

# 等高线拓扑关系的构建以及应用

王 涛<sup>1</sup> 毋河海<sup>1</sup>

(1 武汉大学资源与环境科学学院, 武汉市珞喻路 129 号, 430079)

**摘 要:** 提出了等高线拓扑关系的描述框架, 其规范化描述形式具有更强的适用性, 使用三角网作为工具设计了建立拓扑关系的算法。以提出的拓扑关系描述为基础, 具体实现了等高线高程自动赋值, 处理过程可以同时考虑开曲线(包括断线)和闭曲线, 提高了可靠性和自动化程度, 并进一步将断线连接为完整目标, 减少了人机交互的编辑工作。

**关键词:** 等高线; 拓扑关系; 高程自动赋值; 断线连接  
中图法分类号: P283.1; P283.7

在传统地图和地理信息系统的地貌表达中, 等高线占有很重要的地位。而在生产实践中, 等高线数据的自动获取占用了大量的人力<sup>[1, 2]</sup>。使用数字化仪采集等高线数据的劳动量大、误差率高, 自动或者半自动矢量化扫描地图的方法较大程度上减轻了作业员手工采集等高线平面定位数据的工作, 但是往往由于扫描图质量以及原始地图数据表达本身的原因, 这种途径获取的等高线并不能保证目标的完整性<sup>[3]</sup>。另一方面, 矢量化获得的等高线必须被赋以高程值后才具有完整的意义, 这一任务也可以通过一定程度的自动化方式来完成, 以进一步简化重复性的劳动, 降低出错的可能性。

为了能够在等高线的各种处理中最大程度上实现自动化, 以往的研究试图在面条数据的等高线图中, 根据图形之间的关系建立起某种树结构, 以表达等高线之间的空间邻近关系, 有关研究见文献[1, 4~8]。本文基于三角网数据结构建立起等高线之间的拓扑关系, 以此关系为指导, 实现了对上述以及相关问题高效而简洁的一体化解决途径。

## 1 基于三角网等高线拓扑关系的建立

在等高线树中, 如果两个节点一阶连通, 那么这两个节点所表示的等高线或者等高线之间的区域便在空间上是一阶相邻的(如图 1), 而这种相

邻在等高线图上连续的, 从局部开始能够以类似于空间目标拓扑检索<sup>[9]</sup>的方式遍历全图。因此, 如果已知局部信息, 则可以利用此相邻关系并依据等高线的固有性质, 将信息传播至其他部分, 这样就实现了减少输入、提高自动化程度的目的。同时, 作为等值线的一种, 等高线上各点高程相等, 而其两侧地形的高程分处其上下, 所以总可以在局部找到高程变化单调的地形, 将此单调性称之为方向性, 并进一步认为等高线是具有方向的。在数字环境中, 等高线的方向性是通过其作为矢量线的方向体现出来的, 当矢量线方向确定后, 对等高线而言, 或左高右低, 或左低右高。后续讨论以前者作为处理原则, 如图 1(a)中  $a$  与  $b$  的方向。基于上述两个特点, 本文以三角网(TIN)为工具建立起等高线拓扑关系。

### 1.1 等高线中 CDT 的构建

作为对欧氏空间的一种几何剖分, 三角网是十分有效的工具, 尤其是 Delaunay 三角网(DT)在地理信息自动化处理中的应用极为广泛<sup>[10]</sup>。为了适应广泛的应用目的, 人们在定义理想空间散列点上的 DT 中插入线目标, 使之扩展成为约束型 Delaunay 三角网(CDT)<sup>[11]</sup>。本文使用 CDT 作为手段, 在相邻等高线之间建立起拓扑关系。

CDT 常用的构造算法分为两步。首先以目标的所有节点为散列点建立 DT, 然后将目标的边逐次插入, 并局部修正 DT, 使得目标边成为

DT 中三角形的边。嵌入目标边的方式有两种:  
 ① 不在目标上插入新点, 将与目标边相交的三角形提取出来, 并以其外边界构成多边形, 然后以目标边为界将多边形分为两个, 最后用 DT 分别剖分两个子多边形, 并将结果组合至已有的 DT 中。从局部即目标边两侧而言, 三角网可能不满足 DT 的性质。② 在目标边与 DT 边某些相交的地

