

基于等距圆的极球面投影距离量测方法

温朝江¹ 卞鸿巍² 边少锋² 魏学通¹

¹ 92941 部队, 辽宁 葫芦岛, 125001

² 海军工程大学导航工程系, 湖北 武汉, 430033

摘要:研究了极球面投影海图上准确便捷地量测距离的方法。推导了极球面投影下大圆航线和等角航线的方程, 形状分析表明极区宜采用大圆航线量测距离; 根据极球面投影下直线的几何意义推导了其距离计算公式, 距离差值分析表明可用直线代替大圆航线准确量测距离; 根据极球面投影上小圆线投影为圆的性质, 提出了一种基于等距圆的准确便捷的量测方法, 以满足极球面投影海图的极区导航应用需要。

关键词:极球面投影; 距离量测; 等距圆; 地图投影; 极区导航

中图法分类号: P282

文献标志码: A

随着北冰洋冰盖消融, 北极航运的战略价值凸显^[1], 海图是安全利用北极航线的基础, 墨卡托投影海图由于长度变形过大而不宜使用^[2]。极球面投影(等角方位投影)在极区具有等角、变形小、大圆航线接近直线等优点, 极有可能作为极区海图首选投影方式^[3-9]。距离量测是基本的图上作业样式, 主要基于直线实施, 海图上通常量测的是等角航线距离(墨卡托海图)或大圆航线距离(日晷海图)^[10-12]。极球面投影海图上除经线外的其他直线既非等角航线又非大圆航线, 因此, 需要探讨基于直线量测等角航距或大圆航距的可行性; 同时, 极球面投影图上, 经线呈放射状分布导致沿经线分布的海里尺并不与矩形图框契合, 因此, 不能直接套用墨卡托海图或日晷海图上的量测方法^[11]。

复杂恶劣的航行环境长期严重限制了极区通航需求, 导致人们对极区航海图不够关注, 极球面投影的极区应用研究并不系统和充分, 现有经典地图投影教材的相关章节停留在对投影坐标及变形特点的简略陈述, 其他文献集中在其极区可用性分析及格网导航应用方法等方面^[5-8, 12-13], 缺乏对该投影下精确量测方法的研究, 这已成为该投影应用亟待解决的重要问题。本文推导了极球面投影上大圆航线与等角航线方程, 分析了直线代替大圆航线量测的可行性; 然后根据小圆线投影性质, 提出了一种基于等距圆的极球面投影精确

量测方法, 以满足极球面投影海图上准确快速地量测距离的需要。

1 极球面投影上大圆航线的形状

1.1 极球面投影上大圆航线的方程与形状

为便于推算, 本文采用球面坐标 (Z, α) , 其与地理坐标系 (φ, λ) 的关系为^[10]:

$$Z = \frac{\pi}{2} - \varphi, \alpha = \lambda_0 - \lambda \quad (1)$$

切于极点的正轴极球面投影坐标公式为^[10]:

$$x = 2R \tan \frac{Z}{2} \cos \alpha; y = 2R \tan \frac{Z}{2} \sin \alpha \quad (2)$$

如图1, 球面上过 $A(Z, \alpha_1)$ 、 $B(Z - \Delta Z, \alpha_1 + \Delta \alpha)$, 方向角为 α'_0 的大圆航线方程^[10]为:

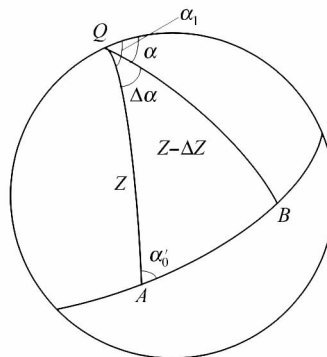


图1 球面上大圆航线示意图

Fig. 1 Sketch of Great-circle Line on Earth

收稿日期: 2013-12-09

项目来源: 国家自然科学基金资助项目(41406212, 41506220)。

第一作者: 温朝江, 工程师, 博士, 主要从事极区导航技术研究。E-mail: tianjiguizhou@163.com

$$\cot \alpha'_0 \sin \Delta \alpha + \cos Z \cos \Delta \alpha = \cot(Z - \Delta Z) \sin Z \quad (3)$$

