

利用卫星双向时间频率传递确定重力位差和高程差

孔祥雪¹ 申文斌² 张胜军²

1 辽宁省地震局, 辽宁 沈阳, 110034

2 武汉大学测绘学院, 湖北 武汉, 430079

摘要:根据广义相对论, 两地之间的重力位差导致两地之间时钟的运行速率差或频率差。反之, 通过比对两地之间高精度时钟的守时速率之差或频率差, 则可确定两地之间的重力位差及海拔高程差。本文选取国际度量局(BIPM)发布的 5 个台站 2013 年 4 月 1 日至 21 日的卫星双向时频传递(TWSTFT)数据, 采用卫星双向时间频率传递技术, 并基于重力频移法确定两地之间重力位差和高程差。与 EGM2008 模型结果的比对结果表明, 重力位差和高程差的标准差分别为 $129.2 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$ 和 13.2 m 。实验结果与目前守时台站所采用原子钟的稳定度 10×10^{-15} 量级基本一致。迅速发展的时频技术及原子钟(光钟)精度不断提高, 为利用卫星双向时间频率传递确定重力位差和高程差提供了应用空间。

关键词:卫星双向时间频率传递; 重力频移; 重力位差; 高程差

中图法分类号: P312; P223 **文献标志码:** A

正高系统是以大地水准面为基准面的高程系统, 地面点的正高是该点到通过该点的铅垂线与大地水准面的交点之间的距离, 它不仅在大地测量学中扮演重要角色, 而且在相关地球科学领域有广泛应用。传统意义上, 正高由水准测量联合重力测量确定^[1], 但有如下缺陷^[2]: ①误差随着测线长度的增加而增加; ②很难实现跨海大陆或岛屿之间的高精度高程连接; ③水准测量耗费人力物力, 周期长, 尤其难以在山区实施。

为了克服上述缺陷, Bjerhammar 最先提出相对论大地水准面的概念, 指出相对论大地水准面是一个最接近于平均海水面的封闭曲面, 在这个曲面上的所有精密时钟的运行速率相同^[3,4], 该曲面也叫做等时率大地水准面^[5]。根据 Bjerhammar 的方法, 可通过精密时钟搬运手段确定两地之间的重力位差及海拔高。等价地, 基于广义相对论原理, 申文斌等提出等频大地水准面的概念, 进而提出利用广义相对论引力红移效应测定重力位差和高程差的新方法, 简称重力频移法^[5-9]。

重力频移法的关键在于如何进行精确的时间或频率比对。20 世纪 70 年代的环境地球飞行钟直接比对实验由 Hafele 和 Keating 实现, 但由于

当时原子钟精度有限, 实验结果不理想, 相对精度只有 2%^[10,11]。之后, 科学家利用各种实验手段检验引力红移(或重力频移)效应, 相对精度不断提高, 目前已达到 10^{-6} 量级甚至更高^[12-18]。近年来原子钟精度不断提高, 卫星双向时频传递被视为远距离时间频率比对最精确的技术之一^[19-22]。

文献[23]通过模拟实验研究了利用 GPS 信号确定两站之间重力位差的问题, 文献[24]利用国际度量局(BIPM)发布的数据研究了利用 GPS 共视法确定两地之间重力位差及海拔高差的问题。本文采用 BIPM 发布的双向时频传递(TWSTFT)数据, 确定两地时钟之间的时频差异, 进而确定两地之间的重力位差和高程差。

1 利用重力频移确定重力位差和高程差

卫星双向时间频率传递以对地静止通信卫星时间频率信号交换为依据, 使用调制解调器将 A 站原子钟的时间信号经伪随机码调制, 通过甚小口径终端将调制的扩频信号发射给卫星, 经卫星转发器把 A 站的时间信号转发至地面, 地面站 B 接收经卫星转发的 A 站的时间信号, 解调信号后

与 B 站的原子钟信号比较,从而测量 A 站传到 B 站经卫星的信号传递时延。在 A 站发射信号的同时, B 站以同样方式发射信号被 A 站接收。通过两站数据交换,获得两地原子钟间的高精度时频比对之差^[25]。

