

# 利用调和常数内插的局域无缝深度基准面构建方法

柯灏<sup>1</sup> 张红梅<sup>2</sup> 鄂栋臣<sup>1</sup> 赵建虎<sup>3</sup> 王胜平<sup>4</sup>

1 武汉大学中国南极测绘研究中心,湖北 武汉,430079

2 武汉大学动力与机械学院,湖北 武汉,430072

3 武汉大学测绘学院,湖北 武汉,430079

4 东华理工大学测绘工程学院,江西 南昌,310033

**摘要:**为实现局域水域垂直基准间的无缝转换,从深度基准面计算原理出发,根据潮波传播特征,提出了一种基于潮汐调和常数内插的无缝深度基准面建立方法,该方法较传统常用方法具有更高的精度和稳定性。通过长江口区域的实验验证了该方法的正确性及可行性,并在该区域建立了无缝深度基准面模型。

**关键词:**深度基准面;无缝;调和常数内插;长江口

**中图法分类号:**P229.2

**文献标志码:**A

无验潮模式下的水下地形测量和 GPS 在航潮位测量相对传统测量方式具有明显优势,但垂直基准间的转换问题不可避免<sup>[1-7]</sup>。海洋测量中主要涉及三类垂直基准面,即椭球面、大地水准面和深度基准面。椭球面和大地水准面具有连续、封闭和平滑等特点。由于验潮站空间分布的离散性、潮汐变化的地域性和时域性,深度基准呈离散、跳变和不连续等特征<sup>[1,8]</sup>。此外,由于历史原因,深度基准在局域上还可能存在计算模型不统一的情况<sup>[2]</sup>。上述问题都给基于 GPS 的大地高测量成果向海洋深度基准下的成果转换带来了困难。因此,建立一个具有统一性的连续无缝的海洋深度基准面已成为水下地形测量发展的必然,也是实现垂直基准面间无缝转换的关键<sup>[2-3]</sup>。

目前,对局域无缝深度基准面建立方法的研究较多,有深度基准面的几何内插或拟合法,如反距离加权内插、克里金法等;也有根据深度基准面的传递原理,如基于潮差比内插和最小二乘传递参数内插的连续深度基准面建立方法。几何法的精度受已知节点的数量及分布影响较大,且外推精度一般较差;后两种方法从深度基准面传递的

计算原理出发,建立连续深度基准面,符合一定的物理推理逻辑,但在潮汐性质差异较大水域,由于传递精度较差,连续深度基准面的构建精度也较差。因此,本文从深度基准面的计算原理出发,根据潮汐传播特征,提出了一种基于潮汐调和常数内插的局域无缝深度基准面构建方法。

## 1 局域无缝深度基准面构建方法原理

由于潮波可看成是由许多余弦波函数叠加而成,因此,潮波的传播也可近似认为以余弦函数波的形式传播。例如,以某一分潮  $M_2$  为例,从验潮站 A 站向验潮站 B 站传播,如图 1 所示。

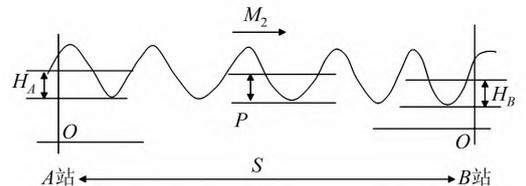


图 1 潮波传播示意图

Fig. 1 Tidal Wave Propagation

收稿日期:2013-03-25

**项目来源:**国家自然科学基金资助项目(40976061, 41176068, 41376109, 41206078);国家测绘地理信息局科技项目“极地测绘技术试验”;南北极环境综合考察与评估专项资助项目(CHINARE2013-03-03, CHINARE2013-01-03);天津滨海塘沽科技发展基金资助项目(2012CYH5-04);山东省高校海洋测绘重点实验室(山东科技大学)资助项目(2013B05);广东省科技厅科技项目(2012-02-042)。