当 A, B 两点同处于一经线圈时, 大圆航线即为经线, 形状为直线, 其方程为:

$$y = \tan \alpha'_0 x \quad (4)$$

当 A, B 两点不处于同一经线圈时, 大圆航线方程为:

$$(x + 2Rp)^2 + (y + 2Rq)^2 = 4R^2 r^2 \quad (5)$$

其中,

$$\begin{cases} p = \frac{\cos Z \sin \alpha + \sin Z \sin \alpha_1 \cot(Z - \Delta Z)}{\sin \Delta \alpha \sin Z} \\ q = \frac{\cos Z \cos \alpha - \sin Z \cos \alpha_1 \cot(Z - \Delta Z)}{\sin \Delta \alpha \sin Z} \\ r = \sqrt{[\cot(Z - \Delta Z) \csc \Delta \alpha - \cot Z \cot \Delta \alpha]^2 + \csc^2 Z} \end{cases} \quad (6)$$

如图2所示, A, B 两点不处同一经线圈时, 极球面投影上大圆航线是很接近直线的圆弧。

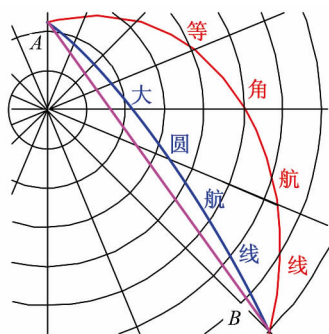


图2 极球面投影上大圆航线与等角航线的形状

Fig. 2 Thumb Line and Great-circle Arc on Polar Stereographic Charts

1.2 极球面投影上等角航线的方程与形状

由文献[10]可知, (φ, λ) 为航线上的动点, 通过 (φ_1, λ_1) 、方位角为 α 的等角航线方程为:

$$\lambda - \lambda_1 = \tan \alpha (\ln U - \ln U_1) \quad (7)$$

其中, $U = \tan(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2})$, 由式(2)、式(7)可得极球面投影上的等角航线方程:

$$\arctan \frac{y}{x} - \arctan \frac{y_1}{x_1} = \tan \alpha (\ln \sqrt{x_1^2 + y_1^2} - \ln \sqrt{x^2 + y^2}) \quad (8)$$

图2中有一段航向为 60° 的等角航线, 可见极球面投影上不沿经纬线的等角航线为螺旋形曲线。极区等角航程远大于大圆航程, 大圆航线更接近直线, 距离量测宜采用大圆距离。

2 直线与大圆航线的距离差值

极球面投影上大圆航线是圆弧而非直线, 因

此, 需要探讨极球面投影上直线的几何意义, 以明确直线与大圆航线的关系并分析用直线近似量算大圆距离的可行性。

2.1 极球面投影上直线段的几何意义

如图3、图4及图5所示, 投影平面为 P , 地球面 E 的球心为 O 、半径为 R 、南北极点分别为 S 和 N , E 上任意两点 $A(Z, \alpha)$ 和 $B(Z - \Delta Z, \alpha + \Delta \alpha)$ 投影成 $A_1(Z'_1, \alpha)$ 、 $B_1(Z'_2, \alpha + \Delta \alpha')$ 。 A, B 间大圆线为 $\widehat{AS_2B}$, 在平面 P 上投影成圆心 Q 、半径 r 的圆弧 $\widehat{A_1S_2B_1}$ 。

在图3中引入以 S 为球心、 $2R$ 为半径的辅助球面 E' , SA, SB 与球面 E' 分别交于 A', B' 两点。可见直线 $\widehat{A_1B_1}$ 不由等角航线和大圆航线投影而成, 可看做 S, A, B 三点构成的平面与球面 E 的相交线 $\widehat{AS_1B}$ 投影而来, 由于平面截球体的轮廓是圆, 其半径为 r_0 , 故 $\widehat{AS_1B}$ 是 $\triangle ASB$ 的 AB 边所对的外接圆弧。

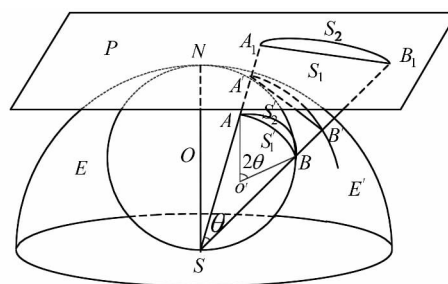


图3 极球面投影透视图

Fig. 3 Perspective Drawing of Polar Stereographic Projection

2.2 极球面投影上直线段的距离计算公式

E 上小圆线 $\widehat{AS_1B}$ 与 E' 上大圆线 $\widehat{A'B'}$ 共面, 对角同为 $\angle ASB = \theta$, 则 $\widehat{AS_1B}$ 长度 S_1 为:

$$S_1 = r_0 \angle AO'B = 2\theta r_0 \quad (9)$$

在球面 E' 上利用球面余弦定理^[10-11]得:

$$\cos \theta = \cos Z'_1 \cos Z'_2 + \sin Z'_1 \sin Z'_2 \cos \Delta \alpha \quad (10)$$

