

# 高阶模糊区域的交叉拓扑关系形式化研究

郭继发<sup>1</sup> 刘玉洁<sup>1</sup> 毛 健<sup>1</sup> 崔铁军<sup>1</sup>

<sup>1</sup> 天津师范大学城市与环境科学学院, 天津, 300387

**摘 要:** 基于区间  $\Pi$ -型模糊区域模型, 讨论了区间  $\Pi$ -型模糊区域的结构, 通过对传统的  $n$ -交模型进行扩展, 提出了区间  $\Pi$ -型模糊区域拓扑关系的  $n$ -交矩阵和各原子的计算方法, 并提出了拓扑关系的形式化分析方法。通过计算区间  $\Pi$ -型模糊拓扑关系矩阵与 8 种基本拓扑关系矩阵的相似度并排序, 确定其首要拓扑关系, 结合拓扑关系距离确定其可能存在的次要拓扑关系。

**关键词:** 拓扑关系; 区间  $\Pi$ -型模糊集; 相似性; 高阶模糊性; 形式化分析

**中图法分类号:** P208      **文献标志码:** A

模糊空间拓扑关系是近年来的研究热点, 目前的研究一般通过枚举模糊对象中拓扑不变量的相交情况来确定模糊拓扑关系, 拓扑关系的数量依赖模型中拓扑不变量的数量。可以认为模糊拓扑关系主要由空间对象的模糊层次、模糊对象模型和模糊拓扑不变量的数量决定。空间对象的模糊化层次是第一个影响模糊拓扑关系的因素, 文献[1]将模糊对象的不确定区域称为"宽边界"。Bejaoui 等将形状模糊性分为 3 个级别, 而宽边界是形状模糊性的特殊情况<sup>[2]</sup>。作为第二个决定因素, 目前存在多种模糊空间对象模型<sup>[3]</sup>, 相关学者基于这些对象模型讨论了扩展的交叉模型和扩展的 RCC 的拓扑关系。何建华等<sup>[4]</sup>将不确定空间目标拓扑关系建模方法分为 3 类。从具体处理技术上可分为: ① 基于分明集的方法; ② 基于模糊拓扑的方法; ③ 基于模糊逻辑的方法; ④ 基于其他理论的方法, 如基于粗糙集和灰色理论的研究方法。拓扑不变量的确定与模糊实体的结构划分紧密相关, 最基本也最重要的是模糊实体边界的定义。目前, 存在 3 种典型的定义, Tang<sup>[6]</sup>认为文献[5]的定义更适合地理信息应用。除此之外, 还有一些其他的定义<sup>[7-8]</sup>, 基于不同的定义得到的拓扑分析结果不同, 即现在模糊地理信息科学中的"边界综合症"问题<sup>[8]</sup>。对基于交叉模型的扩展方法, 定量计算出模糊拓扑关系结果后, 需要通过枚举的方法得到不同数量的拓扑关系<sup>[2]</sup>。这种方法存在的第一个问题就是"边界综合症"; 第二个

问题是这种方法产生的拓扑关系数量过多, 人们很难一一记住这些拓扑关系<sup>[2]</sup>。

经典模糊集理论不能度量隶属度的误差, 但是这种误差又客观存在。为了解决这一缺陷, Zadeh 提出了  $\Pi$ -型模糊集和高阶模糊集的概念<sup>[9]</sup>。在高阶模糊集理论研究中, 讨论较多的是  $\Pi$ -型模糊集, 但是其计算较复杂, 研究和应用较多的是区间  $\Pi$ -型模糊集。Peter 讨论了地理现象的高阶模糊性, 指出用高阶模糊理论研究模糊地理现象更客观<sup>[10]</sup>。本文针对上述两个问题, 并顾及隶属度不确定性, 基于文献[3]定义的区间  $\Pi$ -型模糊区域模型和文献[11]定义的边界模型, 对区间  $\Pi$ -型模糊实体作结构划分, 然后建立形式化描述方法, 利用相似性理论确定区间  $\Pi$ -型模糊区域之间的模糊拓扑关系与 8 种基本拓扑关系的相似度, 将相似度排序, 以最大值对应的基本拓扑关系作为主要拓扑关系, 并依据拓扑关系距离确定可能的次要拓扑关系。