**第一作者:**柯灏,博士后,主要从事海洋测绘研究。E-mail: kehao23@aliyun.com

由图 1 可知, A、B 两验潮站相距  $S$ ,  $M_2$  分潮的振幅在两站分别为  $H_A$  和  $H_B$ , 从 A 站传递到 B 站,  $M_2$  分潮的相位可视为均匀变化, 假设从  $\varphi_A$  匀速变到  $\varphi_B$ . 若进一步假设余弦波在传递过程中振幅的衰减也为匀速变化, 那么, 在两站中间某一未知点 P 处, 其  $M_2$  分潮的振幅值以及相位角则可由式(1)得出:

$$H_P = H_A + \frac{AP}{S}(H_B - H_A) \quad (1)$$

$$\varphi_P = \varphi_A + \frac{AP}{S}(\varphi_B - \varphi_A)$$

式中, AP 为 A 站到 P 点的距离. 根据潮波均匀传播原理及分潮相位角表达式可知 P 点的调和常数  $g_p$  可由式(2)获得:

$$g_P = g_A + \frac{AP}{S}(g_B - g_A) \quad (2)$$

式中,  $g_A$  和  $g_B$  分别表示 A、B 两站的相位迟角. 同理, 根据此方法还可继续得到 P 点其他分潮的调和常数, 然后再根据深度基准面计算模型求出未知点 P 的深度基准面值  $L$ .

上述情况属于 P 点在两验潮站之间的连线上的情况, 若 P 点不在验潮站间连线上时, 则具体可分为以下两种情况:

1) P 点处在多个验潮站包围区域内, 如图 2 所示.

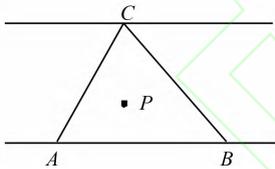


图 2 多站之间区域示意图

Fig. 2 In Area Surrounded by Tidal Gauges

图 2 中, 同样以  $M_2$  分潮为例, 假设三个验潮站的振幅和相位角迟角分别为  $H_A$ 、 $H_B$ 、 $H_C$  和  $g_A$ 、 $g_B$ 、 $g_C$ , 则 P 点处  $M_2$  分潮的振幅和迟角可通过采用距离加权求平均获得.

2) P 点不在站间连线上, 但又未处于验潮站包围区域内, 如图 3 所示.

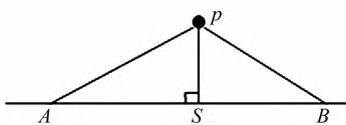


图 3 P 点在站间连线之外

Fig. 3 Outside Connection Line Between Tidal Gauges

如图 3 所示, 借助海洋测绘里水位分带改正法的思想, 将 P 点投影到 A、B 两验潮站之间的

连线上, 通过线性内插法来获得 S 点处各分潮调和常数, 且认为 S 点与 P 点处的调和常数一致, 继而根据理论最低潮面模型计算深度基准面值.

## 2 实验与分析

为验证本文所提方法的精度及稳定性, 以位于长江口区域的营船港、徐六泾、连兴港等共计 10 个长期验潮站为研究对象, 这些验潮站的空间位置关系如图 4 所示.

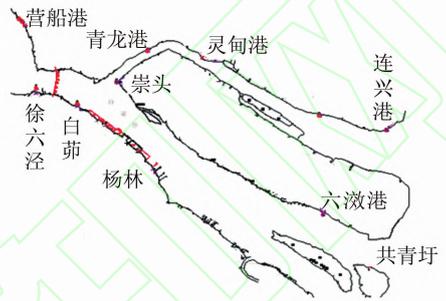


图 4 长江口验潮站分布示意图

Fig. 4 Tidal Gauges Distribution in Yangtze Estuary

在上述 10 个验潮站中, 除了灵甸港只有 1988~1989 年 2 a 的潮汐观测数据外, 其余验潮站均含有 2005~2007 年 3 a 潮汐观测数据. 现分别以各站 2006~2007 年验潮数据、灵甸港 1988~1989 年数据为研究对象, 根据弗拉基米尔的 13 分潮模型计算各站的理论最低潮面. 所得结果如图 5 所示.

图 5(a) 和 5(b) 分别表示长江口北支 4 个验潮站和南支 6 个验潮站各自平均海平面 (MSL), 理论最低潮面  $L_0$  国家 85 高程, 及理论最低潮面  $L$  的变化趋势.

现选取白茆站为理论最低潮面待求点 P, 从图 4 中分析, 徐六泾、白茆和杨林三站均布设在长江沿岸岸边, 三站的空间位置基本呈线性依次排开, 因此, 以徐六泾和杨林作为理论最低潮面的插值节点, 如图 6(a) 所示.

根据徐六泾和杨林两站潮汐调和常数, 采用调和常数内插法求解 P 点的理论最低潮面. 同时, 采用反距离加权法、克里金法和径向基函数法三种几何法, 以及潮差比内插、最小二乘传递参数内插两种方法推求 P 点的理论最低潮面. 为便于区别, 本文将基于潮汐调和常数内插、潮差比内插和传递参数内插三种方法称为物理建模法, 6 种方法的内插精度如表 1 所示.

