

GPS/BDS 的 RTK 定位算法研究

王世进^{1,2,3} 秘金钟¹ 李得海¹ 祝会忠²

1 中国测绘科学研究院,北京,100830

2 辽宁工程技术大学,辽宁 阜新,123000

3 中国地震局第一监测中心,天津,300180

摘要:针对附加模糊度参数的 Kalman 滤波函数模型和随机模型,提出了一种确定实时动态(real-time kinematic, RTK)定位中 Kalman 滤波参数的方法。利用该算法,采用自编的 GPS/BDS RTK 定位程序处理了实测的 GPS/BDS 短基线数据,对比和分析了 GPS、BDS、GPS/BDS 三种 RTK 定位组合模式下的定位精度水平。在短基线的情况下, GPS/BDS 的 RTK 定位精度相对于 GPS 或者 BDS 没有明显提高,但是得到固定解所需的时间明显减少。

关键词:GPS/BDS; 基线数据; RTK 算法; Kalman 滤波

中图法分类号:P228.41

文献标志码:A

实现 GPS/BDS RTK 定位的核心问题是解算模糊度的整数解^[1]。虽然单历元 GPS/BDS 的卫星个数比单一的 GPS 多出许多,但是,单历元的载波相位双差法方程矩阵仍然是秩亏的,利用较少的历元的最小二乘解算,模糊度浮点解的精度不高且其协方差阵相关性高,从而导致固定模糊度需要较长的时间,显然在 RTK 定位中并不适用。

Kalman 滤波理论作为一种重要的最优估计理论,被广泛应用于 GNSS 定位。本文利用附加模糊度参数的 Kalman 滤波,实时更新状态向量及其方差-协方差阵,估算参数的浮点解。但是在滤波过程中,如果函数模型和滤波参数不准确,会影响滤波的精度和收敛速度^[2]。

本文针对无偏的函数模型和随机模型,提出了一种确定 RTK 定位中 Kalman 滤波参数的方法。根据该算法编制 GPS/BDS RTK 定位软件,解算了 GPS/BDS 实测的短基线数据。从定位结果可以看出,BDS 的 RTK 定位精度和 GPS 相当, GPS/BDS 的 RTK 定位模糊度固定的效率相对于单系统有所提高。

1 GPS/BDS 的 RTK 定位算法

1.1 GPS/BDS 的 RTK 定位数学模型

GPS/BDS 伪距和相位双差观测方程为^[3]:

$$\begin{aligned}\Delta P_i &= \Delta \rho + \Delta \text{trop} + \Delta \text{ion}_i + \Delta n_{P_i} \\ \lambda_i \Delta \varphi_i &= \Delta \rho + \Delta \text{trop} - \Delta \text{ion}_i - \\ &\quad \lambda_i \Delta N_i + \Delta n_{\varphi_i}\end{aligned}\quad (1)$$

式中, Δ 为双差算子; P_i 是伪距观测值, 下标 i 表示频率; φ_i 是以周为单位的载波相位观测值; λ_i 为波长; ρ 是站星间的几何距离; N_i 是整周模糊度; trop 和 ion 是对流层和电离层延迟误差(在短距离的 RTK 定位中可以很好地消除); n 是观测噪声和多路径效应。式(1)适用于 GPS 和 BDS。

将两系统同一历元的观测方程联合求解^[3], 简化后的 GPS/BDS 载波相位相对定位的法方程的矩阵式为:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}^G & \mathbf{B}^G & 0 \\ \mathbf{A}^C & 0 & \mathbf{B}^C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{d}X \\ \Delta \mathbf{N}^G \\ \Delta \mathbf{N}^C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{V}L^G \\ \Delta \mathbf{V}L^C \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{x^1 - x_0}{\rho_0} & \frac{y^1 - y_0}{\rho_0} & \frac{z^1 - z_0}{\rho_0} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{x^n - x_0}{\rho_0} & \frac{y^n - y_0}{\rho_0} & \frac{z^n - z_0}{\rho_0} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda \end{bmatrix} \quad (4)$$

式(2)中, dX 是三维坐标改正; ΔN 为双差整周模糊度; 上标 G 表示 GPS 卫星; C 表示 BDS 卫星。式(3)中, (x_0, y_0, z_0) 是接收机坐标初值(一般采用单点定位获得^[3]); (x^n, y^n, z^n) 是卫星坐标; ρ_0 是接收机和卫星之间的几何距离初值。式(4)中, λ 是载波波长。若单个历元两测站共视 n 颗 GPS 和 BDS 卫星, 可列 $n-2$ 个双差方程。但是, 其中有 $n+1$ 个未知数(3 个坐标参数和 $n-2$ 个模糊度参数), 所以法方程的矩阵是秩亏的。根据伪距和载波相位的测量精度, 按照 $1:10\,000$ 的权比联合解算伪距和载波相位双差观测方程, 可以改善法方程病态性, 提高模糊度的收敛速度。