## 1 区间 $\Pi$ -型模糊区域实体及其结构划分

文献[11]认为地理信息科学中模糊区域实体的边界有"边缘"、"过渡"和"分界"等 3 种内涵。本文将区间  $\Pi$ -型模糊区域在空间范围从直觉上按如图 1 进行结构划分:

核:

$$\tilde{A}^{\circ} = \{(x, y) \mid \mu_{\tilde{A}}(x, y) = \mu_{\tilde{A}}(x, y) = 1\}$$

内边界:

$$\phi \tilde{A}^{+} =$$

$$\{(x, y) \mid \mu_{\tilde{A}}(x, y) = 1 \wedge 0 < \mu_{\tilde{A}}(x, y) < 1\}$$

边界内部:

$$\phi \tilde{A}^{-} =$$

$$\{(x, y) \mid 0 < \mu_{\tilde{A}}(x, y) < 1 \wedge 0 < \mu_{\tilde{A}}(x, y) < 1\}$$

外边界:

$$\phi \tilde{A} =$$

$$\{(x, y) \mid \mu_{\tilde{A}}(x, y) = 0 \wedge 0 < \mu_{\tilde{A}}(x, y) < 1\}$$

外部:

$$\tilde{A} = \{(x, y) \mid \mu_{\tilde{A}}(x, y) = \mu_{\tilde{A}}(x, y) = 0\}$$

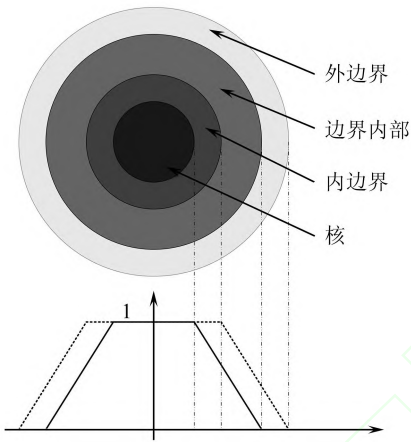


图1 区间 II- 型模糊区域的结构

Fig.1 Structure of Interval Type-2 Fuzzy Region

内部和外部的隶属度很容易确定,内边界、边

$$\tilde{T}_3 = \begin{bmatrix} f(\tilde{A}^{\circ} \cap \tilde{B}^{\circ}) & f(\tilde{A}^{\circ} \cap \tilde{\Phi}^{+}) & f(\tilde{A}^{\circ} \cap \tilde{\Phi}^{-}) & f(\tilde{A}^{\circ} \cap \tilde{\Phi}) & f(\tilde{A}^{\circ} \cap \tilde{B}) \\ f(\phi \tilde{A}^{+} \cap \tilde{B}^{\circ}) & f(\phi \tilde{A}^{+} \cap \tilde{\Phi}^{+}) & f(\phi \tilde{A}^{+} \cap \tilde{\Phi}^{-}) & f(\phi \tilde{A}^{+} \cap \tilde{\Phi}) & f(\phi \tilde{A}^{+} \cap \tilde{B}) \\ f(\phi \tilde{A}^{-} \cap \tilde{B}^{\circ}) & f(\phi \tilde{A}^{-} \cap \tilde{\Phi}^{+}) & f(\phi \tilde{A}^{-} \cap \tilde{\Phi}^{-}) & f(\phi \tilde{A}^{-} \cap \tilde{\Phi}) & f(\phi \tilde{A}^{-} \cap \tilde{B}) \\ f(\phi \tilde{A} \cap \tilde{B}^{\circ}) & f(\phi \tilde{A} \cap \tilde{\Phi}^{+}) & f(\phi \tilde{A} \cap \tilde{\Phi}^{-}) & f(\phi \tilde{A} \cap \tilde{\Phi}) & f(\phi \tilde{A} \cap \tilde{B}) \\ f(\tilde{A} \cap \tilde{B}^{\circ}) & f(\tilde{A} \cap \tilde{\Phi}^{+}) & f(\tilde{A} \cap \tilde{\Phi}^{-}) & f(\tilde{A} \cap \tilde{\Phi}) & f(\tilde{A} \cap \tilde{B}) \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中,矩阵 $\tilde{T}_1$ ,  $\tilde{T}_2$  和 $\tilde{T}_3$  的各元素可以按3 种思路计算,设 $\Delta$  和 $\Lambda$  分别为两个区间 II- 型模糊集,则有:

