

# 嫦娥三号着陆器精确定位与精度分析

曹建峰<sup>1,2</sup> 张 宇<sup>1,2</sup> 胡松杰<sup>1,2</sup> 黄 勇<sup>3</sup> 陈 明<sup>1,2</sup>

1 航天飞行动力学技术重点实验室,北京,100094  
2 北京航天飞行控制中心,北京,100094  
3 中国科学院上海天文台,上海,200030

**摘 要:**嫦娥三号成功实施月球软着陆,对着陆器实施精确定位是开展科学数据分析的基本要求。本文首先描述了月球着陆器定位的精确观测建模与统计定位方法,然后使用嫦娥三号着陆器现有测量数据进行了定位计算,利用月球高程模型和光学图像数据计算位置对定位结果进行了比较。结果表明,着陆器计算位置与高程模型的高程方向差异为 4.5 m,与光学图像解算的三维位置差异小于 100 m。最后,基于协方差分析理论,分析了当前测量条件下的着陆器定位能力,结果表明测距数据的系统偏差是制约定位精度的主要因素,如果能消除测距系统偏差,可以实现 10 m 定位精度。

**关键词:**嫦娥三号着陆器;统计定位;月球高程;协方差分析

**中图法分类号:**P228 **文献标志码:**A

嫦娥三号(CE-3)探测器于北京时间 2013 年 12 月 2 日凌晨 1 点 30 分发射升空,历经近 5 天的地月转移轨道、4 天 100 km 高度环月近圆轨道、4 天 100 km×15 km 椭圆轨道后,在 12 月 14 日晚降落于月球虹湾区域。在软着陆后,着陆器放置巡视器,开展就位探测,而巡视器开展巡视勘察。着陆器既可通过自身携带的科学仪器开展探测,也可作为通信中继转发巡视器的探测数据。

着陆器的精确定位可以为巡视器的相对定位提供基准,也是对测控系统的基本要求。文献[1]通过惯性组合导航研究确定动力下降段的运动轨迹,文献[2]基于测控网现状对月球着陆器的定位能力进行了仿真分析,并提出了短弧条件下利用数字高程模型设置先验约束的精确定位方法。

本文使用统一 X 频段(unified X-band, UXB)与甚长基线干涉测量(very long baseline interferometry, VLBI)测量数据对着陆器进行统计定位计算,并对定位精度进行分析。

## 1 着陆器统计定位方法

### 1.1 测量模型的精确建立

由于月球处于地球的引力范围中,理论上测

量模型的时间尺度可以采用地球时或质心力学时<sup>[3,4]</sup>。但是,月球位置通常通过美国推进喷气实验室提供的行星历表(development ephemeris, DE)获取,因此月球探测器观测模型的建立更适宜在质心参考系中完成,相应的时间系统采用质心力学时。

本节以三程距离测量为例描述观测模型的建立。不同于双程测量,三程测量模式中上行站与下行站不相同,在形式上三程测距的计算可以表示为式(1)<sup>[5]</sup>,双程测量建模只需设置相同的上、下行测站即可。

$$\begin{aligned} \rho = & \left| r_{\text{STA1}}(t_1) - r_{\text{SAT}}(t_2) \right| \\ & + \left| r_{\text{STA2}}(t_3) - r_{\text{SAT}}(t_2) \right| \\ & + D_{\text{RLT12}} + D_{\text{RLT23}} \\ & - c \cdot [(\text{TDB}_3 - \text{TT}_3) - (\text{TDB}_1 - \text{TT}_1)] \end{aligned} \quad (1)$$

式中,下标 1、2、3 分别对应信号上行、转发与下行时刻;TT 表示地球时; $c$  表示光速;下标 STA1、STA2 分别表示上行与下行站;SAT 表示卫星; $r$  表示相应的质心天球参考系位置矢量; $D_{\text{RLT}}$  表示引力延迟。式(1)中右端第 1、2 项表示直线距离,第 3、4 项表示相对论效应引力延迟,对于月球探测该影响可达数米,第 5 项表示时间系统的差异,

