

海空重力测量平台倾斜改正模型等价性证明与验证

黄漠涛^{1,2} 宁津生³ 欧阳永忠^{1,3} 刘 敏⁴ 陆秀平¹ 翟国君^{1,2} 邓凯亮¹

1 海军海洋测绘研究所, 天津, 300061

2 海军工程大学导航工程系, 湖北 武汉, 430033

3 武汉大学测绘学院, 湖北 武汉, 430079

4 信息工程大学地理空间信息学院, 河南 郑州, 450001

摘要: 关于重力测量稳定平台倾斜改正模型选用问题, 国内外学者和机构至今未取得完全一致的意见。从理论上证明了当前国际上推荐使用的三种重力平台倾斜改正模型的等价性, 估算了平台倾斜重力改正的量值大小, 并采用航空重力测量实测数据, 对三种改正模型进行了数值验证和对比分析, 得出了比较明确的结论, 为实际作业选用合适的数据处理流程和改正模型提供了理论依据。

关键词: 航空重力测量; 水平加速度; 平台倾斜; 重力改正模型

中图法分类号: P229; P228.41 **文献标志码:** A

海空重力测量是以舰船或飞机为载体, 应用重力传感器测定海面或近地空中重力加速度的一种动态重力测量方法^[1,2]。如何从观测量中有效分离出力加速度, 如何维持重力传感器正确的垂直指向, 是海空重力测量必须突破的两大技术难题^[2-4]。上世纪 80 年代末, 动态差分 GPS 技术的发展与应用, 已经较好地解决了第一大难题。关于第二大难题, 传统的解决方法是将重力传感器安装在陀螺稳定平台上, 使其保持稳定的垂直指向。目前使用较为广泛的稳定平台包括: 美国 L&R 系列和 BGM 系列重力仪采用的双轴阻尼陀螺稳定平台^[1,2,5], 俄罗斯 Chekan-AM 重力仪采用的捷联方位双轴惯导平台^[6], 俄罗斯 GT 系列和加拿大 AIRGrav 型重力仪采用的三轴惯导平台^[7,8]。从理论上讲, 可以利用陀螺仪和加速度计的观测信息, 通过稳定回路和修正回路实现对惯导平台的控制, 使重力传感器的敏感轴始终保持垂直指向。但在实际应用中, 使陀螺稳定平台保持绝对水平几乎是不可能的, 因为, 一方面重力传感器安装标定过程必然存在误差^[9], 另一方面受海上和空中飞行环境的影响和平台自身技术性能的制约, 陀螺稳定平台难免出现一定角度的倾斜^[1,2]。实际上, 海空重力测量稳定平台的动

态特性完全类同于强阻尼下的长周期摆, 只要有水平加速度的作用, 稳定平台就会发生摆动^[5,10]。而在海空重力测量作业中, 测量载体受干扰加速度的影响是不可避免的^[11,12], 因此稳定平台产生一定程度的倾斜也是必然的。当平台处于非水平状态时, 重力传感器输出量不是真实的垂向加速度, 必须对其进行必要的补偿和修正, 这就是所谓的海空重力测量平台倾斜改正问题, 也称水平加速度改正。对于海面重力测量, 由于测量载体主要受海浪作用引起的干扰加速度的影响, 而海浪起伏近似于正弦运动, 通过数字滤波可基本消除周期性环境干扰因素的影响, 故一般不做此类改正^[1]。相比之下, 航空重力测量载体受到的干扰要复杂得多, 影响量值也要大得多, 干扰加速度的幅值可能比重力信号高出百倍甚至千倍^[2,4], 即使使用强阻尼和数字滤波技术也无法完全消除此类影响, 因此必须建立相应的模型对其进行改正。国内外学者为此提出了多种计算模型^[2,4], 基本上可归结为两大类: 一类为直接使用加速度计观测量和外部导航信息计算平台倾斜重力改正数^[5,13], 称之为一步法模型; 另一类为首先确定平台倾斜角再计算重力改正数^[10,14,15], 称之为两步法模型。文献[15-16]研究比较了两类模型之间

收稿日期: 2015-04-09

项目资助: 国家自然科学基金(41474012, 41174062, 41374018); 国家重大科学仪器设备开发专项资金(2011YQ12004503); 国家 973 计划(613219)

第一作者: 黄漠涛, 高级工程师, 博士生导师, 主要从事海洋重力场测定理论方法及应用研究。562273857@qq.com

的差异,认为两步法模型计算精度优于一步法;文献[2,17]探讨了两类模型之间的关联性,认为通过对原始观测数据作预滤波处理,一步法模型可给出满意的结果,现行的航空重力测量国家军用标准为此推荐使用一步法改正模型^[18];近期文献[19]又通过实测数据计算分析,得出两步法模型计算结果比一步法更合理的结论。但必须指出的是,关于平台倾斜重力改正模型选用问题,国内外至今仍未取得一致意见^[4,17-20],因此有必要对其进行深入研究。