$$f_2(\Delta \cap \Lambda) = [\min(\phi(\overline{\Delta \cap \Lambda}), \phi(\overline{\Delta \cap \Lambda})) \quad \max(\phi(\overline{\Delta \cap \Lambda}), \phi(\overline{\Delta \cap \Lambda}))] \quad (7)$$

$$\text{式中, } \phi(\overline{\Delta \cap \Lambda}) = \frac{\text{Area}(\overline{\Delta \cap \Lambda})}{\min\{\text{Area}(\Delta), \text{Area}(\Lambda)\}};$$

$$\phi(\overline{\Delta \cap \Lambda}) = \frac{\text{Area}(\overline{\Delta \cap \Lambda})}{\min\{\text{Area}(\Delta), \text{Area}(\Lambda)\}}.$$

3) 求两个区间 II- 型模糊区域交集的高:

$$f_3(\Delta \cap \Lambda) = h(\Delta \cap \Lambda) \quad (8)$$

式中, $h()$  为区间 II- 型模糊区域的高。

界内部和外边界的隶属度依据前面定义的3 种边界进行确定,如选择边界3 时,有:

$$\mu(\phi \tilde{A}^{+}) = \{(\phi \tilde{A}^{+})_{\text{III}}(x, y) \mid \mu_{\tilde{A}}(x, y) = 1 \wedge 0 < \mu_{\tilde{A}}(x, y) < 1\} \quad (1)$$

$$\mu(\phi \tilde{A}^{-}) = \{(\phi \tilde{A}^{-})_{\text{III}}(x, y) \mid 0 < \mu_{\tilde{A}}(x, y) < 1 \wedge 0 < \mu_{\tilde{A}}(x, y) < 1\} \quad (2)$$

$$\mu(\phi \tilde{A}) = \{(\phi \tilde{A})_{\text{III}}(x, y) \mid \mu_{\tilde{A}}(x, y) = 0 \wedge 0 < \mu_{\tilde{A}}(x, y) < 1\} \quad (3)$$

## 2 区间 II- 型模糊地理实体拓扑关系形式化描述

### 2.1 模糊拓扑关系矩阵

区间 II- 型模糊对象的拓扑关系可以按两个层次进行表达,即 $2 \times 2$ - 交矩阵模型和 $3 \times 3$ - 交矩阵模型为基本拓扑关系模型,而 $5 \times 5$ - 交矩阵模型为扩展拓扑关系模型。

#### 1) $2 \times 2$ - 交矩阵模型

$$\tilde{T}_1 = \begin{bmatrix} f(\tilde{A}^{\circ} \cap \tilde{B}^{\circ}) & f(\tilde{A}^{\circ} \cap \tilde{\Phi}) \\ f(\phi \tilde{A} \cap \tilde{B}^{\circ}) & f(\phi \tilde{A} \cap \tilde{\Phi}) \end{bmatrix} \quad (4)$$

#### 2) $3 \times 3$ - 交矩阵模型

$$\tilde{T}_2 = \begin{bmatrix} f(\tilde{A}^{\circ} \cap \tilde{B}^{\circ}) & f(\tilde{A}^{\circ} \cap \tilde{\Phi}) & f(\tilde{A}^{\circ} \cap \tilde{B}) \\ f(\phi \tilde{A} \cap \tilde{B}^{\circ}) & f(\phi \tilde{A} \cap \tilde{\Phi}) & f(\phi \tilde{A} \cap \tilde{B}) \\ f(\tilde{A} \cap \tilde{B}^{\circ}) & f(\tilde{A} \cap \tilde{\Phi}) & f(\tilde{A} \cap \tilde{B}) \end{bmatrix} \quad (5)$$