方新增节点, 并插入 DT 中, 再修正 DT, 最后形成的三角网处处满足 DT 的性质, 因此只能称其过程是约束的。本文采用了第二种方式, 其构成的 DT 从形状上讲相对规则。另外, 这种方法在依次向 DT 中嵌入目标时, 有可能引起已有的 DT 与已经嵌入的目标产生相交, 因此, 需要多次迭代才能得到最终结果(如图 2)。

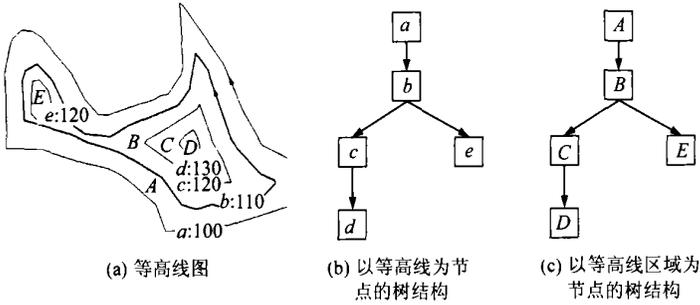


图 1 树结构表达的等高线关系

Fig. 1 Contour Tree for Topological Relation of Contour Lines

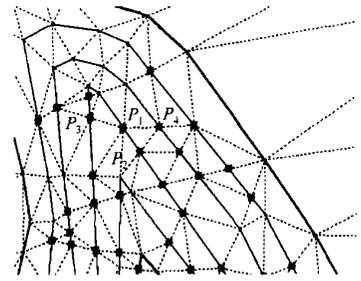


图 2 迭代构建等高线上的 CDT

Fig. 2 Iterative Construction of CDT

### 1.2 基于 DT 的等高线拓扑关系

等高线从本质上讲是一维曲线, 作为几何基元, 其两两之间的拓扑关系只可能是相离。考虑到它所表达的是地貌要素, 本身还关联有高程信息, 因此, 需要扩展一般意义上的空间关系, 使之能够蕴含平面和高程上的信息, 对等高线之间的相离进行更准确的描述。

将建立在等高线上的 DT 三角形的边分为三类, 第一类边的两个端点在同一个目标上, 并且在目标上的点序是前后相邻的, 如图 2 中边  $P_1P_2$ ; 第二类边的两个端点在同一目标上, 在目标上的点序不相邻, 如图 2 中边  $P_1P_3$ ; 第三类边的两个端点不在同一个目标上, 如图 2 中边  $P_1P_4$ 。

对于两根等高线  $c_1, c_2$ , 其高程分别记为  $H(c_1), H(c_2), \Delta H$  为等高距。

定义 1 比邻等高线。对于 CDT 中的第三类边, 称其两端点各自所在的等高线  $c_1$  与  $c_2$  是空间邻近的。① 若空间邻近等高线  $c_1$  与  $c_2$  满足  $H(c_2) - H(c_1) = 0$ , 则记  $N_0(c_1) = c_2, N_0(c_2) = c_1$ 。② 若空间邻近等高线  $c_1$  与  $c_2$  满足  $H(c_2) - H(c_1) = \Delta H$ , 则记  $N_1(c_1) = c_2, N_{-1}(c_2) = c_1$ 。称具有  $N_{-1}, N_0$  或者  $N_1$  关系的两根等高线为比邻等高线对, 记为:

$$N_k(c_1, c_2) = 1, k = \begin{cases} 0, & c_1 \text{ 与 } c_2 \text{ 零阶比邻} \\ -1 \text{ 或 } 1, & c_1 \text{ 与 } c_2 \text{ 一阶比邻} \end{cases}$$

记  $M(\cdot)$  为取模函数, 有  $M(N_0) = 0$  (零阶比邻),  $M(N_1) = M(N_{-1}) = 1$  (一阶比邻)。该关