与测站位置相关,时间差异引起的三程测距变化可达数十米,但双程测量该项影响则可以忽略。此外,精确的观测建模中还必须考虑潮汐对站址的影响(10 cm 量级),广义相对论框架下地球参考系与质心参考系的差异(10 cm 量级),地球与太阳作用于月球的潮汐影响(10 cm 量级)。

### 1.2 统计定位原理

着陆器的定位计算采用统计定位方法实现。由于着陆器附着于月面,如果不考虑潮汐影响,其在月球固联坐标系下的坐标是固定值,运动方程的建立只涉及到月球固联坐标系与质心天球参考系的转换关系。

月球固联坐标系包括主轴坐标系与平地球平自转轴坐标系(简称为平轴坐标系)。平轴坐标系基于国际天文联合会(IAU)提供的定向参数模型,该坐标系只考虑了月球平极的运动而未考虑章动。主轴坐标系通过 3 个欧拉角与天球参考系建立联系,DE 历表提供了用于转换计算的欧拉角<sup>[6]</sup>。由于平轴坐标系忽略了月球的章动,其误差可达 150 m<sup>[7]</sup>。因此,定位计算中采用了主轴坐标系描述着陆器的位置。

着陆器跟踪数据的测量方程可以描述为,

$$\mathbf{Y}_i = G(\mathbf{X}, t_i) + \mathbf{V}_i \tag{2}$$

式中, $\mathbf{Y}_i$  表示第  $i$  组测量数据; $G(\mathbf{X}, t_i)$  为非线性函数; $\mathbf{V}_i$  表示测量噪声。对其在参考状态  $\mathbf{X}^*$  处进行线性化展开得:

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{H}_i \mathbf{x} + \boldsymbol{\varepsilon}_i \tag{3}$$

式中,  $\mathbf{x} = \mathbf{X} - \mathbf{X}^*$ ,  $\mathbf{y}_i = \mathbf{Y}_i - G(\mathbf{X}^*, t_i)$ ,  $\mathbf{H}_i = \left. \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\mathbf{X}=\mathbf{X}^*} \boldsymbol{\Phi}(t_i, t_0)$ 。

$\boldsymbol{\Phi}(t_i, t_0)$ 即为统计定轨中的状态转移矩阵,由行星历表中的欧拉角直接计算。总的观测方程可以表示为:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H} \mathbf{x} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{4}$$

其线性无偏最小方差估计为式(5),式中  $\mathbf{R}^{-1}$  表示观测数据的权重设置。

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H})^{-1} (\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{y}) \tag{5}$$

对应的协方差阵为,

$$\mathbf{P} = (\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H})^{-1} \tag{6}$$

利用式(5)可以对参考状态进行改进,实现统计定位。

## 2 着陆器定位计算

### 2.1 测量数据

实施软着陆后的近一个月,着陆器独立跟踪

时间有限,仅在 14 日与 17 日进行了 2 次跟踪。第一次紧随软着陆,UXB 与 VLBI 设备均参与了跟踪,跟踪弧长约 1 小时,UXB 测量类型包括双程/三程测距与测速,VLBI 测量类型包括时延与时延率;而第二次仅 UXB 设备参与跟踪,跟踪弧长 2 小时,测量类型为双程测距与测速。