1.2 GPS/BDS 的 RTK 定位算法

1.2.1 RTK 定位中的 Kalman 滤波模型

Kalman 滤波离散化模型中的状态向量为:

$$\mathbf{X}_k = [x_k \dot{x}_k \ddot{x}_k y_k \dot{y}_k \ddot{y}_k z_k \dot{z}_k \ddot{z}_k \Delta N_1 \dots \Delta N_{n-2}] \quad (5)$$

式中, 前 9 个是位置参数, 包括三维坐标、三维速度和三维加速度参数; 下标表示历元; ΔN 是双差模糊度参数。在 RTK 定位中, 当前位置参数利用前一步的预报值确定, 如果不发生周跳, 认为双差模糊度参数是连续的, 因此, 可以利用位置均值的自适应算法^[4]给出状态方程及预测值的方差阵:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{k,k-1} &= \Phi_{k,k-1} \mathbf{X}_{k-1,k-1} \\ \mathbf{P}_{k,k-1} &= \Phi_{k,k-1} \mathbf{P}_{k-1} \Phi_{k,k-1}^T + \mathbf{Q}_{k-1} \end{aligned} \quad (6)$$

式中, \mathbf{Q}_{k-1} 是系统噪声阵; $\Phi_{k,k-1}$ 是状态转移矩阵, 采用基于当前历元的加速度统计模型确定:

$$\Phi_{k,k-1} = \begin{bmatrix} F_x & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & F_y & 0 & 0 & & 0 \\ 0 & 0 & F_z & 0 & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & & 0 \\ \vdots & & & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中,

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & dt & \frac{dt^2}{2} \\ 0 & 1 & dt \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中, dt 是采样间隔。

利用上述模型计算 Kalman 滤波过程, 首先, 计算增益矩阵:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k,k-1} \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad (9)$$

式中, \mathbf{P} 是估计参数的权阵; \mathbf{H} 是线性化后参数的系数矩阵; \mathbf{R} 是观测值的误差方差阵。然后, 更新

观测值即得到参数的最优估计值:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_k &= \mathbf{X}_{k,k-1} + \mathbf{K}_k \mathbf{v}_k \\ \mathbf{P}_{k,k} &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k^T) \mathbf{P}_{k,k-1} \end{aligned} \quad (10)$$

式中, \mathbf{X}_k 为更新后的参数估计值即浮点解; \mathbf{v} 为双差观测方程的残差项; $\mathbf{P}_{k,k}$ 是参数更新后的方差协方差阵。

将上述 Kalman 滤波模型应用于 RTK 定位可以得到很好的结果, 但是, 如果观测值的误差消除不够或者滤波参数的初始值设置不当, 则会导致滤波的精度不高, 需要较长的初始化时间才能得到较高精度的浮点解及其协方差阵。

1.2.2 Kalman 滤波参数确定

针对上述 Kalman 滤波的函数模型和随机模型, 本文提出了一种确定 RTK 定位中 Kalman 滤波参数的方法, 可以使滤波快速收敛, 仅需几个历元即可得到厘米级的定位结果。

首先是估计参数 \mathbf{X}_0 及其误差方差阵 $\mathbf{P}_{0,0}$ 初值的确定, \mathbf{X}_0 中的三维坐标和速度参数分别用伪距单点定位和多谱勒观测值计算得到, 加速度参数初值设为零, 模糊度初始值由伪距和相位观测值计算得到。 $\mathbf{P}_{0,0}$ 初始值取一个对角阵, 对角线上的元素取值按照参数间的权比确定。

观测误差方差阵 \mathbf{R} 是影响增益矩阵的重要因素, 因此, 观测误差方差阵直接影响滤波的收敛速度和精度。 \mathbf{R} 主要分为相位的观测误差和多路径效应等误差, 根据卫星的载波相位观测值的观测精度(波长的百分之一), 可以确定其在天顶时观测误差的标准差为 $\delta_\varphi = 0.0003$, 而噪声和多路径效应在卫星信号在低高度角时的影响较大^[5], 故可依据高度角映射这一误差方差, 根据误差传播定律求出观测误差方差:

$$\delta_i^2 = 2.0(\delta_\varphi^2 + \frac{\delta_\varphi^2}{\sin^2 \theta}) \quad (11)$$