1 平台倾斜重力改正基本模型

1.1 一步法改正模型

一步法改正模型源于旋转不变式标量重力测量^[5,15]。假设重力仪平台的两水平敏感轴互相垂直, f_x 和 f_y 分别为平台两轴敏感到的横向和纵向水平加速度; g_m 为重力仪观测值; a_e 和 a_n 分别代表由精密卫星定位信息导出的东向和北向水平加速度; G 代表重力加速度和载体垂直加速度之和。根据旋转不变式原理,任意物体感受的加速度矢量大小不随正交坐标系的旋转而改变^[2,15],因此有:

$$G^2 + a_e^2 + a_n^2 = g_m^2 + f_x^2 + f_y^2 \quad (1)$$

$$G = (g_m^2 + f_x^2 + f_y^2 - a_e^2 - a_n^2)^{1/2} \quad (2)$$

由此得平台倾斜重力改正公式为:

$$\begin{aligned} \delta a_H &= G - g_m \\ &= \sqrt{g_m^2 + f_x^2 + f_y^2 - a_e^2 - a_n^2} - g_m \end{aligned} \quad (3)$$

由于水平方向上的干扰加速度远小于重力加速度 g_m ,故由式(2)作级数展开可近似得到:

$$G = g_m + (f_x^2 + f_y^2 - a_e^2 - a_n^2) / (2g_m) \quad (4)$$

将式(4)代入式(3),可得倾斜重力改正公式的另一种形式:

$$\delta a_H = (f_x^2 + f_y^2 - a_e^2 - a_n^2) / (2g_m) \quad (5)$$

1.2 两步法改正模型

两步法改正模型源于对重力传感器观测误差的分解^[10-15,17]。如图 1 所示,假设重力仪平台偏离水平面的小角度为 θ ,其在横轴和纵轴方向的分量为 θ_x 和 θ_y ; a_e 和 a_n 经坐标旋转变换后,对应于横轴和纵轴方向的分量分别为 a_{ex} 和 a_{ny} ;此时重力传感器敏感到 G 的大小为 $G\cos\theta_x\cos\theta_y$,敏感到 a_{ex} 和 a_{ny} 的影响量大小为 $a_{ex}\sin\theta_x$ 和 $a_{ny}\sin\theta_y$;则重力仪在平台视垂线方向上的观测值大小为:

$$g_m = G\cos\theta_x\cos\theta_y + a_{ex}\sin\theta_x + a_{ny}\sin\theta_y \quad (6)$$

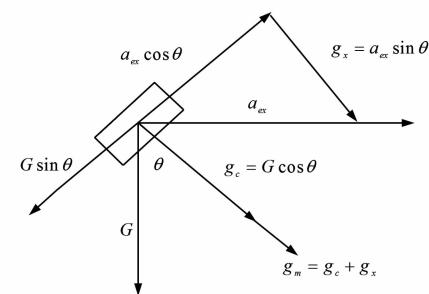


图 1 平台倾斜重力改正示意

Fig. 1 Gravity Correction for Platform Tilt

由于 θ 角很小,故式(6)可近似表示为:

$$g_m = G(1 - \theta_x^2/2)(1 - \theta_y^2/2) + a_{ex}\theta_x + a_{ny}\theta_y \quad (7)$$

由此可得平台倾斜重力改正两步法模型第一式^[10,14,21]:

$$\begin{aligned} \delta a_H &= G - g_m \approx G \cdot (\theta_x^2 + \theta_y^2)/2 - a_{ex}\theta_x - \\ &a_{ny}\theta_y \approx g_m(\theta_x^2 + \theta_y^2)/2 - a_{ex}\theta_x - a_{ny}\theta_y \end{aligned} \quad (8)$$

Olesen 基于比力测量基本方程,通过坐标旋转变换关系,导出如下平台倾斜重力改正公式^[15]:

$$\begin{aligned} \delta a_H &= -\sin\theta_x f_x - \cos\theta_x \sin\theta_y f_y - \\ &[1 - \cos\theta_x \cos\theta_y] g_m \end{aligned} \quad (9)$$

