

# 代数重构算法在 GNSS 水汽层析解算中的应用

于胜杰<sup>1</sup> 万 蓉<sup>2</sup> 付志康<sup>2</sup>

1 湖北省地理国情监测中心,湖北 武汉, 430071

2 中国气象局武汉暴雨研究所暴雨监测预警湖北省重点实验室,湖北 武汉, 430205

**摘要:** 全球导航卫星系统(GNSS)水汽层析反演技术是目前获取对流层水汽三维分布的重要方法。考虑到代数重构算法在迭代反演中具有节省计算机内存且计算稳定性高的优点,对代数重构算法在 GNSS 水汽层析中的应用进行了研究。研究结果表明,受水汽在对流层中的分布情况的影响,传统的加法代数重构算法在实际的层析解算中,会出现较大的重构误差,而乘法代数重构算法和调整了松弛参数向量的加法代数重构算法则大大提高了层析解算的精度;代数重构算法较附加约束条件的层析解算方法更易受到观测值误差的影响,但采用乘法代数重构算法可以获得优于加法代数重构算法的结果。

**关键词:** 全球导航卫星系统(GNSS);代数重构算法;水汽;层析

**中图法分类号:** P412.2; P228.42 **文献标志码:** A

地基 GNSS 技术已广泛应用于对流层水汽探测中,目前能获得的测站上空大气可降水量参数的值精度基本在 2~3 mm<sup>[1-3]</sup>。随着 GNSS 大气可降水量反演技术的日益成熟,很多国家和地区陆续建立了区域气象监测网,这些分布密集的测站提供的高时空分辨率的大气可降水量信息加深了我们对水汽时空变化的了解。

在此基础上,接收机至卫星方向上的水汽延迟信息包含了大气中水汽分布的各向异性部分,能够提供比大气可降水量更为丰富的信息。Flores 等最先将利用局域网获得的斜路径湿延迟参数作为观测值,采用层析技术反演水汽的三维分布,为了克服观测方程的不适定性,采用附加水平约束方程及先验信息的方法实现了水汽参数的解算<sup>[4]</sup>,目前该方法已经应用到许多国家和地区的三维水汽探测中<sup>[5-9]</sup>。随着地基 GNSS 水汽探测技术的日益完善,目前我国的许多省、市均实现了准实时的大气可降水量解算;与此同时,各地建设完成及在建的测站的数目在逐渐增多,拟利用密集的 GNSS 区域网逐步实现三维水汽的准实时解算,实现为气象业务服务的目的。另外,随着欧洲的 Galileo、俄罗斯的 GLONASS 及我国的 Compass 的建设日趋完善,空中可视卫星的数目

将显著增多。从 GNSS 水汽层析的角度来说(观测方程为  $\mathbf{A} \begin{smallmatrix} \mathbf{X} \\ m \times n \end{smallmatrix} = \mathbf{B} \begin{smallmatrix} \mathbf{B} \\ n \times 1 \end{smallmatrix}$ , 测站数目和可视卫星数目的增多意味着观测值数目  $m$  增大;同时,测站数目的增多意味着测站间距减小,而测站间距的减小将使水汽层析的空间分辨率得到提高,这直接导致需要解算的未知参数  $n$  的数目增大。观测方程矩阵  $\mathbf{A}$  维数的日益增大,对水汽层析技术的数据处理方法提出了更高的要求。

代数重构算法(algebraic reconstruction technique, ART)采用迭代的方法来重构图像,它对观测值逐个进行处理,不需要直接对矩阵进行运算,其优点主要体现在解算效率和稳定性上,目前该方法已经成功地应用到电离层电子密度的层析反演中<sup>[10]</sup>。文献[11]通过调整松弛参数向量,提高了该方法在电离层层析反演中的收敛速度;在此基础上,文献[12]对该方法在 GNSS 水汽层析中的应用进行了深入的研究,比较了几种不同的重构方法的优劣;王维等对联合迭代重构算法在水汽层析中的应用进行了分析<sup>[13]</sup>。本文基于鄂东局域 GNSS 气象监测网,对传统的加法代数重构算法和乘法代数重构算法在水汽层析解算中的可行性进行了研究,并分析了观测值误差对解算结果的影响。