式中, δ_i^2 代表卫星 i 的观测噪声方差($i=0$ 代表参考星); θ 是卫星高度角。考虑双差观测值的相关性, 依据式(11)可以确定观测误差方差阵 \mathbf{R} :

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \delta_1^2 + \delta_0^2 & \delta_0^2 & \cdots & \delta_0^2 \\ \delta_0^2 & \delta_2^2 + \delta_0^2 & \cdots & \delta_0^2 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \delta_0^2 & \delta_0^2 & \cdots & \delta_i^2 + \delta_0^2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

式中, δ_0^2 是参考星的观测误差方差; δ_i^2 是其余星的观测误差方差。

系统噪声阵 \mathbf{Q}_{k-1} 同样影响增益矩阵的值和最终的滤波估值。在实时处理静态或匀速运动的 GPS/BDS 数据时, 系统变化平稳, 系统噪声阵可采用零矩阵。

1.2.3 浮点解转换为固定解

得到模糊度的浮点解及其协方差阵后,采用MLAMBDA方法^[6]固定模糊度,然后由式(13)直接解求固定解:

$$\hat{\mathbf{X}} = \tilde{\mathbf{X}} + Q_{\tilde{\mathbf{N}}\tilde{\mathbf{N}}}^{-1}(\hat{\mathbf{N}} - \tilde{\mathbf{N}}) \quad (13)$$

式中, $\hat{\mathbf{X}}$ 为三维坐标固定解; $\tilde{\mathbf{X}}$ 为三维坐标浮点解; $\hat{\mathbf{N}}$ 为模糊度固定解; $\tilde{\mathbf{N}}$ 为模糊度浮点解; $Q_{\tilde{\mathbf{N}}\tilde{\mathbf{N}}}$ 是坐标参数和模糊度参数的协方差阵; $Q_{\tilde{\mathbf{N}}\tilde{\mathbf{N}}}^{-1}$ 是模糊度协方差的逆矩阵。

2 GPS/BDS的RTK定位结果与精度分析

2.1 31 m 超短基线 GPS/BDS 数据 RTK 定位精度分析

GPS/BDS 数据是用和芯星通 GPS/BDS 双频接收机在北京房山采集的,两个站点在 CGCS2000 中的精确坐标已知,观测时间为 2012-07-18,采样间隔 1 s,分别采用 GPS、BDS、GPS/BDS 数据进行解算。

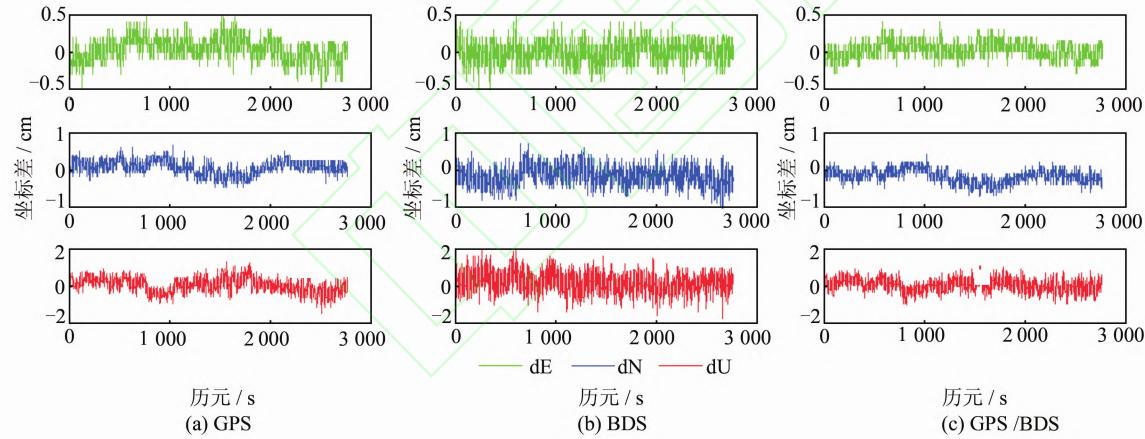


图 1 31 m 基线数据坐标差

Fig. 1 Coordinates Deviation for 31 m Baseline

2.2 17 km 短基线 GPS/BDS 数据 RTK 定位精度分析

17 km 的 GPS/BDS 数据是用和芯星通 GPS/BDS 双频接收机在河北采集的,两测站在 CGCS2000 中的精确坐标已知,观测时间为 2012-12-13,采样间隔 1 s,分别采用 GPS、BDS、GPS/BDS 数据进行解算。