本文称式(9)为平台倾斜重力改正两步法模型第二式。

不难看出,两步法模型第一式(8)和第二式(9)都需要首先确定倾角 θ_x 和 θ_y 。为此,Swain 曾提出通过一个二阶递归滤波器,以水平加速度为输入,以倾角为输出,分别确定 θ_x 和 θ_y 的递归公式^[10]。文献[22]根据牛顿第二运动定律,导出了一组确定倾角 θ_x 和 θ_y 的严密公式,但其实现过程过于复杂,同时需要迭代计算,不便于推广应用。目前在实际作业中,国内外普遍采用以下近似公式计算倾角 θ_x 和 θ_y :

$$f_x = a_{ex} \cos\theta_x - G \sin\theta_x \approx a_{ex} - g_m \theta_x \quad (10)$$

$$f_y = a_{ny} \cos\theta_y - G \sin\theta_y \approx a_{ny} - g_m \theta_y \quad (11)$$

$$\theta_x \approx (a_{ex} - f_x) / g_m \quad (12)$$

$$\theta_y \approx (a_{ny} - f_y) / g_m \quad (13)$$

这里需要指出的是,国内相关文献在介绍两步法改正模型时,都普遍忽略了加速度 a_e 、 a_n 与 a_{ex} 、 a_{ny} 之间的差异^[2,13,17,19,20],这是不严谨的,因为平台加速度计敏感轴一般不重合于导航坐标系的北向和东向,故在使用前必须进行必要的坐标转换计算。

2 模型等价性证明与改正量值估算

2.1 模型等价性证明

为方便叙述起见,这里把一步法模型式(5)称为模型一,把两步法模型式(8)称为模型二,把式(9)称为模型三。在实际应用中,人们总是根据自己对上述三个计算模型的理解和偏好而选用其中的一个。早期应用比较多的是模型二^[10,21],中后期倾向使用模型一^[5,14,23]或模型三^[4,15,24],我国学者和航空重力测量国家军用标准推荐使用模型一^[2,17,18,20],但文献[19]对模型一和模型二计算效果做了数值比较后,认为模型二计算结果比模型一更为合理。实际上,在一定的近似条件下,上述三个改正模型在理论上是完全等价的。

首先证明模型一和模型二是等价的。将式(12)和式(13)代入式(8)得:

$$\begin{aligned}\delta a_H = g_m & [(a_{ex} - f_x)^2 + (a_{ny} - f_y)^2] / (2g_m^2) - \\ & a_{ex}(a_{ex} - f_x)/g_m - a_{ny}(a_{ny} - f_y)/g_m\end{aligned}\quad (14)$$

化简可得:

$$\delta a_H = (f_x^2 + f_y^2 - a_{ex}^2 - a_{ny}^2) / (2g_m) \quad (15)$$

由坐标旋转变换关系知:

$$a_{ex} = a_e \cos \alpha - a_n \sin \alpha \quad (16)$$

$$a_{ny} = a_e \sin \alpha + a_n \cos \alpha \quad (17)$$

其中 α 代表测量载体航行方位角,故有:

$$a_{ex}^2 + a_{ny}^2 = a_e^2 + a_n^2 \quad (18)$$

将式(18)代入式(15),得式(5),可见模型一和模型二在形式上是等价的。

然后证明模型二与模型三等价。近似取:

$$\begin{aligned}\sin \theta_x & \approx \theta_x; \sin \theta_y \approx \theta_y \\ \cos \theta_x & = 1 - 2 \sin^2(\theta_x/2) \approx 1 - \theta_x^2/2 \\ \cos \theta_y & = 1 - 2 \sin^2(\theta_y/2) \approx 1 - \theta_y^2/2\end{aligned}$$

并连同式(10)和式(11)代入式(9),得:

$$\begin{aligned}\delta a_H = & -\theta_x(a_{ex} - g_m \theta_x) - \\ & (1 - \theta_x^2/2)\theta_y(a_{ny} - g_m \theta_y) - \\ & [1 - (1 - \theta_x^2/2)(1 - \theta_y^2/2)]g_m\end{aligned}\quad (19)$$

对式(19)进行化简和合并,并略去倾斜角平方以上小项,可得:

$$\delta a_H = -\theta_x a_{ex} - \theta_y a_{ny} + (\theta_x^2 + \theta_y^2)g_m/2 \quad (20)$$

式(20)与式(8)完全一致,可见模型三和模型二在形式上也是等价的。至此,三个改正模型之间的等价性得到证明。

2.2 改正量值估算

为了粗略估算平台倾斜重力改正的量值大小,这里首先按式(8)分别计算不同平台倾角和不同水平加速度(只考虑一个坐标轴方向)作用下的 δa_H ,结果如图 2 和图 3 所示。

