

# 一种新的 SAR 图像局部统计活动轮廓模型及算法

刘光明<sup>1,2</sup> 孟祥伟<sup>1</sup>

1 海军航空工程学院电子信息工程系, 山东 烟台, 264001

2 91640 部队, 广东 湛江, 524064

**摘 要:**近年来变分水平集方法在图像分割中得到了广泛应用,但此类方法的能量泛函是非凸的,易陷入局部极小值解。本文基于 AA(Aubert-Aujol)去噪模型和变分水平集方法,提出一个局部统计活动轮廓模型,通过凸松弛技术将提出的分割模型转换成全局优化模型,再加入一个逼近算子项,将提出的模型转化为 ROF 去噪模型,最后采用快速去噪算法,得到一个全局最优的快速分割算法。此算法不涉及差分或微分方程,只需要简单的差分运算,提高了数值运算速度。对实测 SAR 图像进行分割实验,结果表明,本文提出的全局分割模型不但能够快速、有效地分割 SAR 图像,取得全局最小值,而且可以更准确地得到图像分割边缘。

**关键词:**SAR 图像分割;变分水平集方法;凸松弛技术;不动点定理

**中图分类号:**P237.4; TP753 **文献标志码:**A

在 SAR 图像相干斑发育完全的情况下,多视 SAR 图像噪声一般可以认为是均值为 1、方差为  $1/L$  的 Gamma 噪声( $L$  是等效视数)。文献[1]基于最大后验正则化方法提出了一个针对乘积性噪声的 AA(Aubert-Aujol)去噪模型<sup>[1]</sup>。本文基于 AA 去噪模型提出了一个新的局部统计活动轮廓模型,然后通过凸松弛技术将提出的分割模型转换成全局优化模型,再在凸优化模型中加入一个逼近算子项,通过简单的数学推导即可得到一个广义的 ROF 模型<sup>[2]</sup>。这样,一个具有乘性噪声图像的分割问题就转化为一个加性噪声图像的去噪问题。对于 ROF 模型的去噪问题,可采用文献[3-4]提出的快速去噪算法。本文提出的算法不涉及差分或微分方程,只需要简单的差分运算,因此提高了数值运算速度。

## 1 新的局部统计活动轮廓模型

假设图像域  $\Omega \subset \mathbb{R}^2$  是开且有界的,且  $f: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  是一个被乘性噪声  $n$  所污染的待分割多视 SAR 强度图像,可表示为  $f = u \cdot n$ ,其中, $u$  是真实图像。

AA 模型的能量泛函可表示为<sup>[1]</sup>:

$$E^{\text{AA}} = \theta \int_{\Omega} |\nabla u| dx + \mu \int_{\Omega} (\lg u + \frac{f}{u}) dx \quad (1)$$

式(1)等号右边的第一项是总变分项,第二项是数据保真项,其中, $\mu > 0$  和  $\theta > 0$  是调节参数。

为了对强度非均匀的 SAR 图像进行分割处理,本文提出了一个 SAR 图像两区域局部统计活动轮廓模型。模型的能量泛函由长度项(即边缘平滑项)和区域数据项两部分组成。先由 AA 模型的数据保真项得到分段常值数据项,即假定真实图像  $u$  是分段常值的,当  $x \in \Omega_1$  时,  $u = C_1$ ; 当  $x \in \Omega_2$  时,  $u = C_2$ ,然后再与高斯核函数相乘得到两区域分割数据项。本文定义局部统计活动轮廓模型(locally statistical active contour model, LACM)为:

$$E^{\text{LACM}}(C, C_1, C_2) = \theta \oint_C ds + \mu \sum_{i=1}^2 \int_{\Omega} \left( \int_{\Omega_i} K_{\sigma}(x-y) (\lg C_i(x) + \frac{f(y)}{C_i(x)}) dy \right) dx \quad (2)$$