收稿日期:2014-11-30

项目资助:国家自然科学基金(41375041);大地测量与地球动力学国家重点实验室开放基金(SKLGED2013-4-3-E);暴雨监测预警湖北省重点实验室暴雨研究开放基金(IHR201302)。

第一作者:于胜杰,博士,主要从事 GPS 数据处理及地基 GPS 气象学研究。yusj\_whuir@163.com

# 1 GNSS 水汽层析

在获得了测站至卫星方向上的湿延迟参数 (slant wet delay, SWD) 的基础上, 将对流层层析区域划分为许多小网格, 并假设在一定时间段内该网格内的湿折射率参数是不随时间变化而变化的。则对某一射线  $j$  来说, 该路径上的湿延迟参数 SWD 可表示为<sup>[4]</sup>:

$$\sum_{i=1}^n a_{j,i} x_i = \text{SWD}_j \quad (1)$$

式中,  $n$  为划分的总网格数;  $x_i$  表示网格  $i$  的湿折射率参数;  $a_{j,i}$  表示射线  $j$  穿过网格  $i$  的长度。

将 GNSS 局域网内每个接收机到卫星方向上的斜路径湿延迟参数均表示为式(1)所示的求和形式(不考虑那些从层析区域侧面穿出的网格), 则水汽层析的观测方程可表示为:

$$\underset{m \times n}{\mathbf{A}} \underset{n \times 1}{\mathbf{X}} = \underset{m \times 1}{\mathbf{B}} \quad (2)$$

式中,  $\mathbf{A}$  为系数阵, 其第  $j$  行、第  $i$  列的元素为  $a_{j,i}$ ;  $\mathbf{X}$  为未知参数向量, 即所有网格的大气湿折射率参数  $\mathbf{N}_w$ ;  $\mathbf{B}$  为一定时间段内所有的 SWD 参数组成的观测值向量;  $m, n$  分别为观测值和未知参数的个数。

由于水汽层析的观测方程(2)的不适定性, 通常采用附加水平和垂直约束条件的方法<sup>[4-8]</sup>, 采用最小二乘解算得到合理的层析解:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{H}_1 \\ \mathbf{H}_2 \end{bmatrix} \mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{C} \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中,  $\mathbf{H}_1 \mathbf{X} = \mathbf{0}$  表示水平约束方程;  $\mathbf{H}_2 \mathbf{X} = \mathbf{C}$  表示利用参数间的相关性或先验信息构建的垂直约束方程。

## 2 代数重构算法

代数重构算法是一种常用的图像重构算法, 它通过迭代的方式对初始估计值重复进行修正, 直到满足某种特定的条件为止。这种重构方法每次仅对一个观测值进行处理, 每次迭代只涉及到简单的运算, 因此十分节省计算机内存, 同时具有较高的稳定性, 特别适合涉及大维度矩阵的运算。下面简单介绍几种常用的代数重构算法<sup>[12]</sup>。

### 1) 加法代数重构算法:

$$x^{k+1} = x^k + \gamma_0 \frac{\mathbf{A}^i}{\langle \mathbf{A}^i, \mathbf{A}^i \rangle} (\text{SWD}_i - \langle \mathbf{A}^i, x^k \rangle) \quad (4)$$

式中,  $k$  表示第  $k$  次迭代;  $x^k$  为第  $k$  次迭代的结果;  $\mathbf{A}^i$  表示矩阵  $\mathbf{A}$  的第  $i$  行;  $\langle \cdot \rangle$  表示向量内积;  $\lambda = \gamma_0 \frac{\mathbf{A}^i}{\langle \mathbf{A}^i, \mathbf{A}^i \rangle}$  为松弛参数向量;  $\gamma_0$  为松弛因子。

2) 乘法代数重构算法 (multiplicative ART, MART):

$$x_j^{k+1} = x_j^k \cdot \left( \frac{\text{SWD}_i}{\langle \mathbf{A}^i, x^k \rangle} \right) \frac{\gamma_0 a_{i,j}}{\sqrt{\langle \mathbf{A}^i, \mathbf{A}^i \rangle}} \quad (5)$$

