由正定对角矩阵构成的张量场和两个向量场。在此基础上, 本文进一步拓展了 PM 模型, 推导出相应的数值迭代格式。最后, 分别利用模拟图像和真实 SAR 图像来验证算法的有效性。与现有算法<sup>[13]</sup> 相比, 本文中的算法具有更好的去噪能力和边缘保持能力<sup>[14-15]</sup>。本文工作的前期研究可参见文献[16]。

收稿日期: 2014-08-20

项目来源: 国家自然科学基金资助项目(91338113, 41501462); 模式识别国家重点实验室开放研究基金资助项目(201306301)。

第一作者: 夏桂松, 博士, 副教授, 研究方向为图像处理及计算机视觉。E-mail: guisong.xia@whu.edu.cn.

# 1 实张量场上的扩散方程

## 1.1 标量场上的扩散方程和PM模型

用高斯核函数  $G(x, y; \sigma) = \frac{1}{2\pi\sigma} \cdot \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right)$  卷积标量图像  $u_0(x, y)$ , 得到  $u_0(x, y)$  在尺度  $\sigma$  上的图像  $u(x, y; \sigma)$ , 即

$$u(x, y; \sigma) = \int_{\mathbb{R}^2} u_0(x - \tau, y - \xi) G(\tau, \xi; \sigma) d\tau d\xi \quad (1)$$

式(1)随着  $\sigma$  逐渐增大,  $u(x, y; \sigma)$  会逐渐模糊, 图像的细节、噪声等高频信息会随着  $\sigma$  的增大而消失。因此, 用高斯核与原始图像卷积可以抑制噪声, 称为高斯低通滤波<sup>[15, 17]</sup>。

事实上, 式(1)为热传导方程

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t}(x, y, t) = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, & (x, y) \in \mathbb{R}^2 \\ u(x, y, 0) = u_0(x, y) \end{cases} \quad (2)$$

的解。为了使高斯低通滤波器能够在抑制噪声的同时保持图像的细节信息, 可以修改热传导方程的扩散项。Perona 和 Malik 从尺度空间理论出发, 得到了各项异性扩散的偏微分方程模型, 即 PM 模型<sup>[12]</sup>:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t}(x, y, t) = \operatorname{div}(c(|\nabla u|)\nabla u), \\ (x, y) \in \Omega, t > 0 \\ u(x, y, 0) = u_0(x, y) \\ u(x, y, t) = 0, (x, y) \in \partial\Omega \end{cases} \quad (3)$$

式中,  $c(|\nabla u|)$  是控制扩散率的函数。对于图像中平坦的区域, 对应的梯度向量的模会比较小, 此时  $c(|\nabla u|)$  的取值应该比较大, 使得方程局部退化为热传导方程, 从而达到抑制噪声的效果。对于细节信息比较多的区域, 梯度向量会比较大, 此时  $c(|\nabla u|)$  的取值也应该比较小, 会保持更多的细节。关于函数  $c(s)$  的形式, 我们通常选取  $c(s) = (1 + (s/\kappa)^2)^{-1}$  或  $c(s) = e^{-(s/\kappa)^2}$ , 其中  $\kappa$  是可调节的参数。

## 1.2 实张量场上的扩散方程和PM模型

设  $\Sigma(x, t)$  是定义在  $\mathbb{R}^2 \times [0, \infty)$  上的  $n$  阶实对称正定矩阵场(实张量场)。根据仿射不变的黎曼度量及相应的测地线方程<sup>[5]</sup>, 可以得到实张量场上的 PM 模型:

$$\begin{cases} \partial_t \Sigma(x, t) = \frac{2d}{|V(x)|} \sum_{u \in V(x)} c\left(\frac{\|\Delta_u \Sigma(x, t)\|}{\|u\|}\right) \cdot \\ \frac{\Delta_u \Sigma(x, t)}{\|u\|}, x \in \mathbb{R}^d \\ \Sigma(0, x) = \Sigma_0(x) \end{cases} \quad (4)$$

式中,  $\Delta_u \Sigma$  是  $\Sigma(x, t)$  沿方向  $u$  的 Laplace-Beltrami 算子:

$$\Delta_u \Sigma = \overline{\Sigma(x) \Sigma(x+u)} + \overline{\Sigma(x) \Sigma(x-u)} + O(\|u\|^4) \quad (5)$$