如表 1 所示, 6 种方法的精度基本都在 5 cm

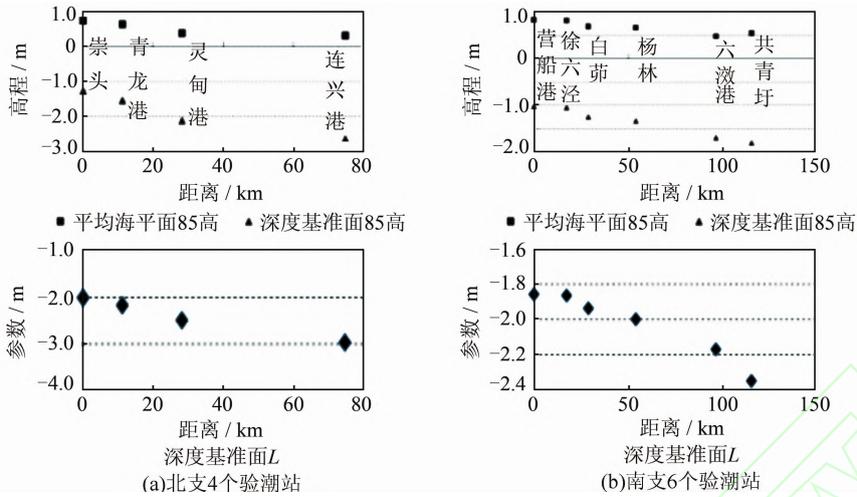


图5 南北两支验潮站平均海平面和理论最低潮面变化示意图

Fig. 5 Change Trend of Chart Datum and Mean Sea Level in North and South Branches

表1 推算白茆站精度比较

Tab. 1 Precision of Extrapolation Baimao

方法	几何建模法			物理建模方法		
	反距离加权	克里金	径向基函数	潮汐调和常数内插	潮差比内插	最小二乘传递参数内插
精度/m	-0.022	0.024	0.020	-0.049	-0.051	-0.033

以内,均达到较高水准,由于南支各验潮站的理论最低潮面 $L$ (相对于MSL)的变化较平缓,因此,无论是采用几何建模法还是物理建模方法,其精度都较高。为进一步比较上述6种方法,将待定

点 $P$ 设在杨林站。根据验潮站分布情况,可采用调和常数多站内插方法,选取白茆、崇头和六激港为插值节点,进行调和常数内插。上述6种方法结果如表2所示。

表2 推算杨林站精度比较

Tab. 2 Precision of Extrapolation Yanglin

方法	几何建模法			物理建模方法		
	反距离加权	克里金	径向基函数	潮汐调和常数内插	潮差比内插	最小二乘传递参数内插
精度/m	-0.126	-0.074	-0.066	0.029	0.040	0.110

由表2数据可知,6种方法的精度差异较大,其中,反距离加权和最小二乘传递参数内插法的误差超过10cm,本文所提的调和常数内插法精度为2.9cm,在精度上优于其余5种方法。

以六激站为理论最低潮面待求点 $P$ ,

图6(b)为 $P$ 点在六激站。根据验潮站的分布位置关系,由于 $P$ 点周围只有杨林和共青圩两个验潮站,且三者非共线。因此,将 $P$ 点投影到 $AB$ 连线上内插。每种方法精度结果如表3所示。

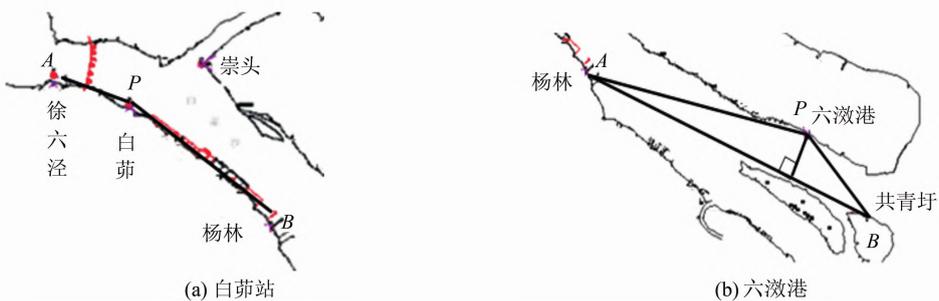


图6  $P$ 点所在区域示意图

Fig. 6 Location of Unknown Point  $P$

表 3 推算六淤站精度比较

Tab. 3 Precision of Extrapolation Liuyao

方法	几何建模法			物理建模方法		
	反距离加权	克里金	径向基函数	潮汐调和常数内插	潮差比内插	最小二乘传递参数内插
精度/m	-0.146	-0.153	-0.145	-0.020	-0.009	0.019