式中,  $x_j^k$  表示第  $j$  个网格的参数值  $x_j$  第  $k$  次迭代的结果;  $a_{i,j}$  为矩阵  $\mathbf{A}$  第  $i$  行、第  $j$  列上的元素值; 其他参数的含义与式(4)相同。MART 方法的迭代步骤与 ART 方法基本相同, 但其迭代改进以乘法的形式进行, 其优点是可以保证反演结果为正值。

3) 同时迭代重构算法 (simultaneous iterations reconstruction technique, SIRT):

$$x_j^{k+1} = x_j^k + \sum_i \gamma_0 a_{i,j} \frac{\text{SWD}_i - \langle \mathbf{A}^i, x^k \rangle}{\langle \mathbf{A}^i, \mathbf{A}^i \rangle} \quad (6)$$

式中, 参数的含义与式(4)和式(5)相同。

从式(4)、式(5)可以看出, ART 和 MART 的重构结果在一定程度上取决于所采用的观测值的顺序, 而 SIRT 则避开了这种影响。但研究结果显示, 使用不同次序的观测值所引起的影响相比其他参数(如初始场  $\mathbf{X}_0$  的选取和迭代次数等)的影响是可以忽略的<sup>[12]</sup>。在 GNSS 水汽参数的迭代重构中, 通常采用式(7)中的  $\delta, \sigma$  参数作为收敛条件, 在迭代收敛的情况下, 当其小于一定的阈值时, 就把迭代的结果作为最终的重构结果, 一般情况下通过 100~200 次的迭代便可收敛。

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I (m_i^k - m_i^0) \\ \sigma = \sqrt{\frac{1}{I-1} \sum_{i=1}^I ((m_i^k - m_i^0) - \delta)^2} \end{array} \right. \quad (7)$$

## 3 代数重构算法在水汽层析中的应用

利用模拟试验对代数重构算法在水汽层析解算中的可行性进行分析。截至 2011 年, 武汉暴雨研究所长江中游暴雨外场观测试验基地的 GNSS 水汽监测网已建成 58 个测站, 采样时间间隔为 30 s, 全天 24 h 连续观测, 其中位于鄂东区域的 22 个测站分布较为均匀, 测站平均间距在 30 km 左右, 因此, 该区域被选定为层析的试验区域。层析区域测站的分布和水平网格划分情况如图 1 所示。在大地高方向上, 层析区域设定为 0~10

km, 分辨率为 1 km。因此, 在该层析试验中, 共需解算的湿折射率参数为  $7 \times 4 \times 10 = 280$  个。

利用 2012 年 5 月份某天无线电探空仪的观测结果模拟出每个网格的湿折射率值, 结合卫星的实际位置和层析区域的网格划分情况, 模拟出接收机至卫星连线方向上的 SWD(卫星截止高度角取为  $5^\circ$ ), 在此基础上加入一定的观测误差, 生成用于水汽层析的观测值 SWD。关于迭代初值  $\mathbf{X}_0$ , 我们选取了利用武汉多年的无线电探空数据(探空站位置如图 1 中黑色圆圈所示)获得的 5 月份水汽垂直分布的统计结果<sup>[14]</sup>。

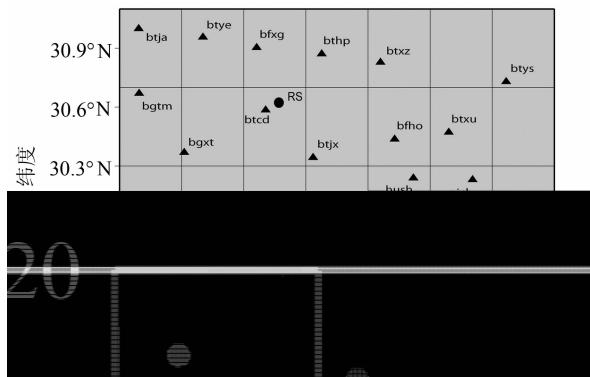


图 1 层析区域站点分布及水平网格划分

Fig. 1 Distribution of GNSS Sites and Horizontal Grids Defined in Tomography Region