图 2 是 17 km 短基线 RTK 定位中 E、N、U 三个方向的坐标误差,表 3 是 17 km 短基线 RTK 定位结果的均方根误差(RMS),表 4 是 17 km 短基线 GPS、BDS、GPS/BDS 的 RTK 定位中得到基线固定解所用的时间。

图 1 是 31 m 超短基线 RTK 定位中 E、N、U 三个方向的坐标误差。表 1 是 31 m 超短基线 RTK 定位结果绝对误差的均方根误差(RMS),表 2 是 31 m 超短基线 GPS、BDS、GPS/BDS RTK 定位中得到基线固定解所用的时间。

从图 1、表 1 和表 2 中的结果可以看出, GPS、BDS、GPS/BDS 的 RTK 都可以在单历元得到定位精度在 1 cm 左右的固定解, GPS/BDS 的 RTK 定位精度相对于单个系统没有明显的改善。

表 1 31 m 基线绝对误差 RMS/mm

Tab. 1 RMS of Absolute Bias for 31 m Baseline/mm

卫星系统	E 分量误差	N 分量误差	U 分量误差
GPS	1.5	1.9	3.8
BDS	1.4	3.4	6.3
GPS/BDS	1.1	2.1	3.9

表 2 解算固定解时间/s

Tab. 2 Time for Fixed Solution/s

卫星系统	时间
GPS	1
BDS	1
GPS/BDS	1

图 1 31 m 基线数据坐标差

表 3 17 km 基线绝对误差 RMS 值/mm

Tab. 3 RMS of Absolute Bias for 17 km Baseline/mm

卫星系统	E 分量误差	N 分量误差	U 分量误差
GPS	5.4	6.4	23.3
BDS	5.9	9.1	27.6
GPS/BDS	5.7	6.9	25.2

表 4 解算固定解时间/s

Tab. 4 Time for Fixed Solution/s

卫星系统	时间
GPS	7
BDS	6
GPS/BDS	4

从图2和表3中的结果可以看出, GPS、BDS、GPS/BDS 均可在10个历元内得到厘米级的定位结果,且平面定位精度在2 cm以内,高程精度在5 cm以内。GPS/BDS的RTK定位精度相对于单系统的定位精度没有明显的改善。表4

中的结果表明, GPS、BDS、GPS/BDS 的RTK定位都可以在10个历元内得到固定解,双系统得到固定解所用的时间明显比单个系统少, GPS/BDS的模糊度的固定效率相对于单系统明显提高。

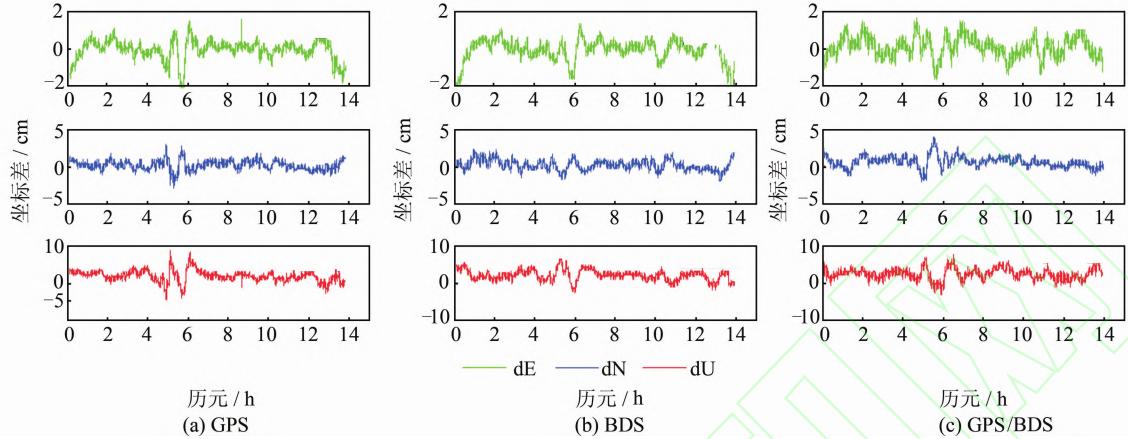


图2 17 km 基线数据坐标差

Fig. 2 Coordinates Deviation for 17 Kilometer Baseline

3 结语

本文介绍了附加模糊度参数的Kalman滤波在GPS/BDS高精度定位中的应用,提出了一种适合GPS/BDS RTK定位的Kalman滤波参数确定方法。

从本文的实验结果可以看出,短基线情况下GPS、BDS、GPS/BDS的RTK定位精度都可以在数个历元内达到厘米级,符合RTK的定位精度要求。虽然GPS/BDS的RTK定位精度相对于GPS或者BDS没有明显的提高,但是得到固定解所需的时间明显减少,这表明了GPS/BDS联合定位的优势所在,为今后的研究提供了一些有益的参考。