$\overline{\Sigma(x) \Sigma(x+u)}$  表示  $\Sigma(x)$  沿着  $u$  方向的方向导数, 具体形式为:

$$\overline{\Sigma(x) \Sigma(x+u)} = \Sigma(x)^{\frac{1}{2}} \lg(\Sigma(x)^{-\frac{1}{2}} \Sigma(x+u) \Sigma(x)^{-\frac{1}{2}}) \Sigma(x)^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

如果将方程(4)的第一行写为  $\partial_t \Sigma(x, t) = -W(x, t)$  的形式, 则有迭代格式:

$$\Sigma(x, t + \tau) = \exp_{\Sigma(x, t)}(-\tau W(x, t)) \quad (7)$$

式中,  $\exp_{\Sigma}(W) = \Sigma^{\frac{1}{2}} \exp(\Sigma^{-\frac{1}{2}} W \Sigma^{-\frac{1}{2}}) \Sigma^{\frac{1}{2}}$ 。

由于迭代式(4)的计算速度比较慢, Collard 等<sup>[4]</sup> 将 3 阶实正定对称矩阵通过 SVD 分解得到  $\Sigma = U \Lambda U^T$  并用单位四元数  $q$  等价的表示正交矩阵  $U$ , 从而将张量场  $\Sigma(x)$  分解成了由对角矩阵构成的张量场  $\Lambda(x)$  和表示正交矩阵  $U$  的向量场  $q(x)$ , 再将式(4)和向量场的 PM 模型分别应用到  $\Lambda(x)$  和  $q(x)$ , 得到了相应的数值迭代格式。

## 2 复张量的分解

实张量场可以被分解为一个表示单位四元数的向量场和一个对角矩阵构成的张量场<sup>[4]</sup>, 即将实张量场中的每个实正定对称矩阵分解成了一个单位四元数和对角矩阵。然而, 复张量场的情形目前没有有效的方法。本文将采取相似的思路, 对 3 阶埃尔米特正定矩阵进行分解。

给定一个阶埃尔米特正定矩阵  $H$ , 有:

$$H = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} + b_{1,2}i & a_{1,3} + b_{1,3}i \\ a_{1,2} - b_{1,2}i & a_{2,2} & a_{2,3} + b_{2,3}i \\ a_{1,3} - b_{1,3}i & a_{2,3} - b_{2,3}i & a_{3,3} \end{pmatrix}$$

通过欧拉公式, 得到:

$$H = \begin{pmatrix} r_{1,1} & r_{1,2} e^{i\theta_{1,2}} & r_{1,3} e^{i\theta_{1,3}} \\ r_{1,2} e^{-i\theta_{1,2}} & r_{2,2} & r_{2,3} e^{i\theta_{2,3}} \\ r_{1,3} e^{-i\theta_{1,3}} & r_{2,3} e^{-i\theta_{2,3}} & r_{3,3} \end{pmatrix} \quad (8)$$

其中,  $r_{i,j} = \sqrt{a_{i,j}^2 + b_{i,j}^2}$ ;  $\theta_{i,j} = \tan^{-1}(b_{i,j}/a_{i,j})$ ,  $i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3$ 。

定义 1 设  $A = (a_{i,j})_{n,m} \in \mathbb{C}^{n \times m}$ ,  $|A|$  定义为:

$$|A| = \begin{pmatrix} |a_{1,1}| & \cdots & |a_{1,m}| \\ \vdots & & \vdots \\ |a_{n,1}| & \cdots & |a_{n,m}| \end{pmatrix} \quad (9)$$

式中,  $|a_{i,j}|$  是复数  $a_{i,j}$  的模。

定理 1 若  $\Sigma$  是  $n$  阶埃尔米特正定矩阵, 则  $|\Sigma|$  是  $n$  阶实正定对称矩阵。

证明 由埃尔米特矩阵的定义,  $\forall z \in \mathbb{C}^n, z \neq 0$ , 有:

$$z^* \Sigma z > 0 \quad (10)$$

将式(10)展开, 并取  $z \in \mathbb{R}^n$ , 有:

$$\begin{aligned} 0 &\leqslant \sum_{i,j=1}^n z_i z_j \sigma_{i,j} = \\ &\sum_{i=1}^n z_i^2 \sigma_{i,i} + \sum_{i < j} z_i z_j (\sigma_{i,j} + \sigma_{i,j}^*) = \\ &\sum_{i=1}^n z_i^2 \sigma_{i,i} + \sum_{i < j} 2 z_i z_j \Re(\sigma_{i,j}) \leqslant \\ &\sum_{i=1}^n z_i^2 \sigma_{i,i} + \Sigma_{i < j} 2 z_i z_j |\sigma_{i,j}| = \\ &z^T |\Sigma| z \end{aligned} \quad (11)$$