系存在如下性质。

- 1) 如果等高线  $c_1, c_2, c_3$  满足  $N_1(c_2) = c_1, N_1(c_2) = c_3$  (或  $N_{-1}(c_2) = c_1, N_{-1}(c_2) = c_3$ ), 则有  $N_0(c_1) = c_3, N_0(c_3) = c_1$ 。
- 2) 如果等高线  $c_1, c_2, c_3$  满足  $N_0(c_1) = c_2, N_1(c_2) = c_3$  (或  $N_{-1}(c_2) = c_3$ ), 且  $c_1, c_3$  在  $c_2$  的同侧, 则有  $N_1(c_1) = c_3$  (或  $N_{-1}(c_1) = c_3$ )。

如图 1(a), 有  $H(b) - H(a) = H(c) - H(b) = H(d) - H(c) = \Delta H, H(c) = H(e)$ , 则  $N_1(a) = b, N_3(a) = d; N_{-1}(b) = a, N_1(b) = c, N_1(b) = e; N_{-1}(c) = b, N_0(c) = e, N_1(c) = d; N_{-1}(d) = c; N_{-1}(e) = b, N_0(e) = c$ 。

对于任意两根等高线  $c_1, c_2$ , 如果不存在  $N_1(c_1) = c_2$ , 则记  $N_1(c_1, c_2) = 0$ 。

对于等高线  $c_1$  上的一点, 如果存在 DT 中的一条第三类边与之相连, 并且该边的另一端点与等高线  $c_2$  在  $c_1$  的同侧, 则称该点是  $c_1$  相对于  $c_2$  的有效点。如图 2, 点  $P_1, P_2, P_3$  是等高线  $c$  相对于  $b$  的有效点, 点  $P_1, P_2$  是  $c$  相对于  $d$  的有效点,  $P_3$  不是  $c$  相对于  $d$  的有效点。

定义 2 邻近度。给定等高线  $c_1, c_2$ , 设 DT 中两端点在  $c_1, c_2$  上的第三类边的数目为  $N_{e12}$ ,  $c_1$  相对于  $c_2$  的有效点数为  $N_{v12}$ ,  $c_2$  相对于  $c_1$  的有效点数为  $N_{v21}$ , 则等高线  $c_1$  相对于  $c_2$  的邻近度为:

$$D(c_1, c_2) = N_{e12} / N_{v12}$$

$c_2$  相对于  $c_1$  的邻近度为:

$$D(c_2, c_1) = N_{e12} / N_{v21}$$

## 同时记

$$D_{c_1 c_2} = \max(D(c_1, c_2), D(c_2, c_1))$$

并将其称为等高线对  $(c_1, c_2)$  的邻近度。

### 1.3 等高线拓扑关系的建立

在等高线图上建立 DT 后, 根据前文的原则, 以等高线为节点元素, 通过遍历 DT 中的所有第三类边, 便可将等高线之间的比邻关系记入表格 ContNeighbor 中。ContNeighbor 的每条记录的结构如下。

```
struct Node
{
  long HighNeighbor [ ] [ 2 ];
  long LowNeighbor [ ] [ 2 ];
  long EquaNeighbor [ ] [ 2 ];
}
```

在上述结构中, HighNeighbor、LowNeighbor 和 EquaNeighbor 分别记录与本节点所代表的等高线存在  $N_1$ 、 $N_{-1}$ 、 $N_0$  关系的比邻等高线, 因为每种关系对应的元素可能会有多个, 所以每种关系都使用数组来存放, 每个二维数组的每一行有两个元素, 第一个记录比邻等高线标识符, 第二个是对应等高线相对于当前等高线的邻近度。对于某些具有  $N_0$  关系的等高线对, 有可能不存在第三类边的两个端点分在其上, 因此, 需要利用上述性质进一步分析, 得到零阶比邻的等高线, 最后按照邻近度对各目标减序排列。表 1 是图 3 的拓扑关系表, 其中  $e$  和  $f$  之间没有第三类边, 但满足  $N_1(d)=e$ ,  $N_1(d)=f$ , 且  $e, f$  在  $d$  的同侧, 因此可得  $N_0(e)=f$ ,  $N_0(f)=e$ 。