参 考 文 献

- [1] Hofman-Wellenhof B, Wasle L H. GNSS-Global Navigation Satellite Systems GPS, GLONASS, Galileo & More [M]. Beijing: Surveying and Mapping Press, 2008:146-178(霍夫曼-韦伦霍夫 B, 利希特内格尔·H·瓦斯勒. 全球卫星定位系统 GPS, GLONASS, Galileo 及其他系统 [M]. 程鹏飞, 蔡艳辉, 文汉江, 等, 译. 北京: 测绘出版社, 2008:146-178)

- [2] Song Yingcun. Research on Kalman Filter in Kinematic Positioning [D]. Changsha: Central South University, 2002(宋迎春. 动态定位中的 Kalman 滤波研究 [D]. 长沙: 中南大学, 2002)
- [3] Gao Xingwei, Guo Jingjun, Cheng Pengfei, et al. Fusion Positioning of BeiDou/GPS Based on Spatio Temporal System Unification [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2012, 41(5):744-748(高星伟, 过静珺, 程鹏飞, 等. 基于时空统一的北斗与 GPS 融合定位 [J]. 测绘学报, 2012, 41(5):744-748)
- [4] Gao Weiguang, Yang Yuanxi, Zhang Shuangcheng. Adaptive Robust Kalman Filtering Based on the Current Statistical Model [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2006, 35(1):15-18(高为广, 杨元喜, 张双成. 基于当前加速度模型的抗差自适应 Kalman 滤波 [J]. 测绘学报, 2006, 35(1):15-18)
- [5] Cai Yanhui, Cheng Pengfei, LI Xiyin. Kinematic Point Positioning with Kalman Filtering [D]. Bulletin of Surveying and Mapping, 2006 (7): 6-8(蔡艳辉, 程鹏飞, 李夕银. 用 Kalman 滤波进行 GPS 动态定位 [J]. 测绘通报, 2006(7):6-8)
- [6] Teunissen P J G. The Least-Squares Ambiguity Decorrelation Adjustment: A Method for Fast GPS Integer Ambiguity Estimation [J]. *Journal of Geodesy*, 1995, 70(1/2):65-82)

Real-Time Kinematic Positioning Algorithm of GPS/BDS

WANG Shijin^{1,2,3} BEI Jinzhong¹ LI Dehai¹ ZHU Huizhong²

1 Chinese Academy of Surveying and Mapping, Beijing 100830, China

2 School of Geomatics of Liaoning Technical University, Fuxin 123000, China

3 The First Monitoring Center of China Earthquake Administration, Tianjin 300180, China

Abstract: Based on the Kalman filter function and stochastic models with ambiguity parameters, a new algorithm is proposed for determining the parameters of the Kalman filter in RTK positioning. The actual measured short baseline data of GPS/BDS is processed by a self-compiled GPS/BDS RTK positioning program using this algorithm. It employs only a few epochs to give centimeter level positioning results. Positioning results for three modes using BDS, GPS and BDS/GPS are compared and analyzed. In case of short baselines, the RTK positioning accuracy of GPS/BDS is not improved noticeably relative to GPS or BDS. However it takes less time to get a fixed solution for GPS/BDS. This analysis provide reference point for further GPS/BDS positioning research.

Key words: GPS/BDS; baseline data; RTK algorithm; Kalman filter

First author: WANG Shijin, postgraduate, specializes in the algorithm and application of GNSS for Real-Time Kinematic positioning. E-mail: 275201600@qq.com

Foundation support: The National 863 Program of China, No. 2011AA120503; the National Key Technology R&D Program, No. 2012BAB16B01; the National High-tech R&D Program of China, No. 2013AA122501; Research Foundation of China Academy of Surveying and Mapping, No. 7771116.

(上接第 615 页)

constructed considering the precision difference between different source data. Experimental results demonstrate that the proposed method can utilize multi-source tidal data and improves the quality of coastal low water models, which can meet the demand for special applications such as extracting low tide lines.

Key words: hydrographic surveying and charting; coastal low water model; lowest normal low water; TCARI; multi-data

First author: LI Ning, PhD candidate, specializes in digital charting and oceanic GIS. E-mail: lining1986121@163.com

Corresponding author: ZHANG Lihua, PhD, professor, PhD supervisor. E-mail: zlhua@163.com

Foundation support: The National Natural Science Foundation of China, No. 41171349; National High Technology Research and Development Program of China, No. 2012AA12A406.