由图4, E' 上球面坐标 (Z', α') 满足

$$Z' = \frac{Z}{2}, \Delta \alpha' = \Delta \alpha \quad (11)$$

$\triangle ASB$ 的外接圆半径 r_0 满足:

$$r_0 = \frac{\overline{AB}}{2 \sin \theta} \quad (12)$$

由图5, $\triangle ASB$ 中 $\overline{AB}, \overline{SA}, \overline{SB}$ 关系为:

$$\overline{AB} = \sqrt{\overline{SA}^2 + \overline{SB}^2 - 2 \overline{SA} \cdot \overline{SB} \cos \theta} \quad (13)$$

$$\overline{SA} = 2R \cos \frac{Z}{2}, \overline{SB} = 2R \cos \frac{Z - \Delta Z}{2} \quad (14)$$

将式(10)~式(14)代入式(9)并整理, 可得极球面投影上线段 $\widehat{A_1B_1}$ 对应的实地距离 S_1 :

$$S_1 = \frac{\sqrt{2R\theta} \sqrt{1 - \cos\Delta Z + (1 - \cos\Delta\alpha)\sin Z \sin(Z - \Delta Z)}}{\sin\theta} \quad (15)$$

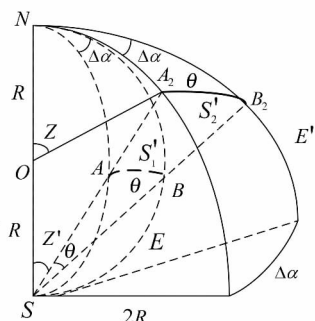


图4 球面E上小圆线与球面E'上大圆线关系

Fig. 4 Sketch of Relationship Between Small-Circle on E and Great-Circle on E'

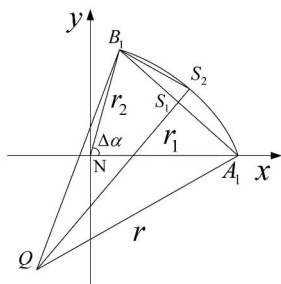


图5 极球面投影上直线与大圆航线的关系

Fig. 5 Sketch of Relationship Between Straight Line and Great-Circle Arc on Polar Stereographic Charts

2.3 直线与大圆弧线距离差值分析

A、B间大圆线 $\widehat{AS_2B}$ 的长度 S_2 为^[10]:

$$S_2 = R \cdot \arccos[\cos Z \cos(Z - \Delta Z) + \sin Z \sin(Z - \Delta Z) \cos \Delta \alpha] \quad (16)$$

设 $\widehat{AS_1B}$ 的长度 S_1 与大圆线 $\widehat{AS_2B}$ 的长度 S_2 的差值为 ΔS ,将 ΔS 用弧度(可转化为海里)表示:

$$\Delta S = \frac{S_1 - S_2}{R} \quad (17)$$

设 ΔS 与大圆航线长度 S_2 的比例 δ 为:

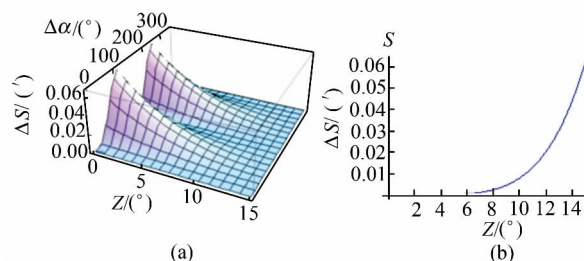
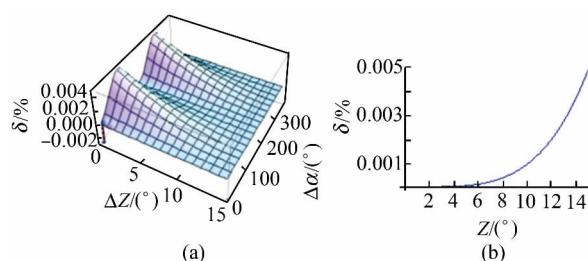
$$\delta = \frac{\Delta S}{S_2} \quad (18)$$