根据时频传递的基本原理,以 A、B 表示两个站点,则可计算两地之间的时钟频率之差(或两地时钟运行速率之差)^[26]:

$$\begin{aligned} TS(A) - TS(B) = & 0.5[TI(A) - TI(B)] + \\ & 0.5[SPT(A) - SPT(B)] - \\ & 0.5[SCD(A) - SCU(A)] + \\ & 0.5[SCD(B) - SCU(B)] + \\ & 0.5[SPU(A) - SPD(A)] - \\ & 0.5[SPU(B) - SPD(B)] + \\ & 0.5[TX(A) - RX(A)] - \\ & 0.5[TX(B) - RX(B)] \end{aligned} \quad (1)$$

式中, TI 是时间间隔读数; SPT 是经转发器的卫星路径延迟; SCU、SCD 是上、下行链路的 Sagnac 修正^[26]; SPU、SPD 是信号路径上、下链路延迟; SPT 是经转发器的卫星路径延迟; TX 是发射机延迟; RX 是接收机延迟。

BIPM 网站 (ftp://62.161.69.5/pub/tai/data/2013/time_transfer/twstft/) 发布的 TWSTFT 数据间隔为 2 h, 利用任意两个站点之间的时钟频率之差计算公式(1)可确定两站点之间的时钟频率之差序列, 并假设某一时刻 A 和 B 两站的 UTC 差为 Δt_{iAB} 。对两个站点之间的时钟频率之差序列作线性拟合得到直线, 该直线的斜率即为两地原子钟在一段时间内的平均相对频率差, 可表示为^[27]:

$$\frac{f_B - f_A}{f} = \frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta t_{iAB} + \tau - \Delta t_{iAB}}{\tau} \quad (2)$$

式中, f 是固有频率; Δf 是 A、B 两地时钟之间的守时频率之差。

根据重力频移方程 $\Delta f = \frac{f}{c^2}(W_B - W_A)$ ^[8], 任意两点 A 和 B 之间的重力位差可表示为:

$$\Delta W_{BA} = W_B - W_A = c^2 \frac{\Delta f}{f} \quad (3)$$

式中, c 为真空中光速。

假定 A 点的高程 H_A 已知, 根据 Bruns 公式, 可确定任意两点 A 和 B 之间的高程差(因而也可确定 B 的高程)^[8]:

$$\Delta H_{AB} = H_B - H_A = \frac{W_B - W_A}{\bar{g}} = \frac{\Delta W_{BA}}{\bar{g}} = c^2 \frac{\Delta f}{\bar{g}f} \quad (4)$$

式中, \bar{g} 是 B 点至过 A 的重力等位面(简称为 A-重力等位面)的铅垂线上的平均重力, 这里用 B_A 表示 B 点在 A-重力等位面上的垂足(也即 B 的铅垂线与 A-重力等位面的交点)。通常情形, \bar{g} 可近似用 B 和 B_A 两点的重力的算术平均值代替。

式(4)只适合于平原或比较平缓的地区, 在高程差较大的地区(比如山区), 精确到二阶项, A 和 B 之间的高程差可表示为^[8]:

$$\Delta H_{AB} = \frac{\Delta W_{AB}}{R} + \frac{1}{R} \left[\left(\frac{\Delta W_{AB}}{R} \right)^2 + 2 \frac{\Delta W_{AB}}{R} H_A \right] \quad (5)$$

式中, R 是地球平均半径。

2 数据处理与分析

选取德国国家计量院(PTB)、波兰空间研究中心天文台(AOS)、英国皇家物理实验室(NPL)、西班牙皇家海军天文台(ROA)、法国巴黎天文台(OP)5个台站 2013年4月1日至2013年4月21日 TWSTFT 的观测数据进行任意两个台站之间的时钟频率之差处理。相关台站分布见图1, 台站信息见表1。在确定了任意两个台站之间的时钟频率之差序列后, 首先作线性拟合, 得到斜率, 在假定原子钟不存在系统误差的前提下, 这一斜率表示两地原子钟之间的频率之差。然后根据重力位差式(3)和高程差式(4)计算出两台站之间的重力位差和高程差。结果列于表2。另一方面, 利用各台站坐标信息(表1)和地球重力场模型 EGM2008^[28] 计算出各站点的模型重力位(见表1最后一列), 进而求得两个站点之间的模型重力位差和高程差(见表2)。

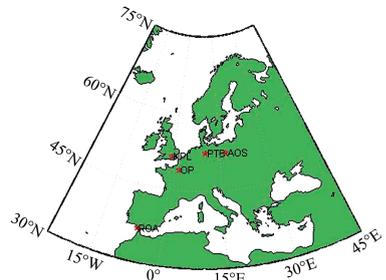


图1 台站分布示意图

Fig. 1 Schematic Distribution of Stations

由观测数据计算得到的5个台站中的任意台站对之间的时钟频率之差序列的一阶线性拟合与三阶非线性拟合结果如图2所示, 点是观测数据, 采样频率为2 h, 实线是拟合结果。