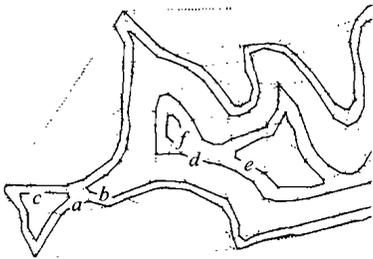


图 3 等高线样图

Fig. 3 Contour Map

表 1 拓扑关系记录表

Tab. 1 Record of Topological Relation

	高	低	等
$a$	$bc$		
$b$	$d$	$a$	$c$
$c$		$a$	$b$
$d$	$ef$	$b$	
$e$		$d$	$f$
$f$		$d$	$e$

注:  $H(e)-H(d)=H(d)-H(b)=H(b)-H(a)=\Delta H$ ,  $H(e)=H(f)$ ,  $H(b)=H(c)$ 。

为了将等高线调整为左高右低, 需要为待处

理等高线找到一根参考等高线。参考等高线有两种: ① 高程与当前等高线不同; ② 高程与当前等高线相同, 并且方向已经调整为左高右低。因此, 这个处理过程分为两步, 第一步处理能够找到相邻且高程不同的等高线, 具体步骤如下。

- 1) 取未经本步处理的下一等高线  $a$ , 若没有, 则转至第二步;
- 2) 依次取  $a$  上连续两点  $a_1, a_2$ , 若未到尾部, 则至 3), 否则  $a$  需待第二步处理, 返至 1);
- 3) 取 DT 中在有向线段  $a_1 a_2$  左右、且与之分别构成三角形的两点  $Pk_1, Pk_2$ ;
- 4) 若  $k_1$  或  $k_2$  所在的等高线  $b$  满足  $N_0(a) \neq b$  (不妨设  $k_1$ ), 则继续至 5), 否则返回至 2);
- 5) 若  $N_1(a)=b$ , 且  $k_1$  在有向线段  $a_1 a_2$  之右, 或者  $N_{-1}(a)=b$ , 且  $k_1$  在有向线段  $a_1 a_2$  之左, 则继续至 6), 否则返回至 1);
- 6) 将等高线  $a$  的点串反向, 返回至 1)。

第二步是以已经完成方向调整的等高线为参照, 修改未处理的等高线的方向。具体步骤如下。

- 1) 取未处理过的下一等高线  $a$ ;
- 2) 若 DT 中与  $a$  上连续两点  $a_1, a_2$  构成三角形的第三点  $b_n$  所在的  $b$  已经处理过, 则继续, 否则返回 1);
- 3) 在  $b$  上取连续两点  $b_1, b_2$ , 若可以找到  $a$  上一点  $a_m$  与该两点构成 DT 中的一个三角形, 则继续, 否则返回 1);
- 4) 若  $b_n$  在有向线段  $a_1 a_2$  之左(右), 且  $a_m$  亦在有向线段  $b_1 b_2$  之左(右), 则标记  $a$  为处理过, 否则将等高线  $a$  的点串反向, 并标记  $a$  为处理过, 返回至 1)。

第二步处理的是某些鞍部的情形, 但是无法处理区域内全部等高线高程相同的情形。如图 4, 等高线  $a, b, e$  在第一步中得到处理, 而  $c, d$  是在第二步中处理的。

## 2 应用

### 2.1 等高线高程自动赋值

上文是在假定参与处理的等高线高程已知的前提下进行的, 因此, 对于面条型矢量等高线图, 需要已知局部的完整信息才能建立起拓扑关系, 然后根据比邻关系的连续性将这些信息传播至其他部分。在此, 对等高线图中非鞍部区域将 §1.3 定义的比邻关系进行扩展。

性质 1 如果空间比邻等高线对  $c_1, c_2$  的邻近度  $D_{c_1 c_2}$  大于给定阈值, 且  $c_2$  在  $c_1$  之左(或右),