图6(b)和图7(b)分别是 $Z = 15^\circ$ 时 ΔS 和 δ 随 $\Delta Z, \Delta \alpha$ 的变化趋势,右图分别是当 $\Delta Z = 0^\circ, \Delta \alpha = 90^\circ$ 时 ΔS 和 δ 随 Z 的变化趋势。

1) ΔS 和 δ 均随极距 Z 增大(纬度降低)而增大;随 ΔZ (纬差)增大而减小;关于 $\Delta \alpha = 180^\circ$ 对称并呈正弦趋势变化, $\Delta \alpha = 90^\circ$ 或 270° 时最大。

2) 在 $Z = 0^\circ \sim 15^\circ$ 的高纬极区, $Z = 15^\circ, \Delta Z = 0^\circ, \Delta \alpha = 90^\circ$ 或 270° 时,航程误差 ΔS 最大达到

0.062 8海里,误差比例 δ 最大达到0.005%,均相当微小而可忽略。这是整个极区内的最大水平,而单幅大中比例尺海图覆盖的地理范围很有限,图上的量距误差会更加微小,这表明极区极球面投影上直线与大圆线航程非常接近,用直线代替大圆航线精确量距完全可行。

图6 ΔS 随 $\Delta Z, \Delta \alpha$ 和 Z 的变化趋势图Fig. 6 Trends of ΔS Varying with $\Delta Z, \Delta \alpha$ and Z 图7 随 $\Delta Z, \Delta \alpha$ 和 Z 的变化趋势Fig. 7 Trends of δ Varying with $\Delta Z, \Delta \alpha$ and Z

3 基于等距圆的精确量距方法

3.1 距离量测依据与作图方法

如图7所示,为便于计算不妨设图上线段 \overline{OP} 一端在 $\alpha = 270^\circ$ 的经线上。根据文献^[10],与球面上某点 $O(Z, 3\pi/2)$ 距离为 ΔZ 的点 $P(Z', 3\pi/2 + \Delta \alpha)$ 所构成的小圆,经过极球面投影后仍然为圆,设该圆 M 与过线段一端的经线交于 $A(Z - \Delta Z, 3\pi/2), B(Z + \Delta Z, 3\pi/2)$ 两点,则其圆心 O' 为线段 \overline{AB} 的中点。由于投影变形是极距 Z 的函数,圆心 O' 与 O 并不重合,而在 O 点更大极距一侧。根据该性质,通过绘制过线段任一端的等距圆,将图上任意直线段转化到过其一端,有精确纬度标记的经线上准确便捷地量距。

等距圆的尺规作图方法为:以经线为海里尺,在经线上选择 O 两侧纬差相等的两点 A, B ,以线段 \overline{AB} 为直径作圆直至过点 P ,即做出线段 \overline{OP} 的等距圆。通过读取 \overline{OA} 或 \overline{OB} 对应的纬度读数的差值便可准确量出 \overline{OP} 距离。如图9所示,当线段过长而不便于作图时可适当分段作等距圆,然后将

距离相加即可。

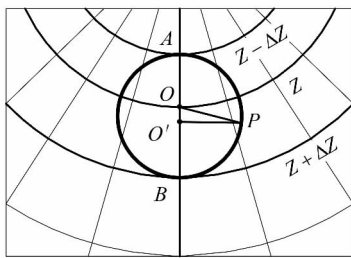


图 8 等距圆示意图

Fig. 8 Sketch of Equidistant Circle

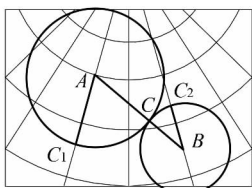


图 9 线段分段量测示意图

Fig. 9 Sketch of Distance Measuring by Segments

等距圆可能需多次试作,长线段需做多个等距圆,操作仍有不便。因此考虑可否在合理误差范围内,在过线段 \overline{OP} 一端的经线上直接量取与 \overline{OP} 等长的线段 \overline{OA} 或 \overline{OB} ,更简便地量测距离。