#### 3) $5 \times 5$ - 交矩阵模型

可以认为是对 $3 \times 3$ - 交模型的细化。

$$\tilde{T}_3 = \begin{bmatrix} f(\tilde{A}^{\circ} \cap \tilde{B}^{\circ}) & f(\tilde{A}^{\circ} \cap \tilde{\Phi}^{+}) & f(\tilde{A}^{\circ} \cap \tilde{\Phi}^{-}) & f(\tilde{A}^{\circ} \cap \tilde{\Phi}) & f(\tilde{A}^{\circ} \cap \tilde{B}) \\ f(\phi \tilde{A}^{+} \cap \tilde{B}^{\circ}) & f(\phi \tilde{A}^{+} \cap \tilde{\Phi}^{+}) & f(\phi \tilde{A}^{+} \cap \tilde{\Phi}^{-}) & f(\phi \tilde{A}^{+} \cap \tilde{\Phi}) & f(\phi \tilde{A}^{+} \cap \tilde{B}) \\ f(\phi \tilde{A}^{-} \cap \tilde{B}^{\circ}) & f(\phi \tilde{A}^{-} \cap \tilde{\Phi}^{+}) & f(\phi \tilde{A}^{-} \cap \tilde{\Phi}^{-}) & f(\phi \tilde{A}^{-} \cap \tilde{\Phi}) & f(\phi \tilde{A}^{-} \cap \tilde{B}) \\ f(\phi \tilde{A} \cap \tilde{B}^{\circ}) & f(\phi \tilde{A} \cap \tilde{\Phi}^{+}) & f(\phi \tilde{A} \cap \tilde{\Phi}^{-}) & f(\phi \tilde{A} \cap \tilde{\Phi}) & f(\phi \tilde{A} \cap \tilde{B}) \\ f(\tilde{A} \cap \tilde{B}^{\circ}) & f(\tilde{A} \cap \tilde{\Phi}^{+}) & f(\tilde{A} \cap \tilde{\Phi}^{-}) & f(\tilde{A} \cap \tilde{\Phi}) & f(\tilde{A} \cap \tilde{B}) \end{bmatrix} \quad (6)$$

1) 近似计算,即每个单元 $f_1(\Delta \cap \Lambda)$  的值为空或者为0 时时取F,反之取T。

2) 精细计算,通过求每个交集的面积比:

区间 II- 型边界的选择, $\tilde{T}_1$ ,  $\tilde{T}_2$  和 $\tilde{T}_3$  的选择和 $f_1$ ,  $f_2$  和 $f_3$  的选择是区间 II- 型模糊对象拓扑关系分析的3 个层次,这就决定了其复杂性。由于边界2 的最大隶属度为0.5,本文认为不适合用于拓扑关系计算。边界1 的内涵倾向于"归属",而边界3 的内涵强调的是"分界"<sup>[11]</sup>,因此,本文认为边界3 更适合用于拓扑关系计算。

模糊拓扑关系与分明拓扑关系的基本差别是,分明拓扑关系关注两个实体间关系质的变化,如"包含"和"内部"关系,这两者的区别在于区域B 的边界是否与区域A 的边界相接。而模糊拓扑关系不但需要考虑这种质的变化,还需考虑量的变化,如隶属度的大小。在3 个层次选择不同的对象进行研究时需要处理的细节可能不同,但是总体思路基本一致。 $f_1$  和  $f_2$  均可与  $\tilde{T}_1, \tilde{T}_2$  和  $\tilde{T}_3$  组合计算得到6 种形式化计算方法,由  $f_1$  计算得到的结果是定性关系,此时得到的拓扑关系可用枚举的方法进行区分。而  $f_2$  和  $f_3$  的结果是定量结果,因此,在得到关系矩阵  $\tilde{T}_1, \tilde{T}_2$  和  $\tilde{T}_3$  后,需要计算关系矩阵与分明空间中的拓扑关系的相似性来确定其最终的定性模糊拓扑关系。当选择  $\tilde{T}_3$  时难以用定量计算的方法来描述拓扑关系,因此,  $f_2$  和  $f_3$  并不适用。综上所述,对于边界3 来说,  $f_1$  和  $f_2$  均可与  $\tilde{T}_1, \tilde{T}_2$  和  $\tilde{T}_3$  组合得到6 种,  $\tilde{T}_3$  和  $f_1$  组合1 种,共可以得到7 种拓扑关系形式化计算方法。考虑到边界2 也可用于拓扑关

系计算,用它来计算拓扑关系的思路与用边界3 的一致,因此,本文认为存在14 种拓扑关系形式化计算方法。为了讨论方便,在本文的研究中选择边界3  $\tilde{T}_1$  和  $f_3$ 。