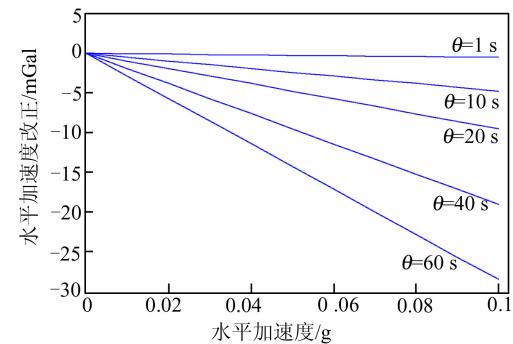


图 2 重力改正随水平加速度大小变化情况

Fig. 2 Variation of Gravity Correction Changes with Horizontal Acceleration

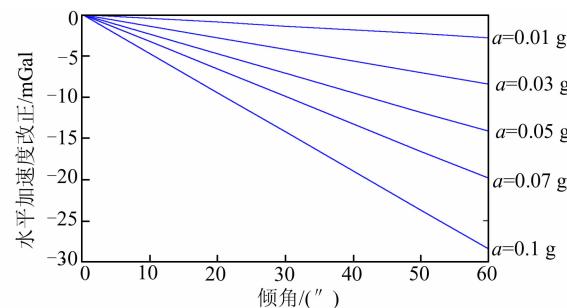


图 3 重力改正随倾角大小变化情况

Fig. 3 Variation of Gravity Correction Changes with Tilt Angles

从图 2 和图 3 可以看出,当水平加速度为 0.01 g、倾角为 30°时,重力改正约为 $1 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$;当水平加速度为 0.05 g、倾角为 10°时,重力改正可达 $2 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$;当水平加速度为 0.1 g,稳定平台倾斜 5°时,也可引起 $2 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$ 以上的重力改正量。因此,当测量载体受到较大的水平加速度影响同时平台倾斜角大于 2°时,精密海空重力测量必须顾及水平加速度对观测结果的影响。

由前述得知,模型一和模型二都是在一定近似条件下导出的,同时,三个模型的等价性也是在平台倾角比较小的条件下实现的。至于平台倾角小到什么程度才能确保三个模型的等价性,还需要做进一步的数值分析。本文使用某航次实际重力测量获得的水平加速度观测量^[25],并人为改变 θ_x 和 θ_y 两个水平倾角的大小,对三个改正模型进行了数值估算,具体结果如表 1 所示。

表 1 不同倾角条件下的改正数计算值对比/($10^{-5} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$)Tab. 1 Calculation Results from Different Models with Different Tilt Angles /($10^{-5} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$)

| θ_x, θ_y | $30''$ | $1'$ | $10'$ | $30'$ | 1° | 2° | 3° | 5° |
|----------------------|--------|-------|--------|--------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 模型一 | -1.85 | -3.65 | -29.05 | -37.40 | 74.45 | 745.74 | 2 013.1 | 6 328.9 |
| 模型二 | -1.85 | -3.65 | -29.05 | -37.40 | 74.46 | 745.97 | 2 014.5 | 6 342.8 |
| 模型三 | -1.85 | -3.65 | -29.05 | -37.40 | 74.43 | 745.11 | 2 009.6 | 6 301.0 |

表 1 一方面说明,在比较恶劣的环境下,重力测量平台倾斜改正可达到几十毫伽甚至更大的量值;另一方面也说明,前面的等价性证明过程对相关模型所做的某些近似处理,在平台倾斜角小于 1° 的条件下(实际作业时一般都满足此要求)都是可以接受的,不影响等价性结论的适用性。

3 模型数值计算分析与比较

虽然三个改正模型在形式上等价,但它们的实际应用效果在数值上却存在差异。该问题缘于数据滤波处理过程改变了观测量的误差特性,例如海空重力测量必须对各类观测量做低通滤波处理,以消除其中高频观测噪声的影响。在三个改正模型中,模型一表现为水平加速度的非线性函数,不含平台倾斜角变量;模型二和模型三则同属于另一种类型,均为水平加速度的线性组合,其系数大小由平台倾斜角决定。这就意味着,对于模型二和模型三,如果水平干扰加速度属于零均值噪声,那么由其传播至重力改正值后仍将表现为零均值,在最后的重力观测估值中不会引入系统性偏差。但对于模型一,情况会截然不同:一方面,水平加速度零均值噪声求平方后将成为正值噪声,噪声特性发生了改变;另一方面, f_x, f_y 和 a_e, a_n 的噪声特性也可能不尽相同,减法运算难以消去平方项中的噪声影响。因此,零均值噪声经过模型一运算后有可能成为引起系统偏差的因素之一。虽然通过使用数据预滤波方法,即在计算平台倾斜重力改正值之前,首先对水平加速度观测数据进行滤波处理,可在一定程度上消除系统偏差的影响,但关于预滤波尺度的选择问题仍存在较大的不确定性^[2,15,17]。考虑到平台倾斜角的频谱特性与平台运动特性密切相关,文献[15]建议使用与平台摆动周期相匹配的低通滤波器,对平台倾斜角进行预滤波处理,然后按模型三计算重力改正值,可望取得较为稳定的补偿效果。