3.2 可直接量测距离的线段长度计算公式

如图 10 所示,极球面投影图上,以 O 点为圆心、 \overline{OP} 为半径的圆与过 O 点的经线交于 A 、 B 两点。 $\overline{OP}=l$,各点坐标 $O(Z, 3\pi/2)$, $A(Z-\Delta Z_1, 3\pi/2)$, $B(Z+\Delta Z_2, 3\pi/2)$, $P(Z', 3\pi/2+\Delta\alpha)$ 。

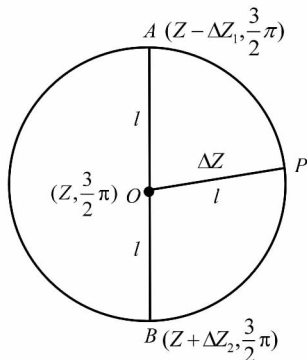


图 10 直接距离量测示意图

Fig. 10 Sketch of Direct Distance Measuring

受长度变形影响, \overline{OA} 、 \overline{OB} 分别对应该圆上最大距离 ΔZ_1 、最小距离 ΔZ_2 , \overline{OP} 的实地距离 ΔZ 介于 ΔZ_1 、 ΔZ_2 间。其中:

$$\begin{cases} \overline{OA} = 2R(\tan \frac{Z}{2} - \tan \frac{Z_1}{2}) \\ \overline{OB} = 2R(\tan \frac{Z_2}{2} - \tan \frac{Z}{2}) \end{cases} \quad (19)$$

在比例尺为 $1/C$ 的海图上,有:

$$\overline{OA} = \overline{OB} = Cl \quad (20)$$

令 $\Omega = \Delta Z_1 - \Delta Z_2$,则 ΔZ 与 ΔZ_1 、 ΔZ_2 之差应不大于 Ω 。为 Ω 设定阈值 ω ,只要 \overline{OP} 的图上长度 l 能使得 $\Omega \leq \omega$,就认为可通过 \overline{OA} 或 \overline{OB} 直接读出 \overline{OP} 的距离 ΔZ 。由式(19)、式(20)可知, l 须满足:

$$2Z - 2[\arctan(\tan \frac{Z}{2} - \frac{Cl}{2R}) + \arctan(\tan \frac{Z}{2} + \frac{Cl}{2R})] \leq \omega \quad (21)$$

式(24)取等号时可得 l_{\max} ,本文通过 l_{\max} 考察 l 的取值范围。实际上,还可根据式(21)估计出直接量测距离 l 所对应的最大误差水平 ω 。阈值 ω 可以有多种形式,如图上长度 δl 、实地距离 δz ,或者差值 Ω 占最短距离 ΔZ_2 的比例 β 等。

由式(21)可见, l_{\max} 与比例尺分母 C 成反比,随极距 Z 减小(纬度增大)而增大,随最小阈值 ω 增大而增大。线段较长时可如图 9 所示分成小于 l_{\max} 的数段分别量测后相加。

3.3 算例分析

如表 1 所示,考虑到航行一般采用大中比例尺航行图(1:100 万以下),本文将比例尺设为 1:50 万,等角球半径 $R=6\,357\,620$ m(取与地球椭球体交于 80°N 的等角球体半径^[10]),在 1:50 万极球面投影海图上, ω 取 $\delta l=0.1$ mm、 $\delta z=0.1'$ 、 $\beta=1\%$,最低纬度 75°N 处 l_{\max} 最小分别达到 10 mm、19.23 mm 和 9.82 mm,在 89° 高纬度处甚至分别可达到 38 cm、73 cm、146 cm,对于现有全张横幅(98 cm×66 cm)和全张直幅(68 cm×96 cm)海图^[14],这些数值足以满足需要。

表 1 比例尺 1:50 万时不同阈值 ω 下的 l_{\max}/cm

Tab. 1 l_{\max} Varying with Different Thresholds of ω at Scale of 1:500 000/cm

$\varphi/^\circ$	$\delta l=0.1\text{mm}$	$\delta z=0.1'$	$\beta=1\%$
75	10.00	19.23	9.82
76	10.33	19.87	10.51
77	10.70	20.58	11.30
78	11.12	21.39	12.23
79	11.60	22.31	13.32
80	12.15	23.37	14.64
81	12.79	24.60	16.25
82	13.55	26.06	18.26
83	14.47	27.84	20.86
84	15.62	30.04	24.32
85	17.10	32.89	29.17
86	19.12	36.75	36.44
87	22.05	42.41	48.58
88	27.00	51.93	72.87
89	38.18	73.45	145.96
90	∞	∞	∞