得益于深空站大口径天线的建成与投入使用,以及测量频段的提升,嫦娥三号测量数据的精度较探月一期有了大幅提升。在嫦娥一号任务中,USB 测量数据的统计噪声约为 1.5 m<sup>[8]</sup>,而深空站 UXB 双程/三程测距数据的统计噪声优于 1 m<sup>[9]</sup>。VLBI 测量数据在嫦娥一号任务中就已经得到了使用,相对于一号任务,VLBI 系统在设备上的重大变化是采用数字基带转换器技术取代模拟基带转换器,显著改善了带通非线性效应。同时,VLBI 相关后处理部分也进行了一些改进,利用 GPS 数据对 VLBI 测站钟速进行校正,改善了 CE-1 任务中实时模式下时延数据系统差随时间变化的问题,测量精度得到很大改善,其噪声水平至少降低了 1~2 倍,在嫦娥一号中时延噪声约为 1 m(1 $\sigma$ ),嫦娥三号中其噪声为 0.15~0.45 m(1 $\sigma$ )。由于采用射电源进行标校,VLBI 测量数据系统偏差得到了很好的抑制<sup>[10,11]</sup>。嫦娥三号任务中还采用了三程测量,该模式下站间时间同步误差可直接引入测距数据的几十至数百米的系统性偏差,该偏差可在定轨/定位计算中进行解算。

### 2.2 定位计算

着陆器的定位计算使用了全部可用的 UXB 及 VLBI 数据。定位计算中基本参数设置见表 1。JPL 发布的 DE 421 历表中月球轨道与月球光学天平动的构建完全依赖于激光测月数据,使用了包括 Apollo 11、14、15 与 Lunokhod 2 激光反射阵的激光测距,共计 16 601 组数据。通过对近 30 年测量数据的分析,历表月球轨道精度处于

表 1 定位计算基本参数设置	
Tab.1 Data Setting in Positioning Process	
项目	模型与设置
行星历表	JPL DE421
坐标系	月球主轴坐标系
数据使用设置	双程测距:1 m
	双程测速:0.3 mm/s
	三程测距:1 m
	三程测速:0.5 mm/s
	时延:0.2 m
解算参数	时延率:0.2 mm/s
	着陆器月固系位置
	佳木斯双程测距系统差
	三程测距系统差

亚米级,其中在地球视向方向误差仅为几个厘米<sup>[6]</sup>,因而定位计算中不考虑历表误差。

表 2 为着陆器定位残差统计信息,时延与测距单位为 m,时延率与测速单位为 m/s。其中与昆明站相关的时延率误差稍大,较其余基线相差 2~3 倍,可能与昆明测站设备相关。UXB 测量数据中,由于佳木斯测站天线口径较大,其测速精度较喀什精度提升 1 倍,与环月阶段的精度情况相一致。

表 2 定位残差统计  
Tab. 2 Statistics of Post-fit Residuals

数据类型	测站	数据个数	RMS
VLBI	北京-昆明	576	0.248
	北京-乌鲁木齐	595	0.311
	北京-上海	669	0.387
	昆明-乌鲁木齐	660	0.189
	昆明-上海	2 680	0.243
	乌鲁木齐-上海	669	0.102
	佳木斯-喀什	600	0.158
	北京-昆明	414	0.465
	北京-乌鲁木齐	653	0.065
	北京-上海	665	0.084
时延率	昆明-乌鲁木齐	1 636	0.469
	昆明-上海	415	0.465
	乌鲁木齐-上海	666	0.148
	佳木斯-喀什	598	0.112
	三亚-喀什	2 236	0.789
UXB	喀什-喀什	3 311	0.796
	佳木斯-喀什	3 262	0.574
	佳木斯-佳木斯	6 171	0.684
	喀什-喀什	3 368	0.331
	佳木斯-佳木斯	5 967	0.150

表 3 给出了着陆器定位计算结果,分别给出了主轴与平轴坐标系下的位置分量及经纬度。着陆器在主轴坐标系与平轴坐标系下的位置分量相差约 840 m。

表 3 着陆器定位结果  
Tab. 3 Positioning Result of CE-3 Lander

	主轴系	平轴系
X/m	1 173 283.1	1 173 880.1
Y/m	-416 292.2	-415 907.6
Z/m	1 208 101.1	1 207 653.5
高度/m	-2 637.6	-2 637.6
经度/(°)	340.464 8	340.490 7
纬度/(°)	44.139 4	44.118 9

由于测量数据弧段少,测距系统偏差的解算及定位结果对数据权重的设置非常敏感。为了避免该问题,实际定位计算中固定了喀什站的双程测距的系统偏差,使用了环月阶段对喀什站测距系统差解算结果。