本文使用航空重力实测数据对三个改正模型进行了数值验算,结果发现,当统一使用式(12)和式(13)计算平台倾斜角 θ_x 和 θ_y 时,如果不做预滤波处理,三个改正模型的计算值完全一致;如果

使用统一的滤波尺度对 $f_x, f_y, a_{ex}, a_{ny}, \theta_x, \theta_y$ 做预滤波处理,三个改正模型的计算值仍然没有差异。这个结果与前面所作的等价性证明结论是一致的。需要特别指出的是,使用式(12)和式(13)计算平台倾斜角 θ_x 和 θ_y ,一方面意味着倾斜角计算误差的频谱特性与水平加速度观测值保持一致,与受阻尼作用的平台运动特性没有必然的联系,因此使用与平台运动周期相当的滤波尺度对 θ_x 和 θ_y 作预滤波处理未必是一种合理的选择;另一方面,模型二和模型三都是倾斜角的非线性函数,而当使用式(12)和式(13)计算平台倾斜角时,模型二和模型三实质上又都转变为水平加速度的非线性函数,因此基于同样的理由,必须对观测量作预滤波处理才能消除零均值噪声经非线性运算后引起的系统性偏差。但作预滤波处理必然存在滤波尺度选择的不确定性问题。由式(12)和式(13)得知,倾斜角与水平加速度之间是简单的线性关系,考虑到水平加速度的量纲与重力改正值一致,本文认为,在实际应用中可以使用与重力观测值相同的滤波尺度对水平加速度进行一步滤波处理,然后计算倾斜角和最终的重力改正数,不必分预滤波和总滤波两步处理,从而避开预滤波尺度不确定性问题。这种一步滤波处理方法对三个改正模型是等效的,因此也不存在改正模型的优选问题。这就意味着,对于当前无法直接提供平台倾斜角观测量的海空重力仪,采用一步滤波对水平加速度作处理后,可选用三个模型中的任意一个来计算平台倾斜重力改正数。

本文采用 LCR S II 海空重力仪的实测数据^[25],对三个改正模型的一步和分步滤波效果进行了对比计算,处理过程统一使用 FIR 滤波器和 Exact Blackman 窗函数。分步滤波时,预滤波长度 N 取 20 s~240 s,总滤波长度 N 取 240 s;一步滤波时,滤波长度 N 取 20 s~240 s。表 2、表 3 和表 4 分别列出了某测线对应于模型一、二和三的计算结果。表 2 中的加速度预滤波是指对模型一中的四个水平加速度分量作预滤波;表 3 分倾斜角预滤波和加速度预滤波两种情形,前者指只对模型二中的倾斜角作预滤波,后者指只对模型二中的水平加速度作预滤波;表 4 与表 3 情况类同。

表 2 模型一分步与一步滤波计算效果对比/($10^{-5} \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$)Tab. 2 Calculation Results from Model 1 Using Step by Step Filtering/($10^{-5} \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$)

| 预滤波 长度/s | 加速度预滤波 | | 改正数总滤波 | | 滤波 长度/s | 加速度不做预滤波 | | 改正数一步滤波 | |
|-------------|--------|------|--------|------|------------|----------|------|---------|------|
| | 均值 | 均方根 | 均值 | 均方根 | | 均值 | 均方根 | 均值 | 均方根 |
| 0 | -0.96 | 6.68 | -0.97 | 1.43 | 0 | -0.96 | 6.68 | -0.96 | 6.68 |
| 20 | -0.69 | 5.14 | -0.70 | 1.24 | 20 | -0.96 | 6.68 | -0.96 | 5.03 |
| 60 | -0.42 | 3.81 | -0.43 | 0.95 | 60 | -0.96 | 6.68 | -0.96 | 3.33 |
| 100 | -0.26 | 2.39 | -0.26 | 0.66 | 100 | -0.96 | 6.68 | -0.96 | 2.35 |
| 140 | -0.17 | 1.31 | -0.17 | 0.45 | 140 | -0.96 | 6.68 | -0.96 | 1.89 |
| 180 | -0.12 | 0.69 | -0.12 | 0.30 | 180 | -0.96 | 6.68 | -0.96 | 1.65 |
| 220 | -0.10 | 0.38 | -0.10 | 0.21 | 220 | -0.96 | 6.68 | -0.97 | 1.49 |
| 240 | -0.09 | 0.30 | -0.09 | 0.18 | 240 | -0.96 | 6.68 | -0.97 | 1.43 |