海图作业时,通过设定合理的阈值 ω ,将图幅南图廓处 l_{\max} 设为全图的 l_{\max} ,过长的线段可分段量测。更大比例尺、更宽松阈值 ω 和更高纬度处, l_{\max} 还将大幅乃至成倍增大,将进一步改善直接量距法的可用性,以满足极区用图需要。更小比例尺海图上,可通过适当放宽阈值 ω 增大 l_{\max} 以便于量测,或者通过绘制等距圆来量测距离。

4 结 语

本文根据极区航海图使用需要,论证了极球面投影海图上基于直线量测大圆距离的可行性,并利用小圆线的极球面投影性质,提出了基于等距圆的极球面投影海图精确便捷的量距方法。研究表明:极球面投影上大圆航线投影成圆弧,等角航线投影成螺旋线,大圆距离远小于等角距离,距离量测宜采用大圆距离;极球面投影海图上直线是由过南极点与航线始末点的小圆线而来,极区范围内该圆弧与大圆航线的距离差值极小,用直线代替大圆弧线较精确地量距是可行的;小圆线经极球面投影后仍为圆,据此可在极球面投影海图上作等距圆,将任意线段转换到作为海里尺的经线上精确量距;在合理误差范围内,一定长度的图上线段可通过在过线段一端的经线上量取等长线段来直接量距,给出了该长度的估算公式,过长的线段可分段量测然后相加即可。

参 考 文 献

- [1] Global Business Network (GBN). The Future of Arctic Marine Navigation in Mid-Century[R]. Scenario Narratives Produced for the Protection of the Arctic Marine Environment (PAME) Working Group, Singapore, 2008
- [2] Li Shujun, Zhang Zhe, Li Huiwen, et al. Research on Compilation of Nautical Charts of Arctic Regions[J]. *Hydrography and Charting*, 2012, 32(1): 58-60 (李树军, 张哲, 李惠雯, 等. 编制北极地区航海图有关问题的探讨[J]. *海洋测绘*, 2012, 32(1): 58-60)
- [3] Zhao Hu, Li Lin, Gong Jianya. Universal Map Projection Selection[J]. *Geomatic and Information Science of Wuhan University*, 2010, 35(2): 244-247 (赵虎, 李霖, 龚健雅. 通用地图投影选择研究[J]. *武汉大学学报·信息科学版*, 2010, 35(2): 244-247)
- [4] Skopeliti A, Tsoulos L. Choosing a Suitable Projection for Navigation in the Arctic[J]. *Marine Geodesy*, 2013(2): 234-259
- [5] Wen Chaojiang, Bian Hongwei, Wang Rongying, et al. Availability and Errors Analysis of Polar Stereographic Projection in Polar Navigation[J]. *Journal of Naval University of Engineering*, 2014, 26(3): 42-47 (温朝江, 卞鸿巍, 王荣颖, 等. 极区极球面投影的可用性误差分析[J]. *海军工程大学学报*, 2014, 26(3): 42-47)
- [6] Ai Songtao, Wang Zemin, E Dongcheng, et al. Topographic Survey on the Surface of Glacier Auster Lovenereen and Pedersenbreen in Svalbard Based on GPS Method[J]. *Polar Research*, 2012, 24(1): 53-59 (艾松涛, 王泽民, 鄂栋臣, 等. 基于GPS的北极冰川表面地形测量与制图[J]. *极地研究*, 2012, 24(1): 53-59)
- [7] Beresford P C. Map Projection Used in Polar Regions[J]. *Journal of Navigation*, 1953, 6(1): 29-37
- [8] Wang Qinghua, E Dongcheng, Chen Chunming, et al. Popular Map Projection in Antarctica and Their Application[J]. *Chinese Journal of Polar Research*, 2002, 14(3): 226-233 (王清华, 鄂栋臣, 陈春明, 等. 南极地区常用地图投影及其应用[J]. *极地研究*, 2002, 14(3): 226-233)
- [9] Ye Ziyang. The Projections & Navigation Grid in Polar Navigation Charts[J]. *Navigation*, 1999(4): 113-116 (叶子扬. 极区航空投影及领航网格[J]. *导航*, 1999(4): 113-116)
- [10] Li Guozao, Yang Qihe, Hu Dingquan. Map Projection[M]. Beijing: People's Liberation Army Press, 1993 (李国藻, 杨启和, 胡定荃. 地图投影[M]. 北京: 解放军出版社, 1993)
- [11] Hua Tang. Mathematical Foundation of Navigational Charts[R]. Navigation Guarantee Department of Naval Headquarters, Tianjin, 1985: 265-270 (华棠. 海图数学基础[R]. 海司航保部, 天津, 1985: 265-270)
- [12] Naumann J. Grid Navigation with Polar Stereographic Charts[J]. *European Journal of Navigation*, 2011, 9(1): 4-8
- [13] Guo Deyin, Qu Shaobin, Jiang Lu, et al. A Practical Method of Locating at High Latitudes[J]. *Marine Technology*, 1999(4): 16-19 (郭德印, 曲少斌, 姜璐, 等. 在高纬度地区确定船位的实用方法[J]. *航海技术*, 1999(4): 16-19)
- [14] General Administration of Quality Supervision, Inspection and Quarantine of the People's Republic of China. Chinese Nautical Charts' Compilation Specification[S]. Beijing: Chinese Standard Press, 1999 (国家质量监督检验检疫总局. 中国航海图编绘规范[S]. 北京: 中国标准出版社, 1999)