3 定位精度分析

由于对着陆器的跟踪弧段较短,且数据类型有限,在定位计算中使用了全部的测量数据,这些对着陆器定位精度的评估是一个难题。通常的外部数据检验与重叠弧段比较方法均不适用于定位精度的分析。本节利用月球高程模型、图像定位结果与协方差分析理论方法对着陆器的定位精度进行分析。

3.1 高程模型比较

LRO 是美国国家航空航天局的戈达德航天中心于 2009 年发射的月球探测器。该探测器一个重要的科学目标是利用搭载的高频激光高度计进行全月表的激光测量。基于 LRO 的激光测高数据科研人员反演了 2 050 阶次谐系数高程模型与格网高程模型。在高程模型的反演中使用了高精度的轨道数据,整体精度优于 10 m,对于月球正面的月海区域精度更高<sup>[12]</sup>。LRO 高程模型使用了月球平轴坐标系,在着陆点附近 0.1°×0.1°(约 3 km×3 km)的范围内,月面地形平坦,起伏最大约 15 m,高程变化的均方根小于 3 m,计算着陆点处高程为-2 633 m。

LRO 月面高程模型为着陆器定位结果在高程方向的校验提供了基准。计算着陆点的高程与 LRO 高程模型的差异约 4.5 m。在高程模型精度范围内,计算着陆点的高程值与 LRO 高程模型比较一致。

3.2 LRO 图像定位结果的比较

2013 年 12 月 25 日,LRO 探测器飞临 CE-3 软着陆点上空,距离月表约 150 km,通过星载窄角相机成功获取了着陆器与巡视器的航拍影像,且分辨率达 1.5 m,LRO 团队事后通过地形匹配处理获取了较为精确的着陆器位置。表 4 给出了 LRO 团队基于影像数据的定位值<sup>[13]</sup>,同时给出了基于无线电定位结果与 LRO 视觉定位结果的比较。基于图像数据获取的着陆器位置受限于基准地形的精度以及地形匹配的精度。基准图在水平方向精度优于 30 m,垂直方向为 5 m<sup>[14]</sup>,而地形匹配可达亚像素级。两种方式获取的着陆器位置在高程方向的差异约为 2.4 m,在经纬度方向上,差异约 0.002°,反映至月表距离上约为 85 m(表 4)。

3.3 协方差分析

美国德克萨斯大学 Tapley 将协方差分析理

表 4 定位结果比较

Tab. 4 Comparison of Positioning Results

	经度/(°)	纬度/(°)	高程/m
图像定位	340.488 4	44.121 4	-2 640.0
无线电定位	340.490 7	44.118 9	-2 637.6
差异	-0.002 3	0.002 5	2.4

论应用于精密定轨技术研究,可分析待估参数的先验不确定性对参数解算精度的影响,进而分析动力学与测量模型中未模制参数对解算结果的影响<sup>[15]</sup>。考察协方差形式上可以表示为:

$$\boldsymbol{P}_c = \boldsymbol{P} + \boldsymbol{P}\boldsymbol{H}_x^T\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{H}_c\boldsymbol{\pi}\boldsymbol{H}_c^T\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{H}_x\boldsymbol{P} \quad (7)$$

式中, $\boldsymbol{P}$  表示计算协方差; $\boldsymbol{H}_x, \boldsymbol{H}_c$  分别表示待估参数与考察参数的偏导数; $\boldsymbol{\pi} = E[(\boldsymbol{c} - \boldsymbol{c}) (\boldsymbol{c} - \boldsymbol{c})^T]$ 。当  $\boldsymbol{\pi} = \boldsymbol{0}$  时,  $\boldsymbol{P}_c = \boldsymbol{P}$ , 即考察参数无误差时,考察协方差与计算协方差一致。

