

# 一种近似等积球面菱形格网的构建方法

孙文彬<sup>1</sup> 周长江<sup>1</sup>

<sup>1</sup> 中国矿业大学(北京)地球科学与测绘工程学院,北京,100083

**摘要:**格网等积性是提高空间统计分析精度的有效手段。以正八面体和 Snyder 投影为基础,提出了一种近似等积菱形格网的构建方法,并分析了格网的面积误差规律及分布特征。分析结果表明,绝大部分菱形格网的面积误差率均在一 0.25%~0.25% 之间;当剖分层次为 6 时,该区间内格网数目占总格网数的比率为 99.99%;仅有 3 个格网的面积误差率较大,它们均处于初始剖分面中心点附近,且呈对称的空间分布特征。

**关键词:**菱形格网;全球离散格网;等积投影;几何特性;层次剖分;Snyder 投影

**中图法分类号:**P208

**文献标志码:**A

全球离散格网是基于(椭)球面的一种可以无限细分,但又不改变形状的地球体拟合格网<sup>[1-4]</sup>。它具有良好的层次性和全球连续性,已在空间数据索引<sup>[4-7]</sup>、DEM 数据可视化<sup>[8]</sup>、影像数据管理、空间拓扑关系描述和计算<sup>[9-12]</sup>、海洋分析建模<sup>[13]</sup>等领域得到了广泛的应用,能为全球环境变化监测、灾害应急服务等问题研究提供一个全球连续统一的数据组织与分析框架<sup>[14,15]</sup>。但目前大多数的球面菱形格网系统无法保证格网的等积性,因此,如何构建近似等积的菱形格网已成为全球空间数据组织、管理与应用研究的主要内容之一。

格网等积性是提高空间统计分析精度和空间采样合理性的有效手段。目前,国内外学者针对等积格网的构建方法进行了大量的研究。Song 通过对球面进行直接剖分,以小圆弧作为格网边,构建了等积格网系统<sup>[16]</sup>。由于小圆弧不是球面上的特征线,导致了该格网系统的计算度量异常复杂。Seong 分别沿经线、纬线量取等长度的弧段,构建了等积球面四边形格网<sup>[17]</sup>。但该格网以牺牲格网简洁的邻近关系来保证格网的等积性,导致格网邻近搜索等操作的执行异常困难。Snyder 设计了由正多面体到球面的等积投影方法<sup>[18]</sup>。贲进等以正二十面体和 Snyder 投影为基础构建了基于六边形的等积格网系统<sup>[19]</sup>。但目前尚很少有关球面等积菱形格网构建方法的研究。为此,本文拟以正八面体和 Snyder 投影为基

础,研究近似等积球面菱形格网的构建方法。

## 1 格网构建方法

球面格网的一般构建方法有直接剖分法和投影法。与直接剖分法相比,投影法能更好地保证格网的层次嵌套性、简洁性、一致性等。为此,本文选用投影法进行等积菱形格网的构建。

在投影法中,正多面体的选择是进行格网剖分需解决的首要问题。与正十二面体、正二十面体相比,正八面体顶点与球面的主要点重合,边的投影与赤道、主子午线和 90°、180°、270°子午线重合。这有助于提高正八面体与球面投影转换的速度。因此,本文选择正八面体作为层次格网剖分的基础。

Snyder 投影能保证正多面体面上的格网投影到球面后面积相等。但该投影的计算公式复杂,而且投影后的格网边非球面上的特征线(大圆弧、经线、纬线)。为此,本文采用顶点投影的方式,即将正八面体面上格网的顶点投影至球面,用大圆弧连接相邻的格网顶点,以代替 Snyder 投影弧。为了分析 Snyder 投影弧与大圆弧的差异,笔者进行了试验。在试验中,首先采用四元三角剖分法将正八面体的面分成四个三角形;接着将这些三角形的每条边都均分成 10 等份;然后将三角形的顶点和等分点分别投影至球面,并依次用大圆弧连接上述投影点,将连接形成的折线看作近