其中,  $K_{\sigma}(x-y)$  是标准差为  $\sigma$  的高斯核函数,高斯核函数及其定位特性在本文模型中起着重要作用。当  $|x-y| > 3\sigma$  时,  $K_{\sigma}(x-y) \rightarrow 0$ ,因此图像强度只有位于邻域  $\{y: |x-y| < 3\sigma\}$  时,才在模型的能量泛函中起支配作用。

接着引入一个 Lipschitz 连续函数  $\varphi: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  (称为水平集函数),使得:

收稿日期:2013-08-29

项目来源:国家自然科学基金资助项目(61179016)。

第一作者:刘光明,博士生,主要从事 SAR 图像处理研究。E-mail: lgm7632@sina.com

$$\begin{cases} \varphi(x) > 0, x \in \Omega_1 \\ \varphi(x) = 0, x \in C \\ \varphi(x) < 0, x \in \Omega_2 \end{cases}$$

其中,  $\{\Omega_1, \Omega_2\}$  是图像域  $\Omega$  的一个分割;  $C$  是闭合轮廓曲线(零水平集函数)。再引入 Heaviside 函数:  $H(\varphi) = \begin{cases} 1, \varphi \geq 0 \\ 0, \varphi < 0 \end{cases}$ 。从而真实图像  $u$  的水平集可以表示为:

$$u = C_1 H(\varphi) + C_2 (1 - H(\varphi)) \quad (3)$$

LACM 模型的水平集表示为:

$$\begin{aligned} E^{\text{LACM}}(\varphi, C_1, C_2) = & \theta \int_{\Omega} |\nabla H(\varphi(x))| dx + \\ & \mu \sum_{i=1}^2 \int_{\Omega} \left( \int_{\Omega} K_{\sigma}(x-y) (\lg C_i(x) + \frac{f(y)}{C_i(x)}) \cdot \right. \\ & \left. M_i(\varphi(y)) dy \right) dx + v \cdot \int_{\Omega} \frac{1}{2} (|\nabla \varphi(x)| - 1)^2 dx \end{aligned} \quad (4)$$

式(4)等号右边第一项为长度项,第二、三项是局部能量拟合数据项,第四项是惩罚函数项<sup>[5]</sup>;  $M_1 = H(\varphi)$ ,  $M_2 = 1 - H(\varphi)$ 。实际应用中, Heaviside 函数  $H(\varphi)$  采用它的一个平滑近似函数  $H_{\varepsilon}(\varphi) = \frac{1}{2} (1 + \frac{2}{\pi} \arctan(\frac{\varphi}{\varepsilon}))$ , 其中  $\varepsilon$  是一个较小的正数。

对式(4)中的三个变量利用变分法进行交替优化可得:

$$\begin{cases} C_1(x) = \frac{K_{\sigma}(x) \times (H_{\varepsilon}(\varphi(x)) f(x))}{K_{\sigma}(x) \times H_{\varepsilon}(\varphi(x))} \\ C_2(x) = \frac{K_{\sigma}(x) \times ((1 - H_{\varepsilon}(\varphi(x))) f(x))}{K_{\sigma}(x) \times (1 - H_{\varepsilon}(\varphi(x)))} \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = & \delta_{\varepsilon}(\varphi) (\theta \operatorname{div}(\frac{\nabla \varphi}{|\nabla \varphi|}) - \mu \cdot \eta) + \\ & v \cdot (\nabla^2 \varphi - \operatorname{div}(\frac{\nabla \varphi}{|\nabla \varphi|})) \end{aligned} \quad (6)$$

其中,

$$\begin{cases} \eta = \int_{\Omega} K_{\sigma}(y-x) (\lg C_1(y) + \frac{f(x)}{C_1(y)}) dy - \\ \int_{\Omega} K_{\sigma}(y-x) (\lg C_2(y) + \frac{f(x)}{C_2(y)}) dy \\ \delta_{\varepsilon}(\varphi) = \frac{\partial H_{\varepsilon}(\varphi)}{\partial \varphi} \end{cases}$$