即  $|\Sigma|$  是实正定对称矩阵。

证毕。

根据定理 1 以及式(8), 一个 3 阶埃尔米特正定矩阵  $H$  可以由一个实正定对称矩阵  $|H|$  和 3 个辐角  $\theta_{1,2}, \theta_{1,3}, \theta_{2,3}$  表示。如果将  $\theta_{1,2}, \theta_{1,3}, \theta_{2,3}$  写成向量的形式  $\theta = (\theta_{1,2}, \theta_{1,3}, \theta_{2,3})^T$ , 3 阶埃尔米特正定矩阵构成的张量场  $\Sigma(x)$  就可以被分解成一个实正定对称矩阵构成的张量场  $|\Sigma(x)|$  以及一个向量场  $\theta(x)$ 。更进一步, 实正定对称矩阵构成的张量场  $|\Sigma(x)|$  可以分解成一个由对角矩阵构成的张量场  $\Lambda(x)$  以及一个向量场  $q(x)$ <sup>[4]</sup>。因此, 复张量场就可以被分解为  $\Lambda(x), q(x)$  以及  $\theta(x)$ , 记作

$$H(x) \sim (\Lambda, q, \theta)(x) \quad (12)$$

### 3 复量场上的 PM 模型

给定一个初始张量场  $H_0(x)$ ,  $x \in \mathbb{C}^2$ , 首先等价的将它表示为  $(\Lambda(x), q(x), \theta(x))$ , 然后对于向量场  $q(x)$  和  $\theta(x)$ , 使用向量场的 PM 模型。由于  $\Lambda(x)$  是实正定对称的, 因此, 可以使用实张量场的 PM 模型<sup>[5]</sup> 来进行噪声抑制, 具体的迭代公式如下:

$$\begin{aligned} \Lambda_{n+1}(x) &= \Lambda_n(x) \exp(2\tau \Delta_{\text{an}} \Lambda(x)) \\ \Delta_{\text{an}} \Lambda(x) &= \frac{4}{|V(x)|} \sum_{u \in V(x)} c \left( \frac{\|\Lambda_n(x) D_u(x)\|}{\|u\|_2} \right) \cdot \\ &\frac{\Lambda_n(x) D_u(x)}{\|u\|_2^2} \\ D_u(x) &= \log(\Lambda_n(x+u)) - \log(\Lambda_n(x)) \\ q_{\text{temp}}(x) &= q_n(x) + 2\tau \Delta_{\text{an}} q(x) \\ q_{n+1}(x) &= \frac{q_{\text{temp}}(x)}{\|q_{\text{temp}}(x)\|} \Delta_{\text{an}} q(x) = \frac{4}{|V(x)|} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\sum_{u \in V(x)} c \left( \frac{\|q_n(x+u) - q_n(x)\|_2}{\|u\|_2} \right).$$

$$\frac{q_n(x+u) - q_n(x)}{\|u\|_2^2} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \theta_{n+1}(x) &= \theta_n(x) + 2\tau \Delta_{\text{an}} \theta \Delta_{\text{an}} \theta(x) = \frac{4}{|V(x)|} \\ &\sum_{u \in V(x)} c \left( \frac{\|\theta_n(x+u) - \theta_n(x)\|}{\|u\|_2} \right) \\ &\frac{\theta_n(x+u) - \theta_n(x)}{\|u\|_2} \end{aligned} \quad (15)$$

其中,  $c(t) = \exp(-(t/\kappa)^2)$ 。

#### 算法 1 复张量场 PM 模型的数值算法

输入: 初始图像  $\Sigma_0(x)$ , 迭代次数  $N$ , 迭代步长  $\tau$  以及参数  $\kappa_A, \kappa_q, \kappa_\theta$ 。