似的 Snyder 投影弧,如图 1(a)所示。图 1(a)中,光滑的曲线为大圆线;图 1(b)是剖分层次为 3 时的情况。为了定量描述 Snyder 投影弧与大圆弧的差异,笔者分别计算以 Snyder 投影弧和大圆弧连接形成的球面三角形格网面积。由计算结果可知,当剖分层次为 10 时,由大圆弧和 Snyder 投影弧形成的格网面积最大误差率达 34.8%。由图 1(b)可知,面积误差率较大的格网均分布在由正八面体面中心点到三个顶点的轴线上,且边相邻的格网面积变形大小基本相等,符号相反。由此可知,若沿轴线方向将边相邻的球面三角形格网进行两两合并,即可构建出球面菱形格网,且它们的面积近似相等。

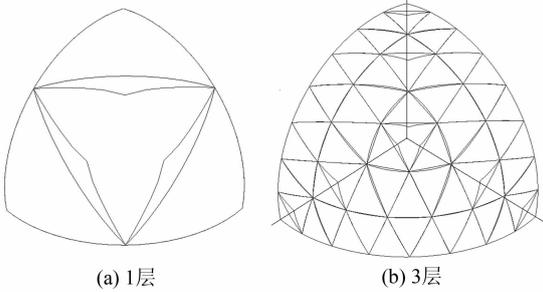


图 1 Snyder 投影弧与大圆线的差异  
Fig. 1 Difference of Great Circle and Snyder Projection Arc

采用四分法对正八面体进行初次剖分的结果如图 2(a)所示,1 号格网可以与 0 号格网进行合并,但其他(2,3 号)与 1 号格网边邻近的格网无法通过合并生成球面菱形格网。为此,本文应用九分法对正八面体的面进行层次细分,如图 2(b)

所示;沿三个轴向方向分别将球面三角形 0 和 1、2 和 3、4 和 5 进行两两合并,将球面三角形格网 6、7、8 分别和相邻正八面体面内的格网进行合并,从而可构建出球面菱形格网。

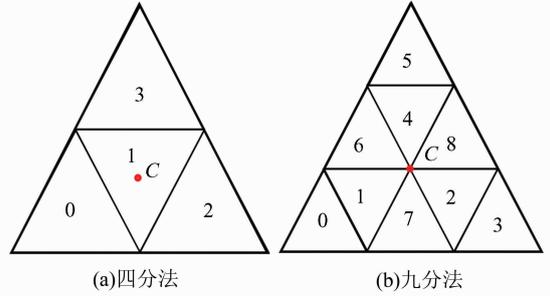


图 2 四分法与九分法  
Fig. 2 Four-subdivision and Nine-subdivision Methods

由此可将球面近似等积菱形格网的构建过程描述如下。首先分别用 0~7 对正八面体的面进行编码,并将它们称为初始剖分面;再将每个初始剖分面按照九分法进行首次细分,如图 3 所示;然后应用 Snyder 投影将初次剖分后形成的三角形格网顶点投影至球面,并按照它们在初始剖分面上的邻近关系,连接上述顶点;再沿正八面体面的中心点到顶点的三个轴线方向对边邻近的格网进行合并;其他三角形格网与相邻初始剖分面内的三角形格网进行合并,合并结果如图 4 所示;若要获取更详细层次近似等积菱形格网,在初始剖分的三角形格网基础上,采用九分法对三角形格网进行细分和合并;重复上述过程即可获得多层次的球面近似等积菱形格网。图 5 为剖分层次为 2 时,格网细分和合并的实现过程。