在偏微分方程(6)的数值实现中,一般采用差分近似。由于在式(4)中加入了惩罚函数项,因此式(6)的差分数值实现中,对于空间偏导数可以使用简单的中心差分近似,而时间偏导数使用前向差分实现。综上所述,基于水平集方法的 LACM 模型的“局部特性”使得其对水平集初始轮廓较敏

感,容易陷入局部极小值。由于能量泛函  $E^{\text{LACM}}(\varphi, C_1, C_2)$  是非凸的,  $E^{\text{LACM}}(\varphi, C_1, C_2)$  的全局最优解是一个困难的问题。为了克服上述问题,下文进一步对基于水平集方法的 LACM 模型进行凸优化处理,提出一个全局凸分割算法。此算法不但能够高效地分割具有乘性 Gamma 噪声的 SAR 图像得到一个全局最优解,而且对初始轮廓不敏感。

## 2 LACM 模型的全局快速求解

### 2.1 LACM 模型对应的全局优化模型

首先令式(6)的  $\theta=1$  且去掉最后一项,由于  $\delta_{\varepsilon}(\varphi) \geq 0$ , 式(6)可表示为式(7)(不影响水平集演化的方向并且两式具有相同的平稳解):

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \operatorname{div}(\frac{\nabla \varphi}{|\nabla \varphi|}) - \mu \cdot \eta \quad (7)$$

式(7)表示的梯度下降流水平集演化方程对应的能量泛函为:

$$E(\varphi, C_1, C_2) = \int_{\Omega} |\nabla \varphi| dx + \mu \int_{\Omega} \eta \cdot \varphi dx \quad (8)$$

由于能量泛函  $E(\varphi, C_1, C_2)$  关于  $\varphi$  的均匀度为 1, 式(7)表示的演化方程不存在平稳解。为解决此问题,需要对  $\varphi$  进行凸松弛处理,即把  $\varphi$  限制在一个有限区间内 ( $0 \leq \varphi \leq 1$ )。通过求解式(9)可得到能量泛函  $E(\varphi, C_1, C_2)$  唯一的全局最优解:

$$\min_{0 \leq \varphi \leq 1} E(\varphi) = \min_{0 \leq \varphi \leq 1} \|\nabla \varphi\|_1 + \mu \int_{\Omega} \eta \cdot \varphi \quad (9)$$

其中,  $\|\nabla \varphi\|_1 = \int_{\Omega} |\nabla \varphi| dx$ 。

式(9)即为 LACM 模型对应的全局优化模型。一旦求得全局最优解  $\varphi(x)$ , 分割的两区域可通过阈值化水平集函数  $\varphi(x)$  来实现,即选取合适的  $\gamma \in (0, 1)$ ,  $\Omega_1 = \{x: \varphi(x) > \gamma\}$ ,  $\Omega_2 = \{x: \varphi(x) < \gamma\}$ 。

### 2.2 全局优化模型的快速求解

由于式(9)中含有总变分项,其在零点处不可微,使用最陡下降法求解时一般通过添加一较小的正数来解决不可微的问题,这会导致计算效率下降。本文在式(9)中加入一个逼近算子项,通过简单的数学推导,可得到一个广义的 ROF 模型<sup>[2]</sup>。这样,图像分割问题就转化为一个加性噪声图像的去噪问题,而对于 ROF 模型的去噪问题,可采用文献[3-4]提出的快速去噪算法实现。

1) “图像分割模型”转化为“图像去噪模型”。本文假设式(9)中的总变分项是各向异性的,在式

(9)中加入一个迫近算子项可得到:

$$\begin{aligned} \varphi^{k+1} &= \arg \min_{0 \leq \varphi \leq 1} \|\nabla_x \varphi\|_1 + \|\nabla_y \varphi\|_1 + \\ &\mu < \varphi, \eta^k > + \frac{\alpha}{2} \|\varphi - \varphi^k\|^2 = \\ &\arg \min_{0 \leq \varphi \leq 1} \|\nabla_x \varphi\|_1 + \\ &\|\nabla_y \varphi\|_1 + \mu < \varphi - \varphi^k, \eta^k > + \frac{\alpha}{2} \|\varphi - \varphi^k\|^2 = \\ &\arg \min_{0 \leq \varphi \leq 1} \|\nabla_x \varphi\|_1 + \|\nabla_y \varphi\|_1 + \\ &\frac{\alpha}{2} \|\varphi - \varphi^k + \frac{\mu \eta^k}{\alpha}\|^2 \end{aligned} \quad (10)$$