### 3.1 松弛向量的选取

代数重构算法的基本原理是基于  $\langle \mathbf{A}^i, \mathbf{x}^k \rangle$  与实际观测值 SWD 的差值(或比值), 按照一定的方式计算出改正值, 用于对第  $k$  次迭代结果  $\mathbf{x}^k$  进行修正, 直到满足某一条件退出迭代为止。松弛参数  $\lambda$  则用来调整改正值占差值(或比值)的比重。下面将利用 ART 方法和 MART 方法进行水汽湿折射率参数的重构。为了进一步了解松弛参数向量  $\lambda$  在迭代中所起的作用, 将 ART 方法中的  $\lambda$  调整为  $\lambda = \gamma_0 \frac{\mathbf{A}^i \mathbf{x}^k}{\langle \mathbf{A}^i, \mathbf{A}^i \mathbf{x}^k \rangle}$  一并进行解算, 该迭代方法记为 IART。

图 2 给出了利用 ART、IART、MART 等三种方法得到的重构结果与真值的差值序列, 图中  $x$  轴表示网格号。根据图 1 给出的网格划分情况, 第一层网格号为 1~28, 第二层为 29~56, 以此类推; 由于有的网格没有射线穿过, 因此其迭代结果维持在迭代初值未发生变化, 在图 2 中没有给出其误差值。从图 2 可以看出, 利用三种方法得到的水汽湿折射率参数的重构结果在第一层中相对误差的绝对值均在 10% 左右; 在较低层外的其他层, IART 方法均可较好地重构水汽湿折射

率场, 而采用 ART 方法得到的重构结果则在较高层具有较大的误差。从 ART 和 IART 的松弛参数向量  $\lambda$  的比较可以看出, ART 方法为每个网格确定的改正值, 与射线穿过网格的长度成正比, 即对某一条特定的射线来说, 它穿过网格的长度越大, 则对该网格参数的改正值就越大; 但是, 对流层大气湿折射率一般随着高度的增加呈指数递减, 因此, 利用射线穿过各个网格的长度来确定改正值的大小明显是不合理的, 而 IART 方法考虑了大气湿折射率的这一变化规律, 利用该方法可明显降低高层网格的重构误差。另外, MART 方法采用乘法的形式进行迭代修正, 松弛参数向量位于指数的位置上, 其重构结果与 IART 方法的结果相当。为了更加直观地显示出重构结果, 图 3 给出了某网格上垂直方向上三种迭代方法的重构值与真值的比对结果。

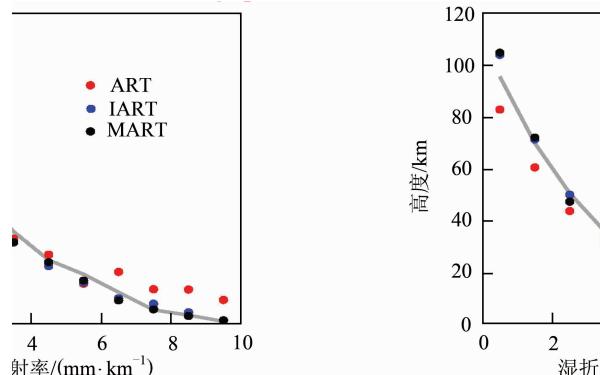


图 2 利用几种代数重构算法重构的大气湿折射率  $N_w$  的误差

Fig. 2 Reconstruction Error of the Wet Refractivity Based on ART, IART and MART

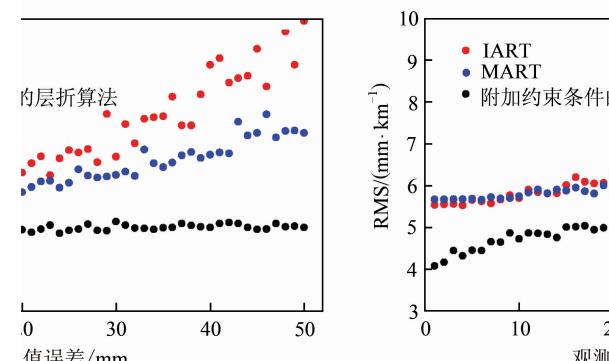


图 3 重构的大气湿折射率与网格真值的比较  
Fig. 3 Comparison Between the Reconstructed Field of Wet Refractivity and the Truth Value