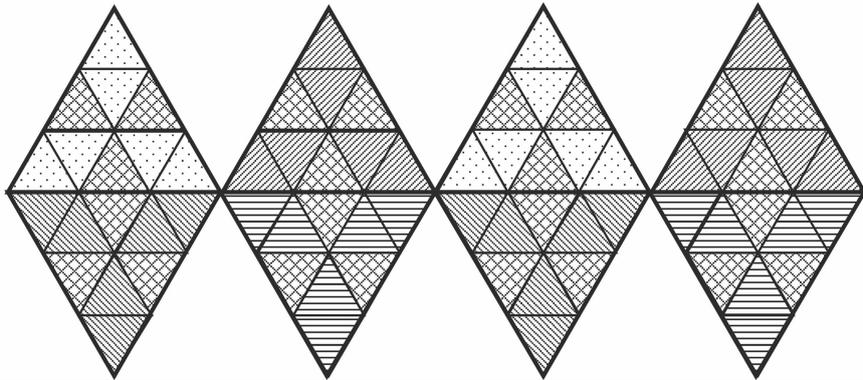


图 3 初次剖分的结果  
Fig. 3 First-level Subdividing Result

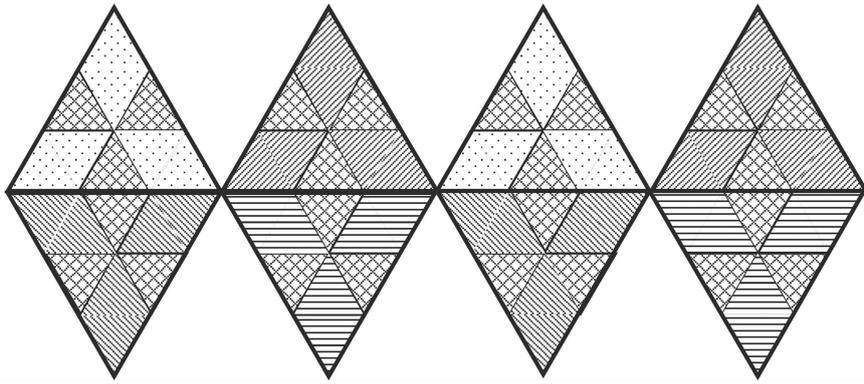


图4 初次合并后的结果

Fig. 4 First-level Merging Result

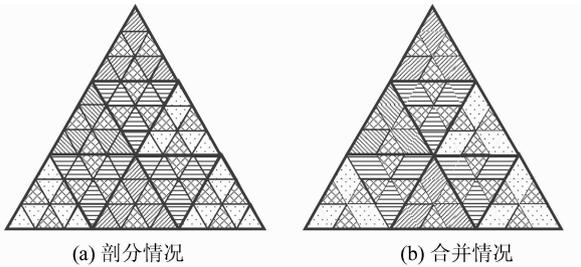


图5 第二次剖分与合并结果

Fig. 5 Second-level Subdividing and Merging Results

## 2 试验

格网的几何特征分析是进行地学统计等相关空间分析操作的基础。为此,本文针对近似等积格网的面积变形情况进行了相关试验分析。正八面体是对称的几何体,试验中仅选择正八面体的一个面进行层次剖分。在层次剖分后,用面积误差率  $P$  表示格网面积的变形情况计算,如式(1);并分别统计了不同剖分层次时,格网面积的最大、最小、平均误差率,试验结果如表1所示。

$$P = \frac{S_N - S}{S} \quad (1)$$

式中,  $P$  表示面积误差率;  $S$  为投影前平面格网面

积;  $S_N$  为球面菱形格网面积。

由表1可知,随着剖分层次增加,菱形格网面积最大误差率由6.18%降为0.38%;尽管面积最小误差率的绝对值呈增长趋势,但随着剖分层次增加,面积最小误差率收敛至3.4%左右,菱形格网面积平均误差率由3.09%逐步降低并几乎接近为0。这说明绝大部分的格网面积变形均比较小。根据剖分层次与面积误差率的关系,绘制了它们之间的关系图,如图6所示。由图6可知,随着剖分层次增加,格网顶点间的距离逐步减小, Snyder 投影弧与大圆弧的差异也逐步减小;格网面积的最大、最小、平均面积误差率均呈减小收敛的趋势。