可以看出,通过上面的简单数学转换,式(9)表示的“图像分割模型”可转换为“图像去噪模型”(式(10))。

对于式(10)采用快速去噪算法<sup>[3-4]</sup>,可得到如下快速迭代算法:

$$\begin{cases} \mathbf{b}_x^k = (\mathbf{I} - \text{shrink}_{1/\lambda})(\nabla_x \varphi^k + \mathbf{b}_x^{k-1}) \\ \mathbf{b}_y^k = (\mathbf{I} - \text{shrink}_{1/\lambda})(\nabla_y \varphi^k + \mathbf{b}_y^{k-1}) \\ \varphi^{k+1} = \varphi^k - \frac{\mu \eta^k}{\alpha} - \frac{\lambda}{\alpha} (\nabla_x^T \mathbf{b}_x^k + \nabla_y^T \mathbf{b}_y^k) \\ \varphi^{k+1} = \max\{\min\{\varphi^{k+1}, 1\}, 0\} \end{cases} \quad (11)$$

其中,  $\text{shrink}_{1/\lambda}(x) = \text{sgn}(x) \max\{|x| - 1/\lambda, 0\}$ 。

可以看出,迭代算法式(11)不涉及差分或微分方程,只需要简单的差分运算,因此提高了数值运算速度。

2) 利用松弛技术加快算法收敛。为了进一步加快式(11)的收敛,本文提出松弛迭代方案:

$$\begin{cases} \mathbf{b}_x^k = t \cdot \mathbf{b}_x^{k-1} + (1-t) \cdot (\mathbf{I} - \text{shrink}_{1/\lambda})(\nabla_x \varphi^k + \mathbf{b}_x^{k-1}) \\ \mathbf{b}_y^k = t \cdot \mathbf{b}_y^{k-1} + (1-t) \cdot (\mathbf{I} - \text{shrink}_{1/\lambda})(\nabla_y \varphi^k + \mathbf{b}_y^{k-1}) \end{cases} \quad (12)$$

其中,加权因子  $t > 0$  为松弛参数。松弛方法通常会加快 Jacobi 和 Gauss-Seidel 迭代算法的收敛速度。由不动点定理(fixed point theory, FPT)可得到如下结论:当  $\frac{\lambda}{\alpha} < \frac{1}{4} \sin^{-2} \frac{(N-1)\pi}{2N}$  时,  $\mathbf{b}_x^k$  和  $\mathbf{b}_y^k$  收敛,从而保证了  $\varphi(x)$  取得全局最优解。

上述算法可用流程图表示为图 1。本文中,全局优化模型的快速算法记作  $FP\_LACM$  模型。

### 3 数值实验与分析

采用实测 SAR 图像来验证和分析本文提出模型的性能。实验是在 CPU 为 AMD 1.8 GHZ,内存为 1 GB 的硬件环境以及 Windows XP SP2 的软件环境下,采用 Matlab 编程实现。将本文提出的 LACM 模型、 $FP\_LACM$  模型与 RSF 模

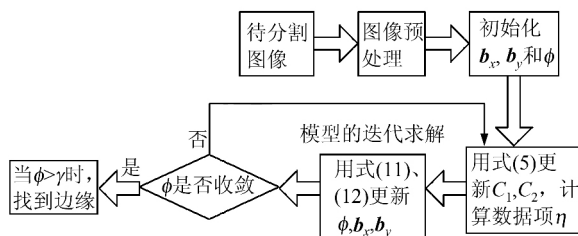
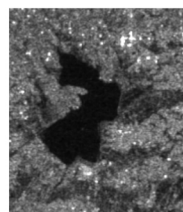