2 2 基于相似性的主要拓扑关系确定方法

通过  $f_3$  计算得到  $\tilde{T}_1$  后,得到一个实数矩阵。基于相似性的方法通过计算  $\tilde{T}_1$  与刚性区域的8 种拓扑关系相对应的4- 交矩阵的相似性进行判定。在面对象的拓扑关系中,8 种基本拓扑关系可表示为矢量  $C_i; i \in [1, 8]$ 。

在计算  $C_i$  和  $T_1$  的相似性之前首先需要选择合适的相似性计算公式。文献[12] 比较分析了计算区间值模糊集相似性的计算方法。文献[8] 给出了一种计算拓扑关系相似性的新方法,但是存在缺陷,例如当  $C = [0 \ 1 \ 1 \ 1]$  时,运用文献[8] 的公式就得不到合理的结果。在分析区间 II- 型模糊区域拓扑关系时,不但要处理两个模糊区域的主要拓扑关系,结果还要反映出属于这种拓扑关系的可能性,因此,本文采用下式计算:

$$S(\tilde{A}, \tilde{B}) = \left| \frac{\sum_{i=1}^n (\mu^{\tilde{A}}(x_i) \cap \mu^{\tilde{B}}(x_i))}{2 \sum_{i=1}^n (\mu^{\tilde{A}}(x_i) \cup \mu^{\tilde{B}}(x_i))} + \frac{\sum_{i=1}^n (\nu^{\tilde{A}}(x_i) \cap \nu^{\tilde{B}}(x_i))}{2 \sum_{i=1}^n (\nu^{\tilde{A}}(x_i) \cup \nu^{\tilde{B}}(x_i))} \right| \cap$$

(9)

$$\left| \frac{\sum_{i=1}^n (\mu^{\tilde{A}}(x_i) \cap \mu^{\tilde{B}}(x_i))}{2 \sum_{i=1}^n (\mu^{\tilde{A}}(x_i) \cup \mu^{\tilde{B}}(x_i))} + \frac{\sum_{i=1}^n (\nu^{\tilde{A}}(x_i) \cap \nu^{\tilde{B}}(x_i))}{2 \sum_{i=1}^n (\nu^{\tilde{A}}(x_i) \cup \nu^{\tilde{B}}(x_i))} \right|$$

式中,  $\tilde{A}$  和  $\tilde{B}$  分别为两个区间 II- 型的模糊集;  $\mu^{\tilde{A}}(x_i)$  和  $\mu^{\tilde{B}}(x_i)$  分别为  $\tilde{A}$  的上下隶属度;  $\nu^{\tilde{A}}(x_i)$  和  $\nu^{\tilde{B}}(x_i)$  分别为  $\tilde{A}$  的补集  $\tilde{A}^c$  的上下隶属度;  $\mu^{\tilde{A}^c}(x_i)$  和  $\mu^{\tilde{B}^c}(x_i)$  分别为  $\tilde{A}$  的补集  $\tilde{A}^c$  的上下隶属度;  $\nu^{\tilde{A}^c}(x_i)$  和  $\nu^{\tilde{B}^c}(x_i)$  分别为  $\tilde{A}$  的补集  $\tilde{A}^c$  的上下隶属度。式(9)满足区间 II- 型模糊集相似性的自反性、对称性、传递性和重叠性<sup>[13]</sup>, 是区间 II- 型模糊集相似性的一种度量。

依次计算  $\mu(C_i, T_1); i \in [1, 8]$ , 得到与8 种基本拓扑关系的相似度,对这8 个相似度排序即可确定两个区间 II- 型模糊区域之间的拓扑关系,提取最大值,与之相对应的拓扑关系即为两个实体间的首要拓扑关系。