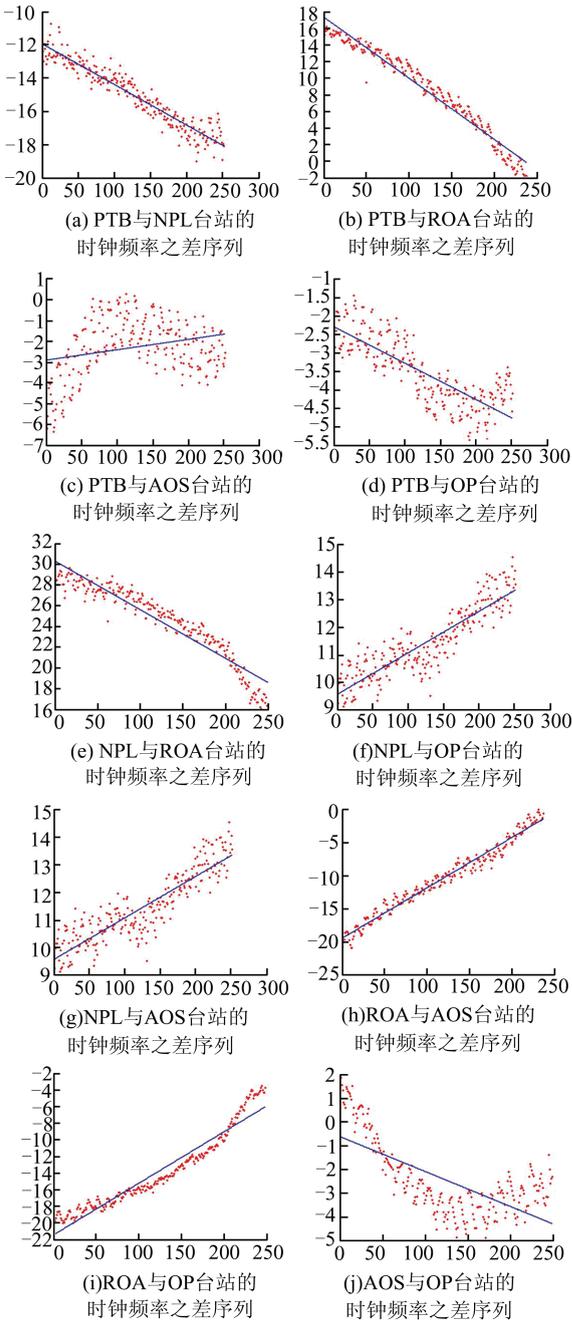


图 2 5 个台中任意两个台站时钟频率差序列的线性拟合

Fig. 2 Linear Fit of the Clock Frequency Difference Sequence Between Any Two of the Five Clock Stations

由图 2 可以看出,任意两个台站间的时钟频率之差序列与线性函数有一定出入,特别是 PTB 与 AOS 台站之间 (图 2(c)),PTB 与 OP 台站之间 (图 2(d))以及 AOS 与 OP 台站之间(图 2(j))的频率之差与线性拟合函数出入较大,表明由台站时钟频率之差序列计算得出的重力频移不仅由两地重力位差引起,还包含其他误差源的影响。

由表 2,可获得相关统计信息如下:重力位差的计算值与对应的理论值之间的平均差异为 $145.42 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$,标准差为 $129.18 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$,RMS 为 $190.18 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$;高程差的计算值与对应的理论值的平均差值为 14.87 m ,标准差为 13.21 m ,RMS 为 19.45 m 。

基于观测值测定的重力位差和高程差与 EGM2008 模型计算得到的理论值之间存在一定差异,其主要原因可归结为如下几点:① 尽管在卫星双向时间频率传递过程中,信号传播路径具有近似对称性,即路径延迟影响原则上大部分被抵消,但是仍然有一部分非对称的因素影响卫星双向时间比对的精度,如与卫星、地面站有关的误差,信号传播路径的误差,地球自转引起的 Sagnac 效应^[24];② 决定重力位差和高程差精度的关键是如何高精度地测定重力频移 Δf ;理论上只要信号发射系统和信号接收系统的频率稳定度优于 10^{-18} ,则任意两点之间的高差就可达到厘米级精度^[5];但本文所采用的卫星双向时间频率传递数据的频率稳定性仅为 10^{-15} 量级 (ftp://62.161.69.5/pub/tai/data/2013/time_transfer/tw-stft/),由此将导致大约 10 m 量级的误差,这与本文给出的精度评估一致。