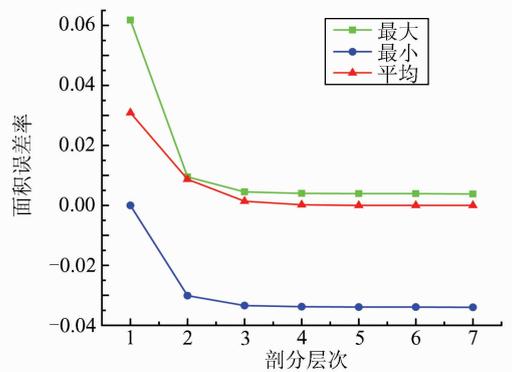


图6 剖分层次与面积误差率的关系

Fig. 6 Relation of Subdivision Level and Area Error

表1 格网面积变形情况

Tab. 1 Area Deformation of Grids

剖分层次	1	2	3	4	5	6	7
格网数	6	45	378	3 321	29 646	266 085	2 392 578
最大误差率/%	6.18	0.95	0.45	0.40	0.39	0.39	0.38
最小误差率/%	0.00	-3.01	-3.34	-3.38	-3.39	-3.39	-3.40
平均误差率/%	3.09	0.87	0.14	0.02	0.00	0.00	0.00

菱形格网面积误差率收敛规律仅能说明格网变形的总体情况,无法表明不同变形格网的分布

情况。为了更精确描述出不同面积误差率格网的分布情况,分别统计格网变形误差率位于(-1%,

-0.5%]、(-0.5%, -0.25%]、(-0.25%, 0.25%]、(0.25%, 0.5%]、(0.5%, 1%]、(1%, 5%]、(5%, 1]等 7 个区间内菱形格网的数目,结果见表 2。由表 2 可知,绝大部分菱形格网的面积误差率均位于(-0.25%, 0.25%]内。当剖分层次为 3 时,该区间内格网数为 336 个,占该层次格网的比重为 88.89%;随着剖分层次的增加,该区间内格网的比重逐步增大;当剖分层次达到 7

层时,该区域内格网数目几乎接近 100%。落入其他变形区间内的格网总数最多为 42 个,仅有 3 个格网的面积变形误差率大于 3%,其余面积误差率均在 1%之内。由此可以看出,用大圆弧代替 Snyder 投影弧来构建近似等积的球面菱形格网是可行的;该方法能保证绝大部分的格网面积误差率均维持在(-0.25%, 0.25%]之间。

表 2 格网面积变形误差的统计情况

Tab. 2 Statistical Results of Grids with Different Area Deformation

剖分层次	(-5%, -3%]	(-3%, -1%]	(-1%, -0.5%]	(-0.5%, -0.25%]	(-0.25%, 0.25%]	(0.25%, 0.5%]	(0.5%, 1%]	(1%, 5%]	(5%, 1]
1	0	0	0	0	3	0	0	0	3
2	3	0	6	3	0	0	33	0	0
3	3	0	6	21	336	12	0	0	0
4	3	0	6	3	3 303	6	0	0	0
5	3	0	6	3	29 628	6	0	0	0
6	3	0	6	3	266 067	6	0	0	0
7	3	0	6	3	2 392 554	12	0	0	0

在试验中,为了进一步研究格网面积变形空间分布特征,绘制了格网面积误差率的空间分布图,不同颜色表示不同的格网面积误差率,如图 7 所示。图 7(a)~7(d)分别为剖分层次为 1、2、3、4 时,不同面积变形率的格网空间分布情况。由图 7(c)和 7(d)可知,沿正八面体面的中心到顶点轴线方向的菱形格网变形较大,离中心点距离越近,格网面积变形误差率的绝对值越大;其余区域内格网的面积变形均比较小。由图 7 还可以发现,格网面积变形情况呈现出对称分布的特征。