表 3 模型二分步滤波计算效果对比/($10^{-5} \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$)Tab. 3 Calculation Results from Model 2 Using Step by Step Filtering/($10^{-5} \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$)

| 预滤波 长度/s | 斜倾角预滤波 | | 改正数总滤波 | | 加速度预滤波 | | 改正数总滤波 | |
|-------------|--------|------|--------|------|--------|------|--------|------|
| | 均值 | 均方根 | 均值 | 均方根 | 均值 | 均方根 | 均值 | 均方根 |
| 0 | -0.96 | 6.68 | -0.97 | 1.43 | -0.96 | 6.68 | -0.97 | 1.43 |
| 20 | -0.77 | 6.21 | -0.77 | 1.37 | -0.55 | 5.47 | -0.56 | 1.16 |
| 60 | -0.70 | 5.66 | -0.70 | 1.30 | -0.14 | 4.48 | -0.16 | 0.79 |
| 100 | -0.63 | 4.99 | -0.63 | 1.28 | 0.29 | 3.33 | 0.28 | 0.51 |
| 140 | -0.53 | 4.30 | -0.53 | 1.19 | 0.66 | 2.41 | 0.65 | 0.69 |
| 180 | -0.42 | 3.67 | -0.42 | 1.03 | 0.94 | 2.08 | 0.93 | 1.03 |
| 220 | -0.33 | 3.12 | -0.33 | 0.85 | 1.13 | 2.17 | 1.13 | 1.31 |
| 240 | -0.29 | 2.88 | -0.29 | 0.77 | 1.20 | 2.25 | 1.20 | 1.42 |

表 4 模型三分步滤波计算效果对比/($10^{-5} \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$)Tab. 4 Calculation Results from Model 3 Using Step by Step Filtering/($10^{-5} \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$)

| 预滤波 长度/s | 斜倾角预滤波 | | 改正数总滤波 | | 加速度预滤波 | | 改正数总滤波 | |
|-------------|--------|------|--------|------|--------|------|--------|------|
| | 均值 | 均方根 | 均值 | 均方根 | 均值 | 均方根 | 均值 | 均方根 |
| 0 | -0.96 | 6.68 | -0.97 | 1.43 | -0.96 | 6.68 | -0.97 | 1.43 |
| 20 | -0.71 | 6.10 | -0.72 | 1.27 | -0.92 | 5.54 | -0.93 | 1.40 |
| 60 | -0.38 | 5.44 | -0.38 | 1.06 | -0.91 | 4.71 | -0.92 | 1.31 |
| 100 | -0.12 | 4.70 | -0.12 | 0.95 | -1.01 | 3.70 | -1.02 | 1.35 |
| 140 | 0.01 | 4.03 | 0.01 | 0.90 | -1.16 | 2.97 | -1.16 | 1.51 |
| 180 | 0.05 | 3.45 | 0.05 | 0.82 | -1.30 | 2.69 | -1.30 | 1.68 |
| 220 | 0.04 | 2.95 | 0.04 | 0.71 | -1.41 | 2.67 | -1.41 | 1.80 |
| 240 | 0.04 | 2.72 | 0.04 | 0.66 | -1.46 | 2.69 | -1.46 | 1.85 |

从表 2 可以看出, 经预滤波和总滤波处理后, 重力改正数均值和均方根值都随滤波尺度的增大而减小, 但预滤波和总滤波前后的均值几乎没有发生改变。当预滤波尺度逐步增大到接近总滤波尺度时, 预滤波和总滤波前后的均方根值大小也越来越接近。这说明如果使用与重力观测值相同的滤波尺度对水平加速度进行一步滤波处理, 其效果与预滤波和总滤波两步处理是基本等效的。从表 2 还可以看出, 如果不做预滤波处理, 而只在后端对倾斜改正数做一步滤波, 那么与在前端做一步滤波相比, 两种处理流程结果差异比较明显, 均值互差接近 $1 \times 10^{-5} \text{m/s}^2$, 均方根值互差超过 $1 \times 10^{-5} \text{m/s}^2$ 。这说明在实际应用中, 采用在前端对水平加速度做一步滤波处理是比较稳妥的。从表 3 和表 4 看出, 经倾斜角预滤波和总滤波处

理后, 虽然其改正数均值与模型一计算结果差异不大, 但其均方根值之间差异比较明显。这说明预滤波尺度选择的不确定性和滤波过程中的吉布斯效应^[26]对计算结果的影响不可忽视。从表 3 和表 4 同时可以看出, 经水平加速度预滤波和总滤波处理后, 重力改正数均值和均方根值都随滤波尺度变化而改变, 但其收敛过程具有不确定性。这说明如果不对倾斜角作预滤波处理, 那么由于模型二和模型三中的倾斜角是非线性关系, 其观测噪声经非线性运算后将转变为重力改正数的系统性偏差, 因此这种分步处理流程是不可取的。以上计算结果与本文所做的理论分析的结论也是相吻合的。