3 结 语

本文根据重力频移方程,利用 5 个 BIPM 台站的 TWSTFT 数据确定了这 5 个台站中任意两个台站之间的时钟频率之差序列,进而确定了任意两地之间的重力位差和高程差。高程差的计算值与 EGM08 模型值的平均差值和标准差都在 10 m 量级水平,实验结果与目前守时台站采用的守

表 1 台站大地坐标和 EGM2008 模型重力位

Tab.1 Geodetic Coordinates and EGM2008 Model Gravity Potential

台站名	纬度/(°)	经度/(°)	大地高/m	EGM2008 重力位/($\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$)
PTB	52.297 2	10.460 5	143.41	62 635 246.196 117 31
AOS	52.275 4	17.076 8	120	62 635 417.768 091 61
NPL	51.379 3	-0.428 7	123.88	62 635 766.907 444 97
ROA	36.464 31	-6.206 2	74.67	62 636 321.386 802 40
OP	48.835 9	2.335 0	78	62 635 726.042 450 20

表2 根据观测值的计算结果与 EGM2008 模型预测值的比较

Tab. 2 Comparison Between the Calculated Values Based on Observations and the EGM2008 Model Predictions

两站之差	EGM2008 模型值		基于观测数据的计算值	
	重力位差/($\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$)	高程差/m	重力位差/($\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$)	高程差/m
PTB-NPL	-520.711 327 7	-53.242 5	-309.944 136 4	-31.691 6
PTB-ROA	-1 075.190 69	-109.937 6	-808.730 847 4	-82.692 3
PTB-AOS	-171.571 974 3	-17.543 2	160.385 916 5	16.399 4
PTB-OP	-479.846 332 89	-49.064 0	-164.004 5	-16.769 4
NPL-ROA	-554.479 357 4	-56.695 2	-438.106 234 2	-44.796 6
NPL-AOS	349.139 353 36	35.699 3	443.772 891 66	45.375 6
NPL-OP	40.864 994 77	4.178 4	157.992 925 57	16.154 7
ROA-AOS	903.618 710 8	92.394 6	897.423 372 78	91.761 1
ROA-OP	595.344 352 2	60.873 7	596.827 258 72	61.025 3
AOS-OP	-308.274 358 59	-31.520 9	-302.521 603 59	-30.932 7

时系统(原子钟)的稳定度(大约 10^{-15} 量级)基本一致。

无论是利用 GPS 共视法^[24] 还是利用卫星双向时间频率传递法确定重力位和海拔高,均处于实验研究阶段;本文的计算结果与模型值之间还存在一定差异,有待进一步改善。由重力频移方程可知,时间频率比对的观测精度直接影响确定重力位差和高程差的精度。在时间频率比对的过程中,双向时频传递采用的近似对称路径已很大程度地削弱了信号时延,所以原子钟的精度是影响观测精度的关键因素。目前,科学家已研制出稳定度为 10^{-18} 量级的光钟^[29],若将这一稳定度水平的光钟应用于两地之间的时频比对,有希望突破高精度高程系统传递,特别是大陆与大陆或岛屿之间的高程连接,实现全球高程基准统一。

参 考 文 献

[1] Hofmann-Wellenhof B, Moritz H. Physical Geodesy[M]. Austria: Springer-Verlag Wien, 2006

[2] Shen Wenbin, Ning Jinsheng, Liu J, et al. Determination of the Geopotential and Orthometric Height based on Frequency Shift Equation [J]. *Natural Science*, 2011, 3(5):388-396

[3] Bjerhammar A. On a Relativistic Geodesy [J]. *Bulletin Géodésique*, 1985, 59(3):207-220

[4] Bjerhammar A. Relativistic Geodesy [J]. *NOAA Technical Report*, 1986, 118(36):1-45

[5] Shen W B, Chao D, Jin B. On relativistic geoid [J]. *Bulletin Géodésique*, 1993, 52(3): 207-216

[6] Shen W B, Ning J, Chao D, et al. A Proposal on the Test of General Relativity by Clock Transportation Experiments [J]. *Advances in Space Research*, 2009, 43(1): 164-166