输出: 经过  $N$  次迭代得到的图像  $\Sigma_N(x)$

- 1) 令  $k=0$ , 将  $\Sigma_0(x)$  分解成  $\Lambda_0(x), q_0(x)$  和  $\theta_0(x)$
- 2) while  $k < N$  do
- 3) for  $x$  do
- 4) 根据式(13)~式(15), 计算  $\Lambda_{k+1}, q_{k+1}$  以及  $\theta_{k+1}$
- 5) end for
- 6)  $k \leftarrow k+1$
- 7) end
- 8) 将  $\Lambda_N(x), q_N(x)$  和  $\theta_N(x)$  组合为  $\Sigma_N(x)$
- 9) 输出  $\Sigma_N(x)$

需要注意的是, 将复张量场分解成两个向量场和一个实张量场, 是基于以下假设:

假设 1 设原始图像为  $H(x) \sim (\Lambda(x), q(x), \theta(x))$ , 被噪声污染的图像为  $\tilde{H}(x) \sim (\tilde{\Lambda}(x), \tilde{q}(x), \tilde{\theta}(x))$ , 并且  $\tilde{\Lambda}(x), \tilde{q}(x), \tilde{\theta}(x)$  是互不相关的。

因此, 式(13)~式(15)中对应的  $c(t)$  的参数  $\kappa$  理论上是不一样的, 需要分别选取。

### 4 实验结果及分析

本文将提出的算法应用到模拟的复张量图像和真实的极化合成孔径雷达图像上, 并与窗口尺寸为 3 的 Refined Lee 滤波器<sup>[13]</sup> 的去噪结果进行比较。对于模拟图像, 通过比较结构相似度指数 SSIM<sup>[14]</sup>、均方误差 MSE 及峰值信噪比等定量指标, 表明本文算法整体优于 Refined Lee 方法<sup>[13]</sup>。

#### 4.1 模拟图像的实验结果

为产生模拟测试图像, 将 RGB 图像转化成用埃尔米特协方差矩阵表示的张量图像, 并附加斑点噪声。比较实验采用算法 1 进行滤波, 并与窗口大小为 3 的 Lee 滤波器得到的结果进行了对比, 实验结果如图 1~图 3 所示。

为了更好地评价去噪效果, 对图 1、图 2 中的

结果进行了定量评价,评价指标为结构相似度指数SSIM<sup>[14]</sup>、均方误差MSE以及峰值信噪比PSNR,具体结果如表1所示。

表1 模拟图像去噪结果的定量评价及对比

Tab. 1 Quantitative Evaluation and Comparison of the Experiment Results

	本文方法			Refined Lee <sup>[13]</sup>		
	SSIM	MSE	PSNR/dB	SSIM	MSE	PSNR/dB
模拟图1	0.70	269.22	24.16	0.32	737.62	19.97
模拟图2	0.80	182.14	30.41	0.76	204.52	29.85

由表1可以发现,对于图1和图2,相较Refined Lee<sup>[13]</sup>而言,本文方法的去噪结果可以得到更高的信噪比和结构相似度,同时均方误差也更小,但图2在去噪的过程中改变了部分颜色信息。

值得注意的是,本文的算法是直接在张量空

间中进行操作的,因此,可以恢复数据的代数结构,使得每一个像素点代表的协方差矩阵的正定性可以得到较好的恢复。为了说明这一点,可以参照一幅代表同质区域的纯净的复张量图像 $\Sigma(x)$ 。对 $\Sigma(x)$ 以及有噪声的图像 $\tilde{\Sigma}(x)$ ,在用本文算法去噪之后,图3显示了每一个像素点 $x$ 处的椭球 $\Sigma(x)$ 。可以看出,本文算法较好地恢复了每一个椭球的形状。

#### 4.2 真实极化合成孔径雷达(PolSAR)图像的实验

本文选取Flevoland地区和San Francisco地区的极化SAR图像进行实验,验证本文算法在真实数据上的有效性。其去噪结果的Pauli RGB分解结果如图4~图6所示。