### 3 结 语

格网的等积性是进一步拓展全球离散格网应用领域的重要基础。本文在分析 Snyder 投影特点的基础上,为提高计算度量的便捷性,尝试用大圆弧代替 Snyder 投影弧,并采用四分法进行了相关试验。试验结果表明,由投影面的中心点到顶点三个轴线方向上的球面三角形格网面积变形较大。根据上述规律,本文提出了近似等积菱形格网的构建方法,沿三个轴线方向将边相邻的格网进行合并,构建出了多层次的菱形格网系统,并针对格网面积变形情况进行了相关试验分析。结果表明,随着格网剖分层次的增加,菱形格网面积最大、最小、平均误差率均呈收敛的趋势;菱形格网面积误差率绝对值收敛至 3.4%;当剖分层次达到 6 层以上时,误差率在(-0.25%, 0.25%)之间的菱形格网数量占总格网数的 99.99% 以上;格网面积误差率较大的格网均位于剖分面中心点附近,且呈现出对称分布的规律。

### 参 考 文 献

[1] Daniela R, Gerlind P. Uniform Spherical Grids via Equal Area Projection from the Cube to the Sphere [J]. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2011, 236: 1 033-1 041

[2] Sahr K, White D, Kimerling A. Geodesic Discrete Global Grid Systems[J]. *Cartography and Geographic Information Science*, 2003, 30(2): 121-134

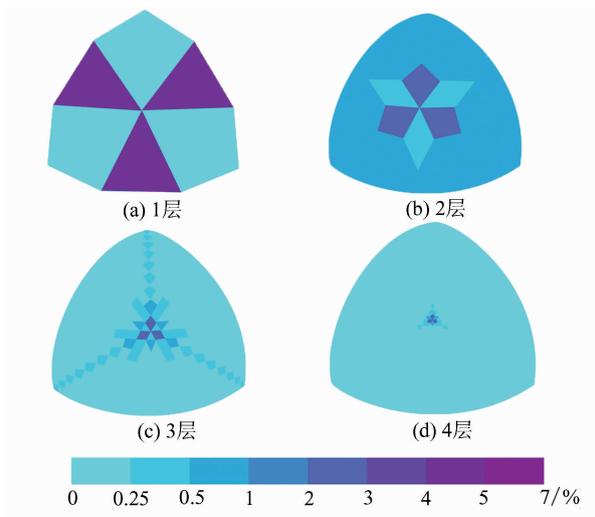


图 7 不同面积误差率的格网分布情况  
Fig. 7 Spatial Distribution of Grids with Different Area Deformation