2 3 实例分析

A、B 为两个区间 II- 型模糊区域,当两个区域的中心距离  $d_{o_A o_B}$  从60 m 变化到0 时,其拓扑关系变化如表1 所示。

从表1 可以看出,随着两个区域的相对位置

逐渐靠近,其拓扑关系随之改变,变化趋势为相离→相遇→相交→覆盖→包含,其主要拓扑关系判断正确。其次,可以看出次要拓扑关系也基本能反映出来,但是不够明确。当  $d_{o_A o_B}$  为20 m 时,此时的首要拓扑关系是相交,其拓扑关系与相离、相遇的相似度非常接近,如果仅从表上得到的结果是其次要拓扑关系偏向于相离,这与拓扑关系距离描述的情况不符。因此,判断次要拓扑关系还需要结合拓扑关系距离来判断,那么可以判定其次要拓扑关系为相遇。当  $d_{o_A o_B}$  为10 m 时,与包含和相交的相似度也非常接近,我们可以认为此时的次要拓扑关系可能为包含或相交。

另外,随着两个模糊区域的接近,模糊拓扑关系是逐渐变化而不是跳跃变化的。在核心距离为40 m 处,关系相遇和相离所对应的隶属度分别为0.793 2 和0.741 3,这说明这个位置正是两种拓扑关系在发生交替变化,但是主要拓扑关系已经变化为相遇了。

表1 两个区间 II- 型模糊区域在不同相对位置时的拓扑关系

Tab.1 Topological Relations Between Two Interval Type- II Fuzzy Regions  
with Different Relative Position

中心距离 /m	60	40	20	15	10	0
关系矩阵	0 0	0 0	0 0.649 2	1.000 0 0.649 2	1.000 0 0.649 2	1.000 0 0.2208
	0 0	0.030 2 0.382 7	0.281 8 0.385 4	0.015 8 0.385 4	0 0.388 0	0 0.055 5
	0 0	0 0	0 1.000 0	1.000 0 1.000 0	1.000 0 1.000 0	1.000 0 0.517 4
	00.459 7	0.683 4 0.973 5	0.879 8 0.985 8	0.579 1 0.974 6	0.279 1 0.919 5	0 0.562 7
相离	0.942 5	0.741 3	0.477 3	0.299 5	0.345 5	0.580 4
相遇	0.798 7	0.793 2	0.472 0	0.254 2	0.304 0	0.441 2
相等	0.532 5	0.489 8	0.192 8	0.535 8	0.554 7	0.606 3
包含	0.442 5	0.241 3	0.251 0	0.624 8	0.657 9	0.639 3
内部	0.442 5	0.358 5	0.156 8	0.366 0	0.327 8	0.440 6
覆盖	0.266 2	0.195 3	0.413 5	0.752 9	0.784 7	0.559 4
被覆盖	0.266 2	0.352 8	0.324 6	0.511 2	0.465 0	0.386 0
相交	0.057 5	0.258 7	0.522 7	0.700 5	0.654 5	0.419 6

与I- 型模糊区域模型的交叉拓扑关系相比, 本文提出的理论具有以下优势:

- 1) 本方法基于区间 II- 型模糊区域模型, 该方法在计算拓扑关系时可以顾及隶属度误差。而 I- 型模糊区域模型和基于这类模型的拓扑关系分析方法均不具备这一优势。
- 2) 本文从边界模型、关系矩阵和矩阵单元等 3 个层面提出了拓扑关系的形式化计算方法, 满足智慧城市大环境下可能存在的多种空间知识发现的需求。
- 3) 在于基本拓扑关系的相似度计算方面, 本文采用了一种新的计算方法, 该方法可以明确地得出主要拓扑关系, 同时避免了现有方法的缺陷。另外在分析其次要拓扑关系时, 需要参考拓扑关系距离进行判断。

3 结 语

模糊拓扑关系研究是模糊地理信息科学的核心部分, 是近年来国内外研究的热点。本文从区间 II- 型模糊实体的结构划分、边界定义、 $n$ - 交拓扑关系矩阵定义及计算、相似性等方面系统讨论了区间 II- 型模糊区域拓扑关系分析方法, 同时提出了模糊拓扑关系的形式化分析思路。最后通过实例验证了本文提出分析方法的合理性。由于模糊实体本身固有的不确定性, 导致了分析结果也可能不太明确, 两个区间 II- 型模糊实体间主要拓扑关系可以明确的判定, 但是其可能存在的次要拓扑关系, 还需要结合拓扑关系距离来进一步描述。虽然这种描述存在极大的不确定性, 但是增强了拓扑关系描述的信息量。

参 考 文 献

[1] Clementini E, di Felice P. Approximate Topological Relations[J]. International Journal of Approximate Reasoning, 1997, 16 :173-204