从表 3 中数据可知,三种几何建模法精度较差,大致在 15 cm 左右。考虑到杨林和共青圩两站相距超过 60 km,因此,不难得出当插值节点分布稀疏时,几何法精度受影响较大,反映了几何建模法的不足。反观三种物理建模法,精度均远高于几何建模法,且达到了 2 cm 以内的较高精度水准,显示了物理建模方法的优势。

在实际工程中,模型的外推精度通常具有更

大意义。因此,在下文的实验中将待求点分别设在长江口南北两支的出海口处,即  $P$  点在连兴港和共青圩两站。由于北支流域细窄狭长,且验潮站较少,并都布设在长江沿岸,因此,推求位于连兴港的  $P$  点时,采用青龙港和灵甸港作为插值节点并按距离线性外推;推求位于共青圩的  $P$  点时,采用杨林和六淤作为插值节点,同样按距离线性外推。6 种方法的外推精度结果如表 4 所示。

表 4 外推连兴港和共青圩的精度比较

Tab. 4 Precision of Extrapolation Lianxinggang and Gongqingwei

方法	几何建模法			物理建模方法		
	反距离加权	克里金	径向基函数	潮汐调和常数内插	潮差比内插	最小二乘传递参数内插
( $P$ 点在连兴港) 精度/m	0.462	0.373	0.373	0.081	0.453	—
( $P$ 点在共青圩) 精度/m	-0.108	-0.086	-0.046	0.024	0.013	0.038

根据表 4 数据,当  $P$  点在连兴港时,由于青龙港和灵甸港两站之间无同步观测数据,因此,无法采用最小二乘传递参数内插法。其余 5 种方法除了基于潮汐调和常数内插法的精度达到 10 cm 以内,其他几种方法的精度均不理想,大致处在 37~48 cm 范围内,不能满足深度基准面确定的精度要求。当  $P$  在共青圩时,每种方法精度都有不同程度的提高,其中,物理建模法精度要高于几何建模法的精度,精度优于 4 cm。几何法中反距离加权法精度最低为 10.8 cm,径向基函数最高为 4.6 cm。

结合图 4 验潮站分布概况和图 5 南北两支理论最低潮面的变化趋势可知,由于南支验潮站较多,各站的理论最低潮面变化趋势平缓,因此,当外推位于共青圩站的  $P$  点时,几何和物理建模法的精度均较高。而北支验潮站较少,理论最低潮面  $L$  变化较大,且变化规律不明显,因此,当采用几何建模法和潮差比内插法时,精度下降。此时,潮汐调和常数内插法则由于其自身计算原理的合理性及正确性,尽管精度略有下降,但仍能达到较高水准,这也充分体现了基于潮汐调和常数外推法的优势。

以长江口区域的营船港、徐六泾、连兴港、白茆、杨林、六淤港、共青圩、崇头、青龙港和灵甸港 10 个长期验潮站为插值节点,根据各自的潮汐调和常数,采用基于潮汐调和常数插值法构建无缝

深度基准面,其中,在南北两支区域分别插值计算未知点,所得最终深度基准面在北京 54 平面坐标系下的等值线图如图 7 所示。

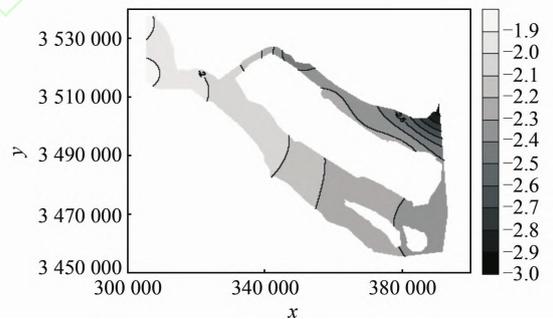


图 7 长江口连续无缝深度基准面示意图

Fig. 7 Contour Map of Seamless Chart Datum in Yangtze Estuary

### 3 结 语

本文基于潮汐调和常数插值思想,构建了长江口水域连续无缝深度基准面。该方法较好地解决了深度基准面几何模型外延精度较差的问题,即使在长江口地形环境特征复杂的北支区域,依然具有较好的外符合精度。该方法具有较好的普适性,可为其他具有若干长期或短期验潮站的水域构建无缝深度基准面提供参考。