- [3] Sahr K. Location Coding on Icosahedra Aperture 3 Hexagon Discrete Global Grids[J]. *Computer, Environment and Urban Systems*, 2008, 32: 174-187
- [4] Bai Jianjun, Zhao Xuesheng, Chen Jun. Indexing of Discrete Global Grids Using Linear Quadtree[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2005, 30(9): 805-808(白建军, 赵学胜, 陈军. 基于线性四叉树的全球离散格网索引[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2005, 30(9): 805-808)
- [5] Bai Jianjun. Location Coding and Indexing Aperture 4 Hexagonal Discrete Global Grid Based on Octahedron[J]. *Journal of Remote Sensing*, 2011, 15(6): 1 125-1 137(白建军. 基于正八面体的四孔六边形球面格网编码及索引[J]. 遥感学报, 2011, 15(6): 1 125-1 137)
- [6] Bai Jianjun, Yan Chaode. Multi-resolution Compression and Storage of Terrain Data Based on the Binary Tree[J]. *Journal of Northwest University (Natural Science Edition)*, 2010, 40(6): 1 088-1 092(白建军, 闫超德. 基于二叉树的多分辨率地形数据压缩存储[J]. 西北大学学报(自然科学版), 2010, 40(6): 1 088-1 092)
- [7] Zhao Xuesheng, Bai Jianjun. Hierarchical Model of Global Discrete Grids Based on Diamonds[J]. *Journal of China University of Mining & Technology*, 2007, 36(3): 379-381(赵学胜, 白建军. 基于菱形块的全球离散格网层次建模[J]. 中国矿业大学学报, 2007, 36(3): 379-381)
- [8] Bai Jianjun, Zhao Xuesheng, Chen Jun. Digital Elevation Modeling Based on Hierarchical Subdivision of the Triangular Meshes on Ellipsoidal Surface[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2005, 30(5): 383-387(白建军, 赵学胜, 陈军. 基于椭球面三角格网的数字高程模型[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2005, 30(5): 383-387)
- [9] Hou Miaole, Xing Huaqiao, Zhao Xuesheng, et al. Computing of Complicated Topological Relation in Spherical Surface Quaternary Triangular Mesh[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2012, 37(4): 468-471(侯妙乐, 邢华桥, 赵学胜, 等. 球面四元三角网的复杂拓扑关系计算[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2012, 37(4): 468-471)
- [10] Hou Miaole, Zhu Guang, Wang Qianwei, et al. Computing Euler Number of Global Discrete Grids Based on Diamond[J]. *Science of Surveying and Mapping*, 2009, 34(6): 81-83(侯妙乐, 朱光, 王前卫, 等. 基于菱形块的全球离散格网欧拉数计算[J]. 测绘科学, 2009, 34(6): 81-83)
- [11] Hou Miaole, Zhao Xuesheng, Chen Jun. Computation of Three Topological Numbers on Spherical Quaternary Triangular Mesh[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2008, 33(1): 60-63, 104(侯妙乐, 赵学胜, 陈军. 球面四元三角网的三拓扑数计算[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2008, 33(1): 60-63, 104)
- [12] Hou Miaole, Zhao Xuesheng, Chen Jun. Computation of Local Topologic Invariant in Spherical Surface Quaternary Triangular Mesh and Its Application[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2010, 35(12): 1 504-1 507(侯妙乐, 赵学胜, 陈军. 球面四元三角网局部拓扑不变量的计算及应用[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2010, 35(12): 1 504-1 507)
- [13] Hou Miaole, Jiang Xiaoyi, Zhao Xuesheng, et al. Analysis and Simulation Sea Level Rise Based on QTM[J]. *Geography and Geo-Information Science*, 2012, 28(1): 34-38(侯妙乐, 姜晓轶, 赵学胜, 等. 基于 QTM 的海平面上升分析与模拟[J]. 地理与地理信息科学, 2012, 28(1): 34-38)
- [14] Wang Jinxin, Lu Fengnian, Guo Tongde, et al. Global 3D-Grids Based on Great Circle Arc QTM Sphere Octree and Unequal Octree[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2013, 38(3): 344-348(王金鑫, 禄丰年, 郭同德, 等. 球面大圆弧 QTM 八叉树剖分[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2013, 38(3): 344-348)
- [15] Bai Jianjun, Wang Lei, Bai Jiangtao, et al. An Equal Area Grid Model of WGS-84 Ellipsoidal Facet Based on EQG[J]. *Bulletin of Surveying and Mapping*, 2012, 11: 15-18(白建军, 王磊, 白江涛, 等. 基于 EQG 的 WGS-84 椭球面等面积格网剖分模型[J]. 测绘通报, 2012, 11: 15-18)
- [16] Song L, Kimerling A J, Sahr K. Developing an Equal Area Global Grid by Small Circle Subdivision[C]. *Discrete Global Grids*, National Center for Geographic Information & Analysis, Santa Barbara, CA, USA, 2002
- [17] Seong J C. Implementation of an Equal-area Griding Method for Global-scale Image Archiving[J]. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, 2003, 71(5): 623-627
- [18] Snyder J P. An Equal-area Map Projection for Polyhedral Globes[J]. *Cartographica*, 1992, 29(1): 10-21
- [19] Ben Jin, Tong Xiaochong, Zhang Yongsheng, et al. Snyder Equal-area Map Projection for Polyhedral Globes[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2006, 31(10): 900-903(贾进, 童晓冲, 张永生, 等. 对施奈德等积多面体投影的研究[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2006, 31(10): 900-903)