从图4~图6可以看出,本文方法在细节的保持上更好一些,尤其是地目标点的恢复上,此时Refined Lee模糊掉了大部分地目标点。

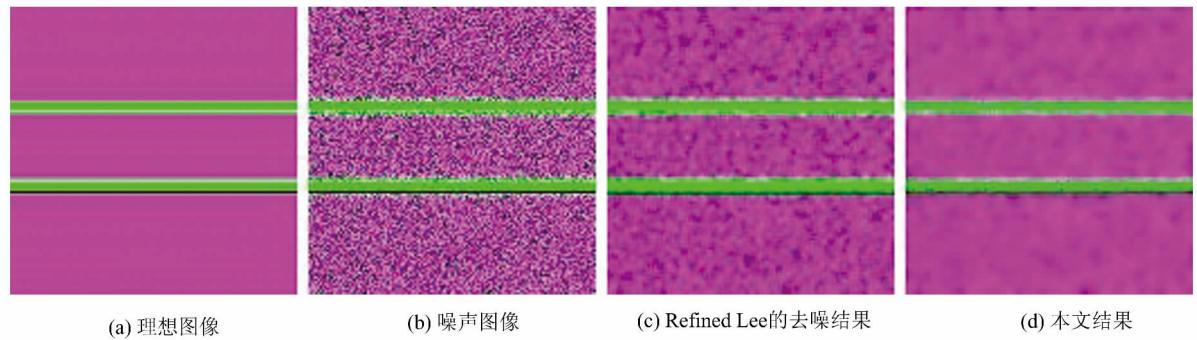


图1 模拟图像1的去噪结果

Fig. 1 Results on the Simulated Image 1



图2 模拟图像2的去噪结果

Fig. 2 Results on the Simulated Image 2

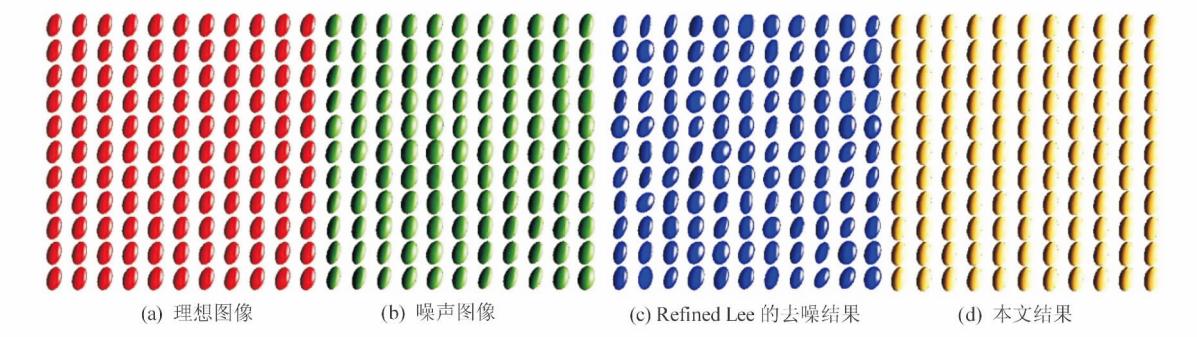


图3 模拟图像去噪结果的张量可视化结果

Fig. 3 Visualization of Tensors with Respect to the Filtering Results on a Simulated Image

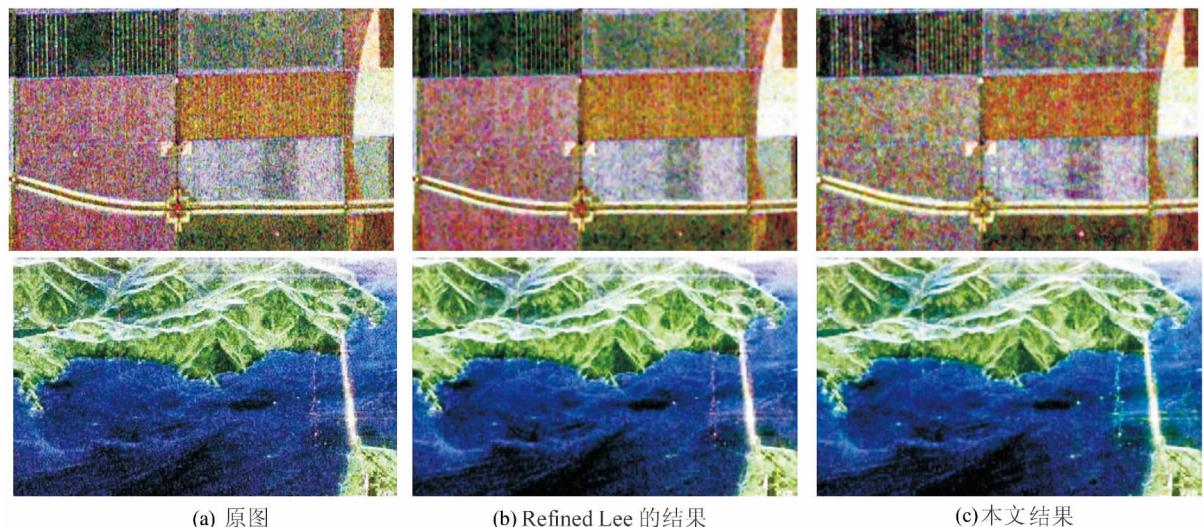


图 4 PolSAR 图像的去噪结果  
Fig. 4 Results on the PolSAR Images



图 5 Flevoland 地区 PolSAR 图像的去噪结果  
Fig. 5 Results on the Flevoland Area PolSAR Images