本节通过协方差分析理论分析现有测量所能达到的定位能力,使用了定位计算所用的全部数据。基于任务中数据的质量,协方差分析考虑的测量误差包括:测距随机误差为 1 m,系统误差为 10 m;测速随机误差 0.2 mm/s;时延随机误差 0.1 m,系统误差 0.1 m;时延率随机误差为 0.1 mm/s;站址误差各方向考虑 10 cm。考察参数的设置共分为 4 种情况:① 只考虑测量数据的随机误差,② 考虑测量数据随机误差与站址误差,③ 考虑测量数据随机误差、站址误差与 USB 测距系统偏差,④ 考虑测量数据随机误差、站址误差以及测距与时延的系统误差。

表 5 给出了基于协方差分析给出的不同条件下的定位误差(1 $\sigma$ )。比较①与②,站址误差对定位结果的影响较为显著,在当前测量条件下,各方向 10 cm 的误差将使得定位精度降低近 2 倍。如果能完全标校测距与时延数据的系统误差(条件①与②),基于现有数据可以实现 10 m 量级的定位精度;站址误差与测量误差对定位精度的影响相当。测距数据的系统误差引入,则会显著降低定位精度,而时延数据由于系统误差较小,对定位结果的影响不是很显著。

表 5 基于协方差的定位误差

Tab. 5 Positioning Errors Based upon the Covariance Analysis

参数设置	经度方向/m	纬度方向/m	高程/m
①	3.6	2.8	0.9
②	9.8	6.8	1.9
③	11.3	9.0	7.3
④	11.4	9.1	7.3

4 结 语

本文基于统计定位方法,对 CE-3 月球着陆器使用 UXB 与 VLBI 测量数据进行定位计算。基于最新 LRO 月球数字高程模型,对计算着陆点的高程值进行了验证,两者之间的差异约 4.5 m;与 LRO 光学图像数据的定位结果进行比较,其高程方向差异约 2.5 m,三维位置差异约 85 m。针对现有的测量数据,基于协方差分析理论分析了可能的定位精度,UXB 测距数据的系统偏差是制约定位精度的主要误差源,10 m 的系统误差可能会导致定位误差近百米。如果较好的消除系统性偏差,则基于目前的数据可以实现 10 m 左右的定位精度。

参 考 文 献

[1] Song Min, Yuan Yunbin. Autonomous Integrated Navigation for Lunar Soft Landing [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2010, 35(9): 1 013-1 016(宋敏, 袁运斌. 月球软着陆自主组合导航研究[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2010, 35(9): 1 013-1 016)

[2] Huang Y, Hu X, Li P, et al. Precise Positioning of the Chang’ E-3 Lunar Lander Using a Kinematic Statistical Method [J]. *Chinese Science Bulletin*, 2012, 57(35): 4 545-5 484

[3] Tang Geshi. Science and Technology Problems in Tracking and Orbit Determination for Chang’ E Probes [J]. *Journal of Spacecraft TT&C Technology*, 2013, 32(3): 189-195(唐歌实. 嫦娥探测器轨道测定中的科学与技术问题[J]. 飞行器测控学报, 2013, 32(3): 189-195)

[4] Liu Lin, Wang Xin. An Orbital Dynamics of Lunar Probe [M]. Beijing: National Detence Industry Press 2006: 23-26(刘林, 王歆. 月球探测器轨道力学[M]. 北京: 国防工业出版社, 2006: 23-26)

[5] Moyer T D. Formulation for Observed and Computed Values of Deep Space Network Data Types for Navigation [M]. California: Jet Propulsion Laboratory, 2000

[6] Folkner W M, Williams J G, Boggs D H. The Planetary and Lunar Ephemeris DE421, IOM 343R-08-003[R]. Jet Propulsion Laboratory, California, 2008

[7] Archinal B A, A’hearn M F, Bowell E, et al. Report of the IAU Working Group on Cartographic Coordinates and Rotational Report of the IAU Working Group on Cartographic Coordinates and

Rotational Elements;2009[J]. *Celestial Mechanics Dynamical Astronomy*, 2011,109: 101-135