图 1 全局优化模型的算法流程

Fig. 1 Diagram for the Globally Optimization Model

型<sup>[5]</sup>、SB\_RSf 模型<sup>[6]</sup>进行比较,验证本文提出模型的有效性。SB\_RSf 模型和  $FP\_LACM$  模型采用相同的分割阈值  $\gamma = 0.5$ ,用来得到分割区域,即  $\Omega_1 = \{x: \varphi(x) > \gamma\}$  和  $\Omega_2 = \{x: \varphi(x) < \gamma\}$ 。

采用一幅实测 Envisat SAR 图像和一幅 MSTAR 数据库的 Ku 波段 SAR 图像,其尺寸分别为 179 像素  $\times$  205 像素和 650 像素  $\times$  277 像素,灰度范围为 0~255(见图 2)。由于 RSf 模型和 SB\_RSf 模型的数据项本质上都是基于高斯分布的,从图 3、4 中可以看出,RSf 模型和 SB\_RSf 模型受图像噪声影响较大,不能有效地分割非均匀 SAR 图像,而 LACM 模型和  $FP\_LACM$  模型都能分割出图像边缘轮廓。表 1 给出了 SAR 图像采用上述 4 种模型迭代次数和运行时间的比较。从表 1 中可以看出,  $FP\_LACM$  模型运行时间大约是 RSf 和 LACM 所需时间的 1/33~1/23,大约是 SB\_RSf 模型所需时间的 1/3。这是因为采用了凸优化和松弛技术,使得  $FP\_LACM$  模型不涉及差分或微分方程,只需要简单的差分运算,算法收敛较快,因此,  $FP\_LACM$  模型比其他三种模型需要的时间大大减少。



(a) Envisat图像



(b) MSTAR图像

图 2 两幅 SAR 图像

Fig. 2 Two SAR Images

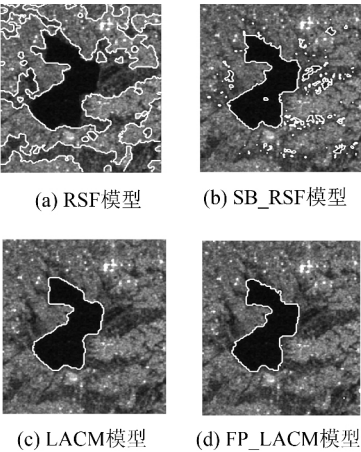


图 3 Envisat 图像的分割结果

Fig. 3 Segmentation Results of Envisat Image

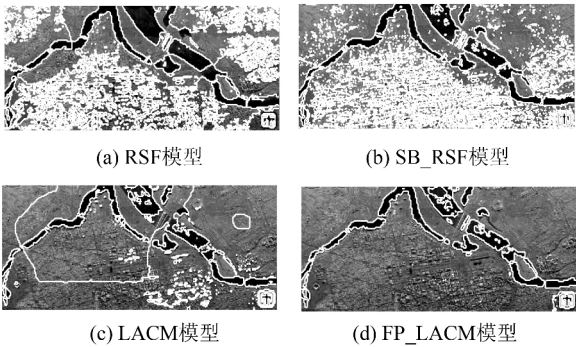


图 4 MSTAR 图像的分割结果

Fig. 4 Segmentation Results of MSTAR Image

表 1 模型迭代次数和运行时间的比较

Tab. 1 Comparison Between the Models' Iterations and Running Time

图像 模型	Envisat 图像/ MSTAR 图像			
	RSF	SB_RSF	LACM	FP_LACM
次数	150/550	15/80	150/620	30/120
时间	253.14 s/ 3 442 s	25.797 s/ 485.516 s	251.719 s/ 3 827.8 s	7.5 s/ 148.672 s