图 6 旧金山地区 PolSAR 图像的去噪结果  
Fig. 6 Results on the San Francisco PolSAR Images

5 总结与展望

图像的噪声抑制是图像处理中传统并充满挑战的问题,其主要难点在于如何在抑制噪声的同时尽可能地保持原图像中的细节信息,良好的去噪算法可以为后续的图像处理工作带来诸多便

利,如目标识别、图像分割等。本文从偏微分方程的角度研究了张量图像的噪声抑制问题,为复张量图像的处理提供了一个新的思路:将每一个像素上的协方差矩阵看做一个整体。本文从标量图像的PM模型出发,结合现有的实张量场的黎曼框架,对3阶埃尔米特场提出了各向异性的扩散方程,并将其应用到了张量图像的去噪问题上。

然而,本文算法还有诸多值得改进和研究的地方,如图2所示,虽然本文算法的去噪效果优于文献<sup>[13]</sup>,但丢失了部分颜色信息,这可能是由于黎曼度量的选取造成的。因此,为了能更好地抑制噪声并且保持边缘,同时避免影响图像的色彩信息,有必要研究更符合合成孔径雷达成像原理的黎曼度量。除此之外,张量场上的偏微分方程的快速求解也是一个值得研究的问题。

## 参 考 文 献

- [1] Zhou Xiaoguang. Polarimetric SAR Image Classification [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2008(周晓光. 极化 SAR 图像分类方法研究 [D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2008)
- [2] Zhao Xianbin, Yan Wei, Wang Yingqiang, et al. Simulation Study on the Design of Key Technical Parameters in Marine Environment Sounding with Fully Polarimetric Synthetic Aperture Radar Based on Ocean Surface Scattering Model[J]. *Acta Phys Sin*, 2014, 63(21), doi: 10.7498/aps.63.218401 (赵现斌, 严卫, 王迎强, 等. 基于海绵散射模型的全极化合成孔径雷达海洋环境探测关键技术参数设计仿真研究[J]. 物理学报, 2014, 63(21), doi: 10.7498/aps.63.218401)
- [3] Maitre H. Processing of Synthetic Aperture Radar (SAR) Images[M]. New York: Wiley, 2010
- [4] Collard A, Bonnabel S, Phillips C, et al. Anisotropy Preserving DTI Processing [J]. *International Journal of Computer Vision*, 2013, 107(1):58-74
- [5] Pennec X, Fillard P, Ayache N. A Riemannian Framework for Tensor Computing[J]. *International Journal of Computer Vision*, 2006, 66(1):41-66
- [6] Jin Guowang, Han Xiaoding, Jia Bo, et al. Filtering for InSAR Interferograms by Vector Decomposing and Wavelet Transform[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2008, 33(2): 132-135(靳国旺, 韩晓丁, 贾博, 等. InSAR 干涉图的矢量分离式小波滤波[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2008, 33(2): 132-135)
- [7] Deng Shaoping, Li Pingxiang, Zhang Jixian, et al. Filtering of Polarimetric SAR Imagery Based on Multiplicative Model[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2011, 36(10): 1 168-1 171(邓少平, 李平湘, 张继贤, 等. 基于乘积模型的极化 SAR 滤波[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2011, 36(10): 1 168-1 171)
- [8] Wu Zhaocong, Ouyang Qundong, Hu Zhongwen, et al. Application of Four-component Scattering Model in Speckle Filtering of Polarimetric SAR Data[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2011, 36(7): 763-766(巫兆聪, 欧阳群东, 胡忠文, 等. 四分量散射模型在极化 SAR 相干斑滤波中的应用[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2011, 36(7): 763-766)
- [9] Xia Guisong, He Chy, Sun Hong. Integration SAR Image Segmentation Method Using MRF on Region Adjacency Graph[J]. *IET Radar, Sonar and Navigation*, 2007, 1(5): 348-354
- [10] Xia Guisong, He Chu, Sun Hong. A Rapid and Automatic MRF-Based Clustering Method for SAR Images[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2007, 4(4): 596-600
- [11] Liu Gang, Yang Wen, Xia Guisong, et al. Structure Preserving SAR Image De-Speckling via  $L_0$ -minimization[J]. *Progress in Electromagnetics Research*, 2013, 141: 347-367
- [12] Perona P, Malik J. Scale-space and Edge Detection Using Anisotropic Diffusion[J]. *IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1990, 12: 629-639
- [13] Lee J-S. Refined Filtering of Image Noise Using Local Statistics[J]. *Computer Graphics and Image Processing*, 1981, 15(4): 380-389
- [14] Wang Zhou, Bovik A, Sheikh H, et al. Image Quality Assessment from Error Visibility to Structural Similarity[J]. *IEEE Trans on Image Processing*, 2004, 13(4): 600-612
- [15] Aubert G, Kornprobst P. Mathematical Problems in Image Processing[M]. Berlin: Springer-Verlag, 2000
- [16] Xue Nan, Xia Guisong, Zhang Liangpei. Anisotropic Diffusion on Complex Tensor Fields for PolSAR Image Filtering[C]. IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS), Quebec, Canada, 2014
- [17] Feng Xiangchou, Wang Weiwei. Variational Method and Partial Differential Equation for Image Processing[M]. Beijing: Science Press, 2009(冯象初, 王卫卫. 图像处理的变分和偏微分方程方法[M]. 北京: 科学出版社, 2009)