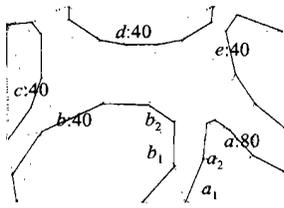


图 4 调整鞍部等高线方向

Fig. 4 Adjustment of Contour Lines' Direction at Saddle

则有  $N_1(c_1) = c_2$  (或  $N_{-1}(c_1) = c_2$ ), 进一步有  $H(c_1) + \Delta H = H(c_2)$  (或  $H(c_1) - \Delta H = H(c_2)$ )。

在等高线图中, 构建三角网的目的是确定等高线的邻近次序, 给定某根等高线高程以及方向, 构建局部等高线拓扑关系, 依据性质 1 计算其相邻目标高程值并调整方向, 继而按照邻近次序以新目标为起点推演赋值操作。自动赋值的过程中, 等高线间的拓扑关系也同时建立。对于生产实践中的等高线图, 指定何处的等高线作为已知高程是很重要的。分析等高线图可以看出, 鞍部的存在使得区域内高程的变化是呈非单调的, 进而使得自动推演高程值存在不确定性, 必须选择一条等高线, 使得按照邻近关系的推演在高程变换处不至于产生歧义, 因此, 指定高程的第一条等高线不应当高于最低鞍部。另一方面, 为了将其调整为特定方向, 还需要另外指定一条高程不同的等高线, 较好的选择是第一条等高线的一阶比邻者, 这样同时可以得到等高距。具体过程如下。

1) 在等高线图中构建三角网, 计算目标之间的邻近关系。

2) 遵照上文所提及的原则, 人机交互地选择两条等高线  $c_1$ 、 $c_2$  并赋高程值, 两者相互为参照将方向调整为左高右低, 若  $c_1$  之右存在等高线, 则认为是鞍部, 赋高程值  $H(c_1)$ , 调整方向后作为已知等高线。

3) 假设当前等高线  $a$  的高程为  $H(a)$ , 计算满足性质 3 的目标集合  $S(N_1)$  和  $S(N_{-1})$ , 分别为其中未赋值的等高线赋高程值  $H(a) + \Delta H$ 、 $H(a) - \Delta H$ , 并调整方向, 迭代本步处理。

4) 当前目标之左为空时, 上述的迭代过程中止。在某些情形下, 这种准则会导致赋值的错误。如图 5,  $a$  为当前已知高程的等高线,  $b$ 、 $c$  为未知, 如果在实际情况中  $b$  与  $a$  等高, 那么按照上述原则对  $b$ 、 $c$  的赋值将是错误的, 因此, 需要再指定最高高程或最高等高线。在图 5 中, 可以指定  $g$  为最高等高线, 这样当迭代赋值进行到  $g$  后, 以  $g$  为新的起点, 反向检验其右侧已经赋值的等

高线(如  $b$ ), 并赋予新的值。

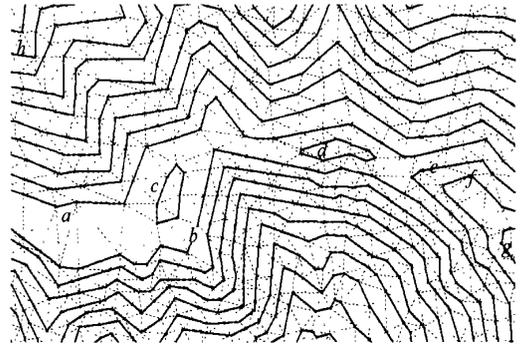


图 5 等高线自动赋值

Fig. 5 Automatic Labeling of Contour lines

上述过程是针对正向地貌而言的, 对于局部高地无需交互, 但是如果存在洼地, 则需要采取类似于步骤 4) 的方式来指定改向等高线。对于变等高距的等高线图, 需要将高度表作为规则, 用于指导高程赋值过程中增量的变化。基于这种思路, 还可以对已经具有高程属性的等高线地图进行数据检查。