[7] Shen Wenbin, Ning Jinsheng, Li Jiancheng, et al. On the Relativistic Geopotential and Relativistic Geoid[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2004, 29(10): 897-900(申文斌,宁

津生,李建成,等. 论相对论重力位及相对论大地水准面 [J]. *武汉大学学报·信息科学版*, 2004, 29(10): 897-900)

[8] Shen Wenbin, Ning Jinsheng, Chao Dingbo. Relativity and Relativistic Gravity Measurements [M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2008(申文斌,宁津生,晁定波. 相对论与相对论重力测量 [M]. 武汉:武汉大学出版社, 2008)

[9] Shen Wenbin, Chao Dingbo, Jin Biaoren. The Concept and Application of the Equi-frequency Geoid [J]. *Journal of Wuhan Technical University of Surveying and Mapping*, 1994, 19(4): 232-238(申文斌,晁定波,金标仁. 等频大地水准面的概念及应用 [J]. *武汉测绘科技大学学报*, 1994, 19(4): 232-238)

[10] Hafele J C, Keating R E. Around-the-World Atomic Clocks: Predicted Relativistic Time Gains [J]. *Science, New Series*, 1972, 177(4 044):166-167

[11] Hafele J C, Keating R E. Around-the-World Atomic Clocks: Observed Relativistic Time Gains [J]. *Science*, 1972, 177(4 044): 168-170

[12] Pound R V, Snider J L. Effect of Gravity on Gamma Radiation [J]. *Physical Review*, 1965, 140(3B): 788-803

[13] Snider J L. New Measurement of the Solar Gravitational Red Shift [J]. *Physical Review Letters*, 1972, 28(13): 853-856

[14] Clifford M W. Gravitational Red-Shift Measurements as Tests of Nonmetric Theories of Gravity [J]. *Physical Review D*, 1974, 10(8): 2 330-2 337

[15] Nikolaos K P, Marc A W. The Relativistic Redshift with 3×10^{-17} Uncertainty at NIST, Boulder, Colorado, USA [J]. *Metrologia*, 2003, 40(2): 66-73

[16] Michael A H, Steven C, Achim P, et al. Equivalence Principle and Gravitational Redshift [J]. *Physical Review Letters*, 2011, 106(15): 1-4

[17] Vessot R F C, Levine M W, Mattison E M, et al. Test of Relativistic Gravitation with a Space-borne Hydrogen Maser [J]. *Physical Review Letters*,

- 1980, 45(26): 2 081-2 084
- [18] Opat G I, Unruh W G. Theory of an Earth-Bound-Clock Comparison Experiment as Test of the Principle of Equivalence [J]. *Physical Review D*, 1991, 44(10): 3 342-3 344
- [19] Heavner T P, Jefferts S R, Donley A, et al. Recent Improvements in NIST-F1 and a Resulting Accuracy of $\delta f/f = 0.61 \times 10^{-15}$ [J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2005, 54(2): 842-845
- [20] Parker T E, Jefferts S R, Heavner T P, et al. Operation of the NIST-F1 Caesium Fountain Primary Frequency Standard with a Maser Ensemble, Including the Impact of Frequency Transfer Noise [J]. *Metrologia*, 2005, 42(5): 423-430
- [21] Sullivan D B, Ashby N, Donley E A, et al. PARCS: NASA's Laser-cooled Atomic Clock in Space [J]. *Advances in Space Research*, 2005, 36(1): 107-113
- [22] Jiang Z, Lewandowski W, Konaté H. TWSTFT Data Treatment for UTC Time Transfer[C]. The 41th Annual Precise Time and Time Interval (PT-TI) Meeting, France, 2009
- [23] Wan Junkun, Shen Wenbin, Yang Xi, et al. Experimental Investigations of the Geopotential Difference Between Two Stations Based on the GPS Signals [J]. *Science of Surveying and Mapping*, 2009, 34(1): 22-26 (万俊堃, 申文斌, 杨茜, 等. 利用 GPS 信号测定两地重力位差的实验研究 [J]. *测绘科学*, 2009, 34(1): 22-26)
- [24] Liu Yang, Shen Wenbin, Xia Min, et al. Determination of Geopotential Difference and Orthometric Height Difference Using GPS Common View [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2011, 36(6): 640-643 (刘洋, 申文斌, 夏敏, 等. 利用 GPS 共视法确定重力位差及海拔高的实验研究 [J]. *武汉大学学报·信息科学版*, 2011, 36(6): 640-643)
- [25] Wu Wenjun. Research on Two-way Satellite Time and Frequency Transfer Errors [D]. Xi'an: National Time Service Center, 2012 (武文俊. 卫星双向时间频率传递的误差研究 [D]. 西安: 中国科学院国家授时中心, 2012)
- [26] Gao Xiaoxun, Gao Yuan, Zhang Yue, et al. GPS Common View Method for Remote Time and Frequency Transfer [J]. *Acta Metrologica Sinica*, 2008, 29(1): 80-83 (高小珣, 高源, 张越, 等. GPS 共视法远距离时间频率传递技术研究 [J]. *计量学报*, 2008, 29(1): 80-83)
- [27] Nikolaos K P, Simon A H, Steve C K. The Development and Evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008) [J]. *J Geophys Res*, 2012, 117(B4): 1-38
- [28] Hinkley N, Sherman J A, Phillips N B, et al. An Atomic Clock with 10^{-18} Instability [J]. *Science*, 2013, 341(6 151): 1 215-1 218