(下转第 1556 页)

calibration is usually electrically large, its backscatter field is appropriately analyzed with a high frequency approximation method; a fast and accurate solution is proposed in this paper. The incident field and its corresponding illuminated area are determined by a ray tracing of a incident wave and reflected wave, then the backscatter field of each illuminated area is computed by the Gordan surface integral method respectively and added up for the total RCS of a corner reflector. Simulation results agreed well with the results from the references and from the electromagnetic computing software FEKO. So the method proposed in this paper was demonstrated to be accurate and efficient, and especially suitable for fast radar cross section computation of corner reflectors composed of large size plates.

**Key words:** SAR; radiometric calibration; radar cross section; corner reflector

**First author:** WENG Yinkan, PhD candidate, specializes in SAR geometric and radiometric calibration. E-mail: wengyinkan2005@163.com

**Corresponding author:** LI Song, PhD, professor. E-mail: wuhanpeople@126.com

**Foundation support:** The Research Project in Advance of Civil Space in National 12th Five-year; the National Natural Science Foundation of China, No. 40901165; the Fundamental Research Fundation for the Central Universities, No. 274470; the Special Public Welfare Project for National Administration of Surveying, Mapping and Geoinformation, Application Index Demonstration and Key Technology of Subsequent Optical Satellite for Surveying and Mapping , No. 201412007.

(上接第 1538 页)

## Anisotropic Diffusion on Complex Tensor Fields for PolSAR Image Filtering

*XIA Guisong<sup>1,2</sup> XUE Nan<sup>1,2</sup> WANG Zifeng<sup>1,2</sup> ZHANG Liangpei<sup>1,2</sup>*

1 State Key Laboratory of Information Engineering in Surveying, Mapping and Remote Sensing, Wuhan University, Wuhan 430079, China

2 Collaborative Innovation Center of Geospatial Technology, Wuhan University, Wuhan 430079, China

**Abstract:** Each pixel of a tensor image is usually characterized by a 3-order positive definite matrix. Currently, existing methods of denoising tensor images usually regard the data as multi-channel images, which is likely to destroy the structure of positive definite matrices of the image and some information will be missed possibly. This paper addresses the problem of denoising complex tensor images. More precisely, we extend the anisotropic diffusion model, also known as P-M model, from scalar or vector images to complex tensor ones. The proposed method can be applied to remove speckle noises in PolSAR images. In contrast with existing denoising algorithms, our method is better at suppressing the effects of speckles while preserving edges.

**Key words:** image denoising; PDE; PolSAR images; manifolds; tensor images

**First author:** XIA Guisong, PhD, associate professor, specializes in image processing and computer vision. E-mail: guisong.xia@whu.edu.cn.

**Foundation support:** The National Natural Science Foundation of China, Nos. 91338113, 41501462; the Open Projects Program of National Laboratory of Pattern Recognition, No. 201306301.