[2] Bejaoui L, Flinet F, Bedard Y, et al. Qualified Topological Relations Between Spatial Objects with Possible Vague Shape[J]. International Journal of Geographical Information Science, 2009, 23 (7) : 877-921

[3] Guo Jifa, Cui Weihong. Modeling and Metrics of Higher Order Fuzzy Geographical Phenomena[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2012, 41 (1):139-146 (郭继发, 崔伟宏. 高阶模糊地理现象建模和度量研究[J]. 测绘学报, 2012, 41 (1) :139-146)

[4] He Jianhua, Liu Yadin, Yu Yan, et al. The Topological Relation Model for Indeterminate Geographical Objects Based on Fuzzy Close-Degree[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2008, 37 (2) : 212-216 (何建华, 刘耀林, 俞艳等. 基于模糊贴近度分析的不确定拓扑关系表达模型[J]. 测绘学报, 2008, 37 (2) :212-216)

[5] Warren R H. Boundary of a Fuzzy Set[J]. Indiana University Mathematics Journal, 1977, 26 :191-197

[6] Tang Xinming. Spatial Object Modeling in Fuzzy Topological Spaces with Applications to Land Cover Change [D]. Nijmegen, The Netherlands : Radboud University, 2004

[7] Liu Kimfung, Shi Wenzhong. Computing the Fuzzy Topological Relations of Spatial Objects Based on Induced Fuzzy Topology[J]. International Journal of Geographical Information Science, 2006, 20 (8) : 857-883

[8] Björke J. T. Topological Relations Between Fuzzy



Regions: Derivation of Verbal Terms [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2004, 141:449-467

[9] Zadeh L A. The Concept of a Linguistic Variable and Its Application to Approximate Reasoning [J]. Information Sciences, 1975, 8:199-249

[10] Fisher P, Cheng T, Wood J. Higher Order Vagueness in Geographical Information: Empirical Geographical Population of Type-II Fuzzy Sets [J]. Geoinformatica, 2007, 11:311-330

[11] Guo Jifa, Cui Tiejun. Discussion on Type-I Fuzzy Boundary and Research on Boundary Definition of High Order Fuzzy Region [J]. Telkomnika Indonesian Journal of Electrical Engineering, 2012, 10(6): 1207-1213

[12] Zeng Wenyi, Guo Ping. Normalized Distance, Similarity Measure, Inclusion Measure and Entropy of Interval-valued Fuzzy Sets and Their Relationship [J]. Information Sciences, 2008, 178: 1 334-1 342

[13] Wu Dongrui, Mendel J M. A Comparative Study of Ranking Methods, Similarity Measures and Uncertainty Measures for Interval Type-2 Fuzzy Sets [J]. Information Sciences, 2009, 179:1 169-1 192

# Formalization Research of Topological Relation Between High Order Fuzzy Regions

GUO Jifa<sup>1</sup> LIU Yujie<sup>1</sup> MAO Jian<sup>1</sup> CUI Tiejun<sup>1</sup>

<sup>1</sup> College of City and Environmental Science, Tianjin Normal University, Tianjin 300387, China

Abstract: The structure of interval type-II fuzzy regions was analyzed based on the interval type-II fuzzy region model. The n-intersection matrix and the calculation for each cell of a topological relation in an interval type-II fuzzy region were developed by extending the classical n-intersection model for crisp regions. Then, the formalization analysis method of topological relation of interval type-II fuzzy region was proposed. The similarity between topological relation matrix of interval type-II fuzzy region and eight basic topological relations was calculated and sorted, then the basic relation corresponding with the maximum similarity degree becomes the primary topological relation, therefore possible relations can be analyzed through combining the topological relation distance. The theory and method proposed by this paper was validated by a test case.

Key words: topological relation; interval type-II fuzzy set; similarity; high order vagueness; information analysis

First author: GUO Jifa, PhD, specializes in modeling and analysis of fuzzy geographical information, spatio-temporal database, spatial data uncertainty and quality. E-mail: Guojfx2004@163.com

Foundation support: The National Natural Science Foundation of China, No. 41101352; the Open Research Fund Program of Tianjin Engineering Center for Geographical Information Technology, No. 52XS1221.