表 1 为三种代数重构算法与附加约束条件的层析解算方法的误差的统计结果。从表 1 中可以看出, 利用 IART 方法和 MART 方法得到的重

构结果的精度相当,均明显优于利用 ART 方法得到的结果,但略低于附加约束条件的层析解算方法的解算精度,这可能是由于附加约束条件的

层析解算方法采用了网格间水汽参数的平滑约束,增加了观测信息。

表 1 不同解算方法重构误差的均值、均方根值

Tab. 1 Mean and RMS Value of the Reconstructed Error Based on Different Reconstruction Technique

方法	松弛因子	均值/(mm·km <sup>-1</sup> )		均方根值/(mm·km <sup>-1</sup> )	
		所有网格	有射线穿过的网格	所有网格	有射线穿过的网格
ART	约 0.2	-0.50	0.39	8.40	7.47
IART	约 0.1	-1.16	-0.26	5.64	4.16
MART	约 0.15	-1.28	-0.32	5.78	4.24
附加约束条件的层析解算方法	/	-0.99	-0.25	4.74	3.18

### 3.2 观测值误差对重构结果的影响分析

GNSS 水汽层析的重构结果的质量受多种因素的影响,如层析算法、先验约束信息及观测值的质量等。为了分析在不同的算法中观测值的误差对最终的层析结果的影响,我们在模拟的观测值真值的基础上,分别加入了均值为 0、标准差为 1 ~ 50 mm 的观测噪声,并利用 IART、MART 及附加约束条件的层析解算方法进行解算。

图 4 为观测值误差与层析结果误差的对比关系图,从图 4 中可以看出,对于 IART 和 MART 来说,在观测值误差标准差小于 20 mm 时,重构结果的误差较为稳定,随着观测值误差的增大,层析结果的误差基本上也随之增大,但 MART 方法得到的层析结果的误差增加的速度明显低于 IART 方法;而附加约束条件的层析解算方法的结果误差除了在开始时略微增大外,随着观测值误差的增大,其精度较为稳定(这可能是由于该方法中采用了额外的约束信息的缘故,在实际的解算中应该合理选取观测权阵,否则容易造成约束过紧而产生虚假的重构湿折射率场<sup>[14]</sup>)。在实际的业务工作中,考虑到代数重构算法的解算稳定性,当采用该方法进行水汽层析解算时,应尽量获取较高精度的观测值信息(如采用精度较高的映射函数 VMF1,合理处理观测残差以得到其中的对流层延迟残差等),同时,采用 MART 方法可获得相对精度较高的层析结果。

## 4 结语

本文基于鄂东局域 GNSS 气象监测网,考虑到测站数目及空中可视卫星数目增多的现状,对代数重构算法在 GNSS 水汽层析解算中的应用进行了研究,得出如下结论。

传统的 ART 方法在 GNSS 水汽层析解算

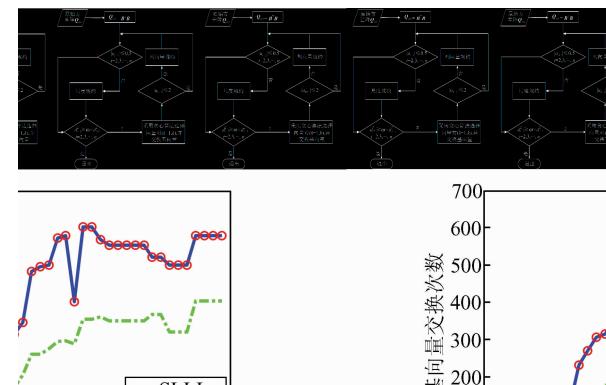


图 4 不同观测值误差下重构的大气湿折射率误差的均方根值

Fig. 4 RMS of the Reconstructed Wet Refractivity Field at Different Observation Error Levels