## 参 考 文 献

- [1] Zhao Jianhu, Zhang Hongmei, Clarke J E H. Establishment of Local Seamless Vertical Datum[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2006, 31(5):448-450(赵建虎,张红梅,John E Hughes Clarke. 局部无缝垂直参考基准面的建立方法研究[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2006, 31(5):448-450)
- [2] Zhai Guojun, Huang Motao, Bao Jingyang. The Requirement and Status of Hydrographic Datum [J]. *Hydrographic Surveying and Charting*, 2003;(4) 54-58(翟国军,黄谟涛,暴景阳. 海洋测绘基准的需求及现状[J]. 海洋测绘, 2003;(4) 54-58)
- [3] Chen Yanhua, Zhou Xinghua, Sun Cuiyu, et al. Selection of the Seamless Vertical-datum Surface of Chinese Sea Area[J]. *Coastal Engineering*, 2010, 29(2):43-48 (陈艳华,周兴华,孙翠羽,李杰. 我国海域无缝垂直基准面的选择[J]. 海岸工程, 2010, 29(2):43-48)
- [4] El-Rabbany A. Development of a Seamless Vertical Reference System; Challenges and Opportunities [C]. The FIG Working Week, Paris, France, 2003
- [5] Ahmed EL-RABBANY, Ruth ADAMS. Relating Data to a Seamless Vertical Reference Surface[C]. FIG Working Week 2004, Athens, Greece, 2004
- [6] Ruth ADAMS. Seamless Digital Data and Vertical Datum[C]. The FIG Working Week, Paris, France, 2003
- [7] Gesch D, Wilson R. Development of a Seamless Multisource Topographic/Bathymetric Elevation Model of Tampa Bay[J]. *MTS Journal*, 2001, 35(4):58-64
- [8] Wang Shuangxi, Xu Jiakun, Miao Shiwei. Establishment of Seamless Depth Datum in Hydrographic Survey[J]. *Hydrographic Surveying and Charting*, 2010, 30(5):14-16(王双喜,许家琨,缪世伟. 海洋测绘中无缝深度基准的构建[J]. 海洋测绘, 2010, 30(5):14-16)

## Establishment of Regional Seamless Chart Datum Based on Tidal Harmonic Constants Interpolation

KE Hao<sup>1</sup> ZHANG Hongmei<sup>2</sup> E Dongchen<sup>1</sup> ZHAO Jianhu<sup>3</sup> WANG Shengping<sup>4</sup>

1 Chinese Antarctic Center of Surveying and Mapping, Wuhan University, Wuhan 430079, China

2 School of Power and Mechanical Engineering, Wuhan University, Wuhan 430072, China

3 School of Geodesy and Geomatics, Wuhan University, Wuhan 430079, China

4 Institute of Geomatics, East China University of Technology, Nanchang 310033, China

**Abstract:** To establish a regional seamless chart datum and achieve seamless vertical datum conversion, this paper starting from the datum calculation principle, and according to the tidal wave propagation characteristic, we propose a new method of constructing regional seamless chart datum based on the tidal harmonic constants interpolation. Firstly, the constants of unknown points in waters can be calculated by interpolation with using the known tide gauges. Secondly, we establish seamless chart datum based on these points with using a mathematical model. When compared with the traditional geometric method, it significantly improves the construction precision and overcomes the precision unstability defect. Experiments in Yangtze Estuary were performed, and the results show that the method is correct and feasible. Finally, a seamless chart datum in Yangtze Estuary was established.

**Key words:** chart datum; seamless; tidal harmonic constants interpolation; Yangtze Estuary

**First author:** KE Hao, postdoctoral, specializes in marine surveying and mapping. E-mail: kehao1984@whu.edu.cn

**Foundation support:** The National Natural Science Foundation of China, Nos. 40976061, 41176068, 41376109, 41206078; National Administration of Surveying, Mapping and Geoinformation, Science and Technology Program "Polar Mapping Technology Test"; the Polar Environment Comprehensive Inspection and Evaluation (CHINARE2013-03-03, CHINARE2013-01-03); Tianjin Binhai Tanggu Science and Technology Development Fund (2012CYH5-04); Key Laboratory of Marine Surveying and Mapping in Universities of Shandong (Shandong University of Science and Technology), No. 2013B05; Department of Communications of Guangdong Province, Science and Technology Program (2012-02-042).