## A Method of Constructing Approximate Equal-Area Diamond Grid

SUN Wenbin<sup>1</sup> ZHOU Changjiang<sup>1</sup>

<sup>1</sup> College of Geoscience and Surveying Engineering, China University of Mining & Technology(Beijing), Beijing 100083, China

**Abstract:** The Equal-area characteristics of the global discrete grid have contributed to the improvement of spatial analysis precision. In this paper, a method for constructing approximate equal-area diamond grids is proposed based on the octahedron using the Snyder projection. Area deformation rules for diamonds are analyzed and the spatial distribution of diamond grids with different area deformations is presented. The analysis results indicate: 1. area deformation ratios of most cells in diamond grids are between  $-0.25\%$  and  $0.25\%$ ; when subdivision level is equal to six, while the area deformation ratios of 99% of diamond grids are between  $-0.25\%$  and  $0.25\%$ ; 2. three grids with the maximum area deformation are near to center point of subdivision surface of the octahedron, while the spatial distribution of grids with different area deformations is symmetrical.

**Key words:** diamond grids; global discrete grid; equal-area projection; geometry characteristics; hierarchical subdivision; Snyder projection

**First author:** SUN Wenbin, PhD, associate professor, specializes in the theories and methods of global discrete grids, intelligent computing and parallel computing. E-mail: swb1996@126.com

**Foundation support:** The National Natural Science Foundation of China, Nos. 41201416, 41171310, 41171304.

(上接第 1039 页)

*Auto Carto*, 1993, 11: 1-11

[13] Egenhofer M, Sharma J, Mark D. A Critical Comparison of the 4-Intersection and 9-Intersection Models for Spatial Relations: Formal Analysis[J].

[14] Egenhofer M. Definitions of Line-line Relations for Geographic Databases[J]. *IEEE Data Engineering Bulletin*, 1994, 16(3): 40-45

## A Semantics Associated Model for Trajectory-directed Line Movement and Its SQL Analysis

XIANG Longgang<sup>1</sup> TAO Qiangqiang<sup>1</sup> WU Tao<sup>2</sup>

<sup>1</sup> State Key Laboratory of Information Engineering in Surveying, Mapping and Remote Sensing, Wuhan University, Wuhan 430079, China

<sup>2</sup> School of Geosciences and Info-Physics, Central South University, Changsha 410083, China

**Abstract:** Trajectories move relative to directed lines, incurring topological events of various kinds, such as entries, departures, crosses, meets, retracements, stops and so on. Based on the spatial-temporal characteristics of trajectory-directed line movements a semantic associated model of trajectory-directed line movement is proposed. Our strategy depicts complex detailed topological relations between trajectories and directed lines by combining sets of local topological relations. In this way, movements of trajectories with respect to directed lines can be specified from the perspective of both topology and semantics. A relational schema based on this model was designed and evaluated in for two cases of typical queries types and analyzing trajectory-directed line movement by exploring pure SQL statements.

**Key words:** trajectory; directed line; nine-intersection model; semantics matrix; SQL

**First author:** XIANG Longgang, PhD, associate professor, specializes in the fields of trajectory data analysis and virtual globes technologies. E-mail: geoxlg@whu.edu.cn

**Foundation support:** The National Natural Science Foundation of China, Nos. 41471374, 41001296.