中,会出现较大的重构误差,尤其在较高层上,几乎无法获得较为准确的水汽参数解;针对对流层大气湿折射率随高度的指数分布情况,本文调整了松弛参数向量。结果表明,利用 IART 方法可以较好地重构水汽的垂直分布;而利用 MART 方法得到的水汽层析结果和 IART 方法的重构精度相当。

与附加约束条件的层析解算方法相比,IART 和 MART 方法更易受到观测值误差的影响。利用 IART 和 MART 方法得到的重构结果在观测值误差较小的情况下较为稳定,在误差标准差大于 20 mm 的情况下,随着观测值误差的增加而增大,但 MART 方法的结果优于 IART 方法的结果。在实际中考虑采用代数重构算法的情况下,应提高水汽层析观测值的精度以便得到较好的层析结果。

## 参 考 文 献

- [1] Bevis M, Businger S, Herring T A, et al. GPS Meteorology: Remote Sensing of Atmospheric Water

- Vapor Using the Global Positioning System [J]. *Journal of Geophysical Research*, 1992, 97(D14): 15 787-15 801
- [2] Baltink H K, Van der Marel H, Van der Hoeven A G A. Integrated Atmospheric Water Vapor Estimates from a Regional GPS Network [J]. *Journal of Geophysical Research*, 2002, 107(D3), doi: 10.1029/2000JD000094
- [3] Bokoye A I, Royer A, O'Neill N T, et al. Multi-sensor Analysis of Integrated Atmospheric Water Vapor over Canada and Alaska [J]. *Journal of Geophysical Research*, 2003, 108(D15), doi: 10.1029/2002JD002721
- [4] Flores A, Ruffini G, Rius A. 4D Tropospheric Tomography Using GPS Slant Wet Delays [J]. *Annales Geophysicae*, 2000, 18(2): 223-234
- [5] Skone S, Hoyle V. Troposphere Modeling in a Regional GPS Network [J]. *Journal of Global Positioning System*, 2005, 4(1-2): 230-239
- [6] Song Shuli, Zhu Wenyao, Ding Jincai, et al. 3D Water-vapor Tomography with Shanghai GPS Network to Improve Forecasted Moisture Field [J]. *Chinese Science Bulletin*, 2006, 50(20): 2 271-2 277 (宋淑丽, 朱文耀, 丁金才, 等. 上海 GPS 网层析水汽三维分布改善数值预报湿度场 [J]. 科学通报, 2005, 50(20): 2 271-2 277)
- [7] Xia Pengfei, Cai Changsheng, Dai Wujiao, et al. Three-dimensional Water Vapor Tomography Using Ground-based GPS and COSMIC Occultation Observation [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2013, 38(8): 892-896 (夏朋飞, 蔡昌盛, 戴吾蛟, 等. 地基 GPS 联合 COSMIC 掩星数据的水汽三维层析研究 [J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2013, 38(8): 892-896)
- [8] Rohm W, Bosy J. The Verification of GNSS Tropospheric Tomography Model in a Mountainous Area [J]. *Advances in Space Research*, 2011, 47(10): 1 721-1 730
- [9] Chen B, Liu Z. Voxel-optimized Regional Water Vapor Tomography and Comparison with Radiosonde and Numerical Weather Model [J]. *Journal of Geodesy*, 2014, 88(7): 691-703
- [10] Stolle C, Schlüter S, Heise M, et al. A GPS Based Three-dimensional Ionospheric Imaging Tool: Process and Assessment [J]. *Advances in Space Research*, 2006, 38(11): 2 313-2 317
- [11] Wen D B, Yuan Y B, Ou J K, et al. Three-dimensional Ionospheric Tomography by an Improved Algebraic Reconstruction Technique [J]. *GPS Solutions*, 2007, 11(4): 251-258
- [12] Bender M, Dick G, Ge M, et al. Development of a GNSS Water Vapour Tomography System Using Algebraic Reconstruction Techniques [J]. *Advances in Space Research*, 2011, 47(10): 1 704-1 720
- [13] Wang Wei, Wang Jiexian. Application of Simultaneous Iterations Reconstruction Technique for 3D Water Vapor Tomography System [J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2011, 31(6): 100-103 (王维, 王解先. 联合迭代重构算法在对流层水汽三维重构中的应用研究 [J]. 大地测量与地球动力学, 2011, 31(6): 100-103)
- [14] Yu Shengjie, Liu Lintao, Liang Xinghui. Influence Analysis of Constraint Condition on GPS Water Vapor Tomography [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2010, 39(5): 491-496 (于胜杰, 柳林涛, 梁星辉. 约束条件对 GPS 水汽层析解算的影响分析 [J]. 测绘学报, 2010, 39(5): 491-496)