4 结语

通过本文的理论分析和数值检核,可得出以下结论。

(1) 当平台倾斜角量值较小(小于1°)时,当前国际上推荐使用的三种平台倾斜重力改正模型在理论上是等价的。

(2) 当采用水平加速度观测量计算平台倾斜角时,宜在前端使用与重力观测值相同的滤波尺度对水平加速度和倾斜角进行一步滤波处理,进而计算最终的重力改正数。此时三个改正模型的计算值完全一致,不存在模型优选问题。

(3) 当具备条件直接获取可靠的平台倾斜角观测量时,可考虑使用与平台运动周期相当的滤波尺度对倾斜角观测量作预滤波处理,进而采用模型二或模型三计算重力改正数。由于目前还缺少这方面的实际观测数据,无法进行必要的试验验证和对比分析,故此条件下三个改正模型的优选问题有待进一步的研究。

参 考 文 献

- [1] Huang Motao, Zhai Guojun, Guan Zheng, et al. The Determination and Application of Marine Gravity Field [M]. Beijing: Surveying and Mapping Press, 2005(黄漠涛,翟国君,管铮,等.海洋重力场测定及其应用[M].北京:测绘出版社,2005)
- [2] Sun Zhongmiao. Theory, Methods and Applications of Airborne Gravimetry[D]. Zhengzhou: Information Engineering University, 2004(孙中苗.航空重力测量理论、方法及应用研究[D].郑州:信息工程大学,2004)
- [3] Schwarz K P, Li Y C. An Introduction to Airborne-Gravimetry and Its Boundary Value Problems[R]. Lecture Notes, IAG International Summer School, Como Italy, 1996
- [4] Alberts B. Regional Gravity Field Modeling Using Airborne Gravimetry Data[C]. Netherlands Geodetic Commission, Delft, 2009
- [5] Valliant H D. The LaCoste and Romberg Air/Sea Gravity Meter: An Overview[M]. 2nd ed. Florida: CRC Press, 1991
- [6] Sokolov A. High Accuracy Airborne Gravity Measurements Methods and Equipment[C]. 18th IFAC World Congress, Milano, 2011
- [7] Olson D. GT-1A and GT-2A Airborne Gravimeters: Improvements in Design, Operation, and Processing from 2003 to 2010[C]. Airborne Gravity Workshop, Canberra, 2010
- [8] Ferguson S, Hammada Y. Experiences with AIR-Grav: Results from a New Airborne Gravimeter [C]. IAG International Symposium on Gravity, Geoid and Geodynamics, Canada, 2000
- [9] Xi Beihua, Yu Hao, Zhou Xiangao. Compensation of Ocean Gravity Measurement Errors[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2011, 19(1): 1-5(奚培华,于浩,周贤高.海洋重力测量误差补偿技术[J].中国惯性技术学报,2011,19(1): 1-5)
- [10] Swain C J. Short Note: Horizontal Acceleration Corrections in Airborne Gravimetry[J]. Geophysics, 1996, 61(1): 273-276
- [11] Ouyang Yongzhong, Lu Xiuping, Huang Motao, et al. An Integrated Method for Compensating the Systematic Errors of Marine and Airborne Measurements from L&R Gravimeter[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2011, 36(5): 625-629(欧阳永忠,陆秀平,黄漠涛,等. L&R 海空重力仪测量误差综合补偿方法[J].武汉大学学报·信息科学版,2011,36(5): 625-629)
- [12] Huang Motao, Ouyang Yongzhong, Zhai Guojun, et al. Comment on the Formulas of Accuracy Evaluation for Multi-line Overlapping Measurements in Ship-Borne and Airborne Gravity Survey[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2013, 38(10): 1 175-1 177(黄漠涛,欧阳永忠,翟国君,等.海面与航空重力测量重复测线精度评估公式注记[J].武汉大学学报·信息科学版,2013,38(10): 1 175-1 177)
- [13] Shi Pan, Sun Zhongmiao, Xiao Yun. Calculation and Spectra Analysis of Horizontal Acceleration Corrections for Airborne Gravimetry[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2001, 26(6): 549-554(石磐,孙中苗,肖云.航空重力测量中水平加速度改正的计算与频谱分析[J].武汉大学学报·信息科学版,2001,26(6): 549-554)
- [14] Peters M F, Brozena J M. Methods to Improve Existing Shipboard Gravimeters for Airborne Gravimetry[C]. IAG Symposium on Airborne Gravity Field Determination, Colorado, 1995
- [15] Olesen A V. Improved Airborne Scalar Gravimetry for Regional Gravity Field Mapping and Geoid Determination[D]. Copenhagen: University of Copenhagen, 2002
- [16] Li Hongsheng, Zhao Liye, Zhou Bailing, et al. Real-Time Horizontal Acceleration Correction Method in Underwater Gravimetry for Gravity-Aided Navigation Systems [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2009, 17(2): 159-164(李宏生,赵立业,周百令,等.水下重力辅助导航实时水平加速度改正方法[J].中国惯性技术学报,2009,17(2):