Determination of the Geopotential and Orthometric Height Difference Based on the Two Way Satellite Time and Frequency Transfer Observations

KONG Xiangxue¹ SHEN Wenbin² ZHANG Shengjun²

¹ Liaoning Earthquake Administration, Shenyang 110034, China

² School of Geodesy and Geomatics, Wuhan University, Wuhan 430079, China

Abstract: According to general relativity theory, the geopotential difference between two positions gives rise to a clock's running rate difference (time difference) or oscillation frequency difference. Inversely, the geopotential difference and height difference between these two positions can be determined by measuring the frequency or time difference between two clocks located at these two positions. Using the TWSTFT, two way satellite time and frequency transfer data sets at five timing-keeping stations released by the BIPM (Bureau International des Poids et Mesures), we determined the geopotential difference and height difference between any two of the five stations based upon the gravity frequency shift method and TWSTFT technique. Compared with EGM2008 model results, the standard deviations of the geopotential and height differences are $129.2 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$ and 13.2m, respectively. Our experimental results are consistent with the current stability level $10\text{E-}15$ of the atomic

Improving Real-Time Ionospheric Delay Extraction in Precise Point Positioning with Sidereal Filtering

ZHENG Bin^{1,2} WANG Yu² OUGang¹

1 College of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China

2 Jiangnan Institute of Computing Technology, Wuxi 214083, China

Abstract: Uncombined precise point positioning (PPP) could be used to extract ionospheric delay with high accuracy. However, parameters estimation in PPP requires long converge time due to the high correlation between ionosphere and ambiguity parameters. Further more, the multipath effects at tracking station degrade the precision of code and phase measurements, thus impact the performance of PPP ionospheric delay estimation. For static observation stations, sidereal filtering could be used to eliminate multipath errors by taking advantage of the ground track repeat period of GPS satellites. After extracting the code and carrier phase residuals of the past few days in post-processing, multipath error correction model could be established with historical residual series by sidereal filtering, so as to improve the performance of real-time ionospheric delay estimation. Experiments with IGS observation data showed that with the application of sidereal filtering, real-time ionospheric delay extraction error decreased from 0.185 m to 0.028 m and convergence time of ionospheric parameters for newly rising satellites reduced from 80 minutes to 35 minutes. Improvements in single station ionosphere delay estimation could refine ionosphere model of local network. On the other hand, precise satellite slant ionosphere delay can be obtained at a lower elevation, which can reduce the layout density need of reference station network.

Key words: precise point positioning; ionospheric delay; multipath mitigation; sidereal filtering

First author: ZHENG Bin, PhD candidate, specializes in precise point positioning. E-mail: bingo.zheng@gmail.com

Foundation support: The Program for New Century Excellent Talents in University, No. NCET-04-0995.

+++++
(上接第 973 页)

clocks installed at the time-keeping stations. The quick development of time-frequency science, including highly precise atomic clocks or optical clocks, creates the potential for using the TWSTFT technique to determine geopotential and height difference, as well as enable its extensive application in various fields.

Key words: two way satellite time and frequency transfer; gravity frequency shift; geopotential difference; orthometric height difference

First author: KONG Xiangxue, postgraduate, specializes in geophysics. E-mail: konghuahua@whu.edu.cn

Foundation support: The National Natural Science Foundation of China, Nos. 41174011, 41128003, 41210006, 41021061, 40974015; the National 973 Program of China, No. 2013CB733301.