[8] Li P J, Hu X G, Huang Y, et al. Orbit Determination for Chang'E-2 Lunar Probe and Evaluation of Lunar Gravity Models [J]. *Science China Physics, Mechanics & Astronomy*, 2012, 55(3): 514-522

[9] Cao Jianfeng, Hu Songjie, Huang Yong, et al. Orbit Determination and Analysis for Chang'E-2 Extended mission [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2013, 38(9): 1 029-1 033(曹建峰,胡松杰,黄勇,等.嫦娥二号卫星日地拉格朗日 L2 点探测轨道定轨分析[J]. 武汉大学学报·信息科学版,2013, 38(9):1 029-1 033)

[10] Li Jinling, Liu Li, Qiao Shubo. Positioning Analysis of Observations from X-Band Monitoring and Control System Experiments in the Chang'E-2 Project [J]. *Journal of Geomatics Science and Technology*, 2011, 28(2): 84-87(李金岭,刘 鹏,乔书波.嫦娥二号卫星 X 波段测控体制时延定位分析[J]. 测绘科学技术学报,2011, 28(2):84-87)

[11] Li P J, Hu X G, Huang Y, et al. Orbit Determination for Chang'E-2 Lunar Probe and Evaluation of Lunar Gravity Models [J]. *Science China Physics, Mechanics & Astronomy*, 2012, 55(3): 514-522

[12] Kreslavsky M A, Head J W, Neumann G A, et al. Lunar Topographic Roughness Maps from Lunar Orbiter Laser Altimeter (LOLA) Data: Scale Dependence and Correlation with Geologic Features and Units[J]. *Icarus*, 2013, 226: 52-66

[13] NASA Images of Chang'E-3 Landing Site[EB/OL]. NASA/GSFC/Arizona State University. 2013 [2014-01-23]. <http://www.nasa.gov/content/nasa-images-of-change-3-landing-site/>

[14] Cook A C, Watters T R, Robinson M S, et al. Lunar Polar Topography Derived from Clementine Stereoimages[J]. *Journal of Geophysical Research*, 2000,105:12 023-12 033

[15] Tapley B D, Schutz B E, George H B. Statistical Orbit Determination[M]. California: Elsevier Academic Press, 2004

## An Analysis of Precise Positioning and Accuracy of the CE-3 Lunarlander Soft Landing

CAO Jianfeng<sup>1,2</sup> ZHANG Yu<sup>1,2</sup> HU Songjie<sup>1,2</sup> HUANG Yong<sup>3</sup> CHEN Ming<sup>1,2</sup>

1 Science and Technology on Aerospace Flight Dynamics Laboratory, Beijing 100094, China

2 Beijing Aerospace Control Center, Beijing 100094, China

3 Shanghai Astronomical Observatory, Shanghai 200030, China

**Abstract:** In December, 2013, the Chinese lunar lander Chang'E-3 made a soft landing on the Moon successfully. Its precision positioning is a basic requirement in the analysis of scientific data. In this paper, the modeling of the precise observation equation and the statistical positioning method are first described briefly. Second, using the limited tracking data of the lander, the statistical positioning of the lander was performed and the positioning accuracy analyzed by three different methods. The results indicate that the determined altitude of the lander was approximately 4.5 m different from the latest lunar topographical model. Compared with the lander location observed from the lunar reconnaissance orbiter camera, there is a deviation less than 100 m in the three dimensions. We subsequently analyze the positioning ability under current tracking conditions using the covariance analysis theory. These results show that the systematic error in the ranging data was the main limiting factor that restricts lander positioning accuracy, and an accuracy of 10 m positioning solution may be obtained if this bias is removed.

**Key words:** Chang'E-3 lander; statistical positioning; lunar elevation model; covariance analysis

**First author:** CAO Jianfeng, PhD, engineer, specializes in the flight dynamics. E-mail: jfcdo@foxmail.com

**Foundation support:** The National Natural Science Foundation of China, Nos. 11173005, 11373013, 11203003, 11303001, 61304233.