- 159-164)
- [17] Sun Zhongmiao, Xia Zheren, Li Yingchun, et al. Horizontal Acceleration Correction for the L&R Airborne Gravimeter[J]. *Journal of Zhengzhou Institute of Surveying and Mapping*, 2007, 24(4): 259-262(孙中苗, 夏哲仁, 李迎春, 等. L&R 航空重力仪的水平加速度改正[J]. 测绘科学技术学报, 2007, 24(4): 259-262)
- [18] GJB 6561-2008. Rules for Operations of Airborne Gravimetry[S]. Beijing: Military Standard Press of the Headquarters of General Equipment, 2008(GJB 6561-2008. 航空重力测量作业规范[S]. 北京: 总装备部军标出版发行部, 2008)
- [19] Sun Zhongmiao, Zhai Zhenhe, Xiao Yun, et al. Systematic Error Compensation for Airborne Gravimetry[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2013, 56(1): 47-52(孙中苗, 翟振和, 肖云, 等. 航空重力测量的系统误差补偿[J]. 地球物理学报, 2013, 56(1): 47-52)
- [20] Tian Yanfeng, Li Shanshan, Xiao Fan. Wavelet Pre-processing for Horizontal Acceleration of Aerial Gravity Measurement[J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2012, 32(2): 115-119(田颜峰, 李姗姗, 肖凡. 航空重力测量水平加速度改正的小波预处理[J]. 大地测量与地球动力学, 2012, 32(2): 115-119)
- [21] Lacoste L. Measurement of Gravity at Sea and in the Air[J]. *Reviews of Geophysics*, 1967, 5(4): 477-526
- [22] Li Xiaopeng. An Exact Formula for the Tilt Correction in Scalar Airborne Gravimetry[J]. *Journal of Applied Geodesy*, 2011, 5: 81-85
- [23] Neumeyer J, Schafer U, Kremer J. Derivation of Gravity Anomalies from Airborne Gravimeter and IMU Recoding-Validation with Regional Analytic Models Using Ground and Satellite Gravity Data[J]. *Journal of Geodynamics*, 2009, 47: 191-200
- [24] Hwang C, Hsiao Y S, Shih H C, et al. Geodetic and Geophysical Results from a Taiwan Airborne Gravity Survey: Data Reduction and Accuracy Assessment[J]. *Journal of Geophysical Research*, 2007, DOI: 10.1029/2005JB004220
- [25] Ouyang Yongzhong, Deng Kailiang, Lu Xiuping, et al. Test of Multi-type Gravimeters and Analysis[J]. *Hydrographic Surveying and Charting*, 2013, 33(4): 6-11(欧阳永忠, 邓凯亮, 陆秀平, 等. 多型航空重力仪同机测试及其数据分析[J]. 海洋测绘, 2013, 33(4): 6-11)
- [26] Chen Huaichen. A Course for Digital Signal Processing[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2013(陈怀琛. 数字信号处理教程[M]. 北京: 电子工业出版社, 2013)

Test and Equivalent Verification of Gravity Correction Models for Platform Tilt in Sea-Borne and Air-Borne Gravimetry

HUANG Motao^{1,2} NING Jinsheng³ OUYANG Yongzhong^{1,3} LIU Min⁴
LU Xiuping¹ ZHAI Guojun^{1,2} DENG Kailiang¹

1 Naval Institute of Hydrographic Surveying and Charting, Tianjin 300061, China

2 Department of Navigation, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China

3 School of Geodesy and Geomatics, Wuhan University, Wuhan 430079, China

4 Institute of Geospatial Information, Information Engineering University, Zhengzhou 450001, China

Abstract: Currently there is no consensus among scholars on the appropriate choice of gravity correction models for platform tilt in sea-borne and airborne gravimetry. In this paper, the equivalency of the three existing correction models recommended for usage are analysed theoretically and platform tilt effect is empirically evaluated. A set of airborne data from practical survey lines is used to examine and compare the numerical value of platform tilt effect of the three existing correction models. The results clearly and definitely prove our efforts, and this offers useful theoretical support for the choice of data processing steps and correction models in application of airborne gravimetry.

Key words: airborne gravimetry; horizontal acceleration; platform tilt; gravity correction model

First author: HUANG Motao, senior engineer, specializes in the marine gravity. E-mail: 562273857@qq.com

Foundation support: The National Natural Science Foundation of China, Nos. 41474012, 41174062, 41374018; the Great Scientific Instrument Development Project of China, No. 2011YQ12004503; the National 973 Program of China, No. 613219.