### 2.2 等高线断线的连接

由于其他要素压盖、等高线过密以及扫描图的质量等原因, 有些等高线在矢量化后被打断成若干个目标, 为后续的处理带来了极大的不便。分析断线所处的拓扑关系, 如果图中若干条等高线  $a_i (i=1, \dots, k)$  满足以下条件, 则认为是一根等高线  $a$  的断线。

1)  $a_i$  各段最多有一个端点在图廓边上, 而所有断线在图廓边上的端点数之和不大于两个, 且  $H(a_i)$  相同;

2)  $a_i$  都与一条等高线同向一阶比邻, 或者所有与  $a_i$  同向一阶比邻的等高线为零阶比邻。

第一条限制排除了开曲线。经过判断得到断线集合后, 可以通过在三角网中内插的办法将各段连接起来。

## 3 结 语

本文根据等高线邻近的连续性和方向性, 提出了使用局部比邻和等高线方向来表达等高线拓扑关系的框架, 形式简洁, 应用性强, 同时设计了构建关系的算法。以此为基础, 实现了部分应用, 进一步提高了自动化程度, 结果表现出更强的适应性。对于等高线树的构建和等高线赋值操作, 将开曲线(包括断线)和闭曲线同等处理, 降低了不确定性, 并且以拓扑关系为基础, 将断线连接为

完整目标。基于局部比邻的规范化拓扑关系描述对局部地貌检索、格网数字高程模型的建立等都有很大的指导意义,可以得到更广泛的应用。

### 参 考 文 献

- 1 Sircar J K. An Automated Approach to Labeling Raster Digitized Contour Maps. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 1991, 57(7): 965~971
- 2 郝向阳. 基于拓扑关系的等高线高程自动赋值方法. *测绘学报*, 1997, 26(3): 247~253
- 3 梅雪良, 张祖勋, 张剑清. 最大集团图搜索法用于关系结构约束的全局等高线断线连接. *武汉测绘科技大学学报*, 1995, 20(2): 101~104
- 4 Roubal J, Poiker T. Automated Contour Labeling and Contour Tree. *AutoCarto*, 1985, 7: 499~509
- 5 毋河海. 地形图等高线树的建立. *武汉测绘科技大学学报*, 1995, 20(增刊): 15~19
- 6 郭庆胜. 建立等高线层次结构的智能化途径. *武汉测绘科技大学学报*, 1995, 20(增刊): 69~75
- 7 王永明. 一种基于矢量方法的等高线自动标定与检验算法. *计算机学报*, 2002, 25(9): 976~981
- 8 Kreveld M V. Efficient Methods for Isoline Extraction from a TIN. *Int. J. Geographical Information Systems* 1996, 10(5): 523~540
- 9 毋河海. 地图数据库系统. 北京: 测绘出版社, 1991
- 10 Tsai J D. Delaunay Triangulations in TIN Creation: an Overview and a Linear-Time Algorithm. *Int. J. Geographical Information Systems*, 1993, 7(6): 501~524
- 11 艾廷华, 郭仁忠. 支持地图综合的面状目标约束 Delaunay 三角网剖分. *武汉测绘科技大学学报*, 2000, 25(1): 35~41

第一作者简介: 王涛, 博士生. 研究方向为地图学与地理信息系统.  
E-mail: mapwang@tom.com

## Construction and Applications of Topological Relation Among Contour Lines

WANG Tao<sup>1</sup> WU Hehai<sup>1</sup>

(1 School of Resource and Environment Science, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan 430079, China)

**Abstract:** This paper proposes a novel formalization framework of topological relation of contour lines and elaborates the applications based on it. The idea is concentrated on the continuity of the spatial proximity and the direction among contour lines. Constraint Delaunay TIN on the contour lines is employed to acquire proximal relation of neighboring contour lines. The benefits of the proposed idea are demonstrated experimentally on the time-consuming and error-prone tasks of assigning elevation value to the contour lines and connection of broken contour lines resulted from vectorizing the scanned map.

**Key words:** contour line; topological relation; automatic labeling; connection of broken lines

**About the first author:** WANG Tao, Ph. D candidate, majors in automatic cartography and GIS.  
E-mail: mapwang@tom.com

(责任编辑: 晓平)