4 结 语

本文基于变分水平集方法和 AA 去噪模型提出一个 SAR 图像局部统计活动轮廓模型;然后在该模型基础上加入逼近算子项,通过简单的数学转换,提出的模型转化为广义的 ROF 模型;最后采用快速去噪算法,得到一个求解全局最优解的快速分割算法,算法不涉及差分或微分方程,只需要简单的差分运算;不但提高了数值运算速度,而且能较准确地检测图像的边缘。

参 考 文 献

[1] Aubert G, Aujol J F. A Variational Approach to Removing Multiplicative Noise[J]. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 2008, 68(4): 925-946

[2] Rudin L, Osher S, Fatemi E. Nonlinear Total Variation Based Noise Removal Algorithms[J]. *Physica D*, 1992, 60: 259-268

[3] Jia R Q, Zhao H. A Fast Algorithm for the Total Variation Model of Image Denoising[J]. *Advances in Computational Mathematics*, 2010, 33(2): 231-241

[4] Jia R Q, Zhao H, Zhao W. Relaxation Methods for Image Denoising Based on Difference Schemes[J]. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 2011, 9(1): 355-372

[5] Li C, Kao C, Gore J, et al. Minimization of Region-Scalable Fitting Energy for Image Segmentation [J]. *IEEE Transaction on Image Processing*, 2008, 17(10): 1 940-1 949

[6] Yang Y, Li C, Kao C, et al. Split Bregman Method for Minimization of Region-Scalable Fitting Energy for Image Segmentation [C]. *The International Symposium on Visual Computing*, New York, 2010

A Novel SAR Image Locally Statistical Active  
Contour Model and Algorithm

LIU Guangming<sup>1,2</sup> MENG Xiangwei<sup>1</sup>

1 Department of Electronic and Information Engineering , Naval Aeronautical  
and Astronautical University, Yantai 264001, China

2 Unit 91640, Zhanjiang 524064, China

**Abstract:** Recently, variational level set method is widely used in image segmentation, but its energy functional is non-convex, which can easily get stuck in local minima. Firstly, we propose a locally  
(下转第 637 页)

(3D), local radial basis function (RBF) interpolation based on exploring spatial anisotropy with variogram analysis was proposed. Firstly, three axes of the data was solved by constructing covariance matrix of the sampling point data and then the data was transformed into the new coordinate system by rotating transformation; the range of each direction was calculated using geostatistical variograms; the three values of range was set as three axes of the ellipsoid; at last, node RBF at each sample point was built. The attribute values of interpolation were solved by linear combination of node RBF. Experimental results show that the proposed method is a feasible method for 3D spatial interpolation considering anisotropy with high accuracy and reliable interpolation result.

**Key words:** anisotropy; variogram; RBF; spatial interpolation

**First author:** DUAN Ping, PhD candidate, specializes in spatial data interpolation. E-mail: duanpingshai@163.com

**Corresponding author:** SHENG Yehua, PhD, professor. E-mail: shengyehua@njnu.edu.cn

**Foundation support:** The National Natural Science Foundation of China, No. 41171351; the Foundation of Innovative Research Program of Jiangsu Province, No. CXLX13\_376; the Foundation of Innovative Research Program of Nanjing Normal University.

+++++  
(上接第 631 页)

statistical active contour model (LACM) based on Aubert-Aujol (AA) denoising model and variational level set method. Secondly, we transform the proposed model into a global optimization model by using convex relaxation technique; Thirdly, we add the proximal function to transform the global optimization model to a ROF denoising model. Finally, by using a fast denoising algorithm, we obtain a fast segmentation algorithm with global optimization solver, which does not involve partial differential equation or difference equation, and only need simple difference computation. The algorithm can reduce the running time. By segmenting SAR images, the proposed globally segmentation model not only can detect boundaries of images robustly and efficiently, and obtain a stationary global minimum, but also get the image segmentation boundary more accurately.

**Key words:** SAR image segmentation; variational level set method; convex relaxation technique; fixed point theory

**First author:** LIU guangming, PhD candidate, specializes in SAR image processing. E-mail: lgm7632@sina.com

**Foundation support:** The National Natural Science Foundation of China, No. 61179016.