## Application of Algebraic Reconstruction Technique on the GNSS Water Vapor Tomography

YU Shengjie<sup>1</sup> WAN Rong<sup>2</sup> FU Zhikang<sup>2</sup>

1 Hubei Center of Geographic Condition Monitoring, Wuhan 430071, China

2 Hubei Key Laboratory for Heavy Rain Monitoring and Warning Research, Institute of Heavy Rain, China Meteorological Administration, Wuhan 430205, China

**Abstract:** The GNSS water vapor tomography technique can be used to obtain spatially resolved humidity information about the troposphere. The application of this method in GNSS water vapor tomography is discussed in detail considering the need to save computer memory and in light of the high

(下转第 1124 页)

integer least-squares (ILS) estimation criterion to resolve ambiguity. Due to ILS problem can be regarded as closest vector problem (CLP) in lattice theory, therefore, lattice reduction could help to accelerate ambiguity enumeration process, shorten the search time, and further to improve the computation efficiency of ambiguity resolution. Among many of lattice reduction algorithms, Lenstra-Lenstra-Lovász (LLL) is a most popular and widely used reduction algorithm in many fields. It includes two reduction conditions, size reduction and basis vector swapping. However, size reduction is aimed at all matrix elements and basis vector swapping is only limited to two adjacent vectors, that will result in the unnecessary elements size reduction and excessive basis vector swapping times. Hence, both of them are not conducive to improving the ambiguity reduction efficiency, especially for high-dimensional ambiguity resolution. To overcome this problem, we adopt the greedy algorithm and partial column vector reduction to reduce the number of basis swapping and size reduction, in this contribution the computing complexity of LLL reduction algorithm is reduced, where LLL reduction algorithm has a long time-consuming under high-dimensional conditions. Simulations and real data validations have clearly shown that the modified LLL reduction algorithm can significantly improve the computational efficiency. Therefore our modified LLL algorithm has a certain useful value for fast resolution under high-dimensional case.

**Key words:** GNSS; integer least-squares; integer ambiguity; lattice reduction; LLL reduction algorithm; partial size reduction; greedy algorithm

**First author:** LU Liguo, PhD candidate, specializes in GNSS high-dimension ambiguity resolution. E-mail: lglu66@163.com

**Corresponding author:** LIU Wanke, PhD, associate professor. E-mail: wkliu@sgg.whu.edu.cn

**Foundation support:** The National Natural Science Foundation of China, No. 41204030

(上接第 1117 页)

stability when calculating inversion with the algebraic reconstruction technique, The Algebraic Reconstruction Technique is used to construct the distribution of water vapor; experimental results indicate that the solution of the traditional ART shows large reconstruction error due to the distribution property of the water vapor in the troposphere, while the IART method which adapts a relaxation parameter vector gets a favorable solution. The MART method also shows the similar results. Compared inversion with constraints, the algebraic reconstruction technique method is more susceptible to the observation error. The solution generated by the MART method is better than that of the IART method.

**Key words:** Global Navigation Satellite System; algebraic reconstruction technique; water vapor; tomography

**First author:** YU Shengjie, PhD, specializes in GPS data processing and ground-based GPS meteorology. E-mail: yusj\_whihr@163.com

**Foundation support:** The National Natural Science Foundation of China, No. 41375041; the Open Research Fund Program of State Key Laboratory of Geodesy and Earth's Dynamics, No. SKLGED2013-4-3-E; the Open Research Fund Program of Hubei Key Laboratory for Heavy Rain Monitoring and Warning Research, No. IHR201302.