(下转第1513页)

- of Stereo Camera Calibration [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2006, 35(2): 138-142(谭晓军, 余志, 李军. 一种改进的立体摄像机标定方法 [J]. 测绘学报, 2006, 35(2): 138-142)
- [11] Blonquist K F, Pack R T. A Bundle Adjustment Approach with Inner Constraints for the Scaled Orthographic Projection [J]. *Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 2011, 66(7): 919-926
- [12] Espuny F, Burgos Gil J I. Generic Self-Calibration of Central Cameras from Two Rotational Flows [J]. *International Journal of Computer Vision*, 2011, 91(2): 131-145

Calibration of Chang'e-3 Lunar Rover Stereo-camera System Based on Control Field

ZHANG Shuo¹ XU Yaming¹ LIU Shaochuang² YAN Danchen³

¹ School of Geodesy and Geomatics, Wuhan University, Wuhan 430079, China

² Department of Spatial Information Integrated Technology, Institute of Remote Sensing and Digital Earth, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100101, China

³ Networks and Computer Department, National Marine Environmental Forecasting Center, Beijing 100081, China

Abstract: Calibration of the stereo-camera system is the basis of lunar rover navigation and cartography. The scientific instruments on the Chang'e-3 lunar rover include a Navcam, Pancam, and Hazcam, Self-calibration bundle adjustment with restrictive constraints based on high accuracy control field was employed to calibrate the stereo-camera system of Chang'e-3 lunar rover. The experimental results reveal that this approach can improve the accuracy and stability of calibration.

Key words: Chang'e-3; lunar rover; stereo-camera system; control field; relative orientation

First author: ZHANG Shuo, PhD, specializes in digital close range photogrammetry. E-mail: zhangshuoup@163.com

Corresponding author: LIU Shaochuang, PhD, professor. E-mail: liusc@irsa.ac.cn

Foundation support: The National Natural Science Foundation of China, No. 41071298.

(上接第 1508 页)

A Distance Measuring Method on Polar Stereographic Charts Based on Equidistant Circles

WEN Chaojiang¹ BIAN Hongwei² BIAN Shaofeng² WEI Xuotong¹

¹ 92941 Troops, Huludao 125001, China

² Department of Navigation Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China

Abstract: An exact and simple method for measuring distance on polar stereographic nautical charts used for polar navigation is investigated. Equations for thumb lines and great-circle lines were deduced; shape analysis results indicate that great-circle distance is preferable for distance measuring in polar navigation. Formulas for calculating the distance of straight-line segments on polar stereographic charts based on their geometry are given as distance difference analysis results indicate that measuring distance by straight segments is feasible. Moreover, an exact and simple distance measurement method based on equidistance circles is presented based on the fact that small-circles on earth can be projected into circles on polar stereographic charts. The proposed method can satisfy the polar navigation application requirements for polar stereographic charts.

Key words: polar stereographic projection; distance measuring; equidistant circle; map projection; polar navigation

First author: WEN Chaojiang, engineer, PhD, specializes in polar navigation. E-mail: tianjiguizhou@163.com

Foundation support: The National Natural Science Foundation of China, Nos. 41406212, 41201478.