

小波分析在大地测量中的应用及其进展

宁津生^{1, 2} 汪海洪^{1, 2} 罗志才^{1, 2}

(1 武汉大学测绘学院, 武汉市珞喻路 129 号, 430079)

(2 武汉大学地球空间环境与大地测量教育部重点实验室, 武汉市珞喻路 129 号, 430079)

摘要: 回顾了近 10 年来大地测量中小波分析应用研究的主要进展, 并对今后重力场中的小波应用研究提出了若干建议。

关键词: 小波分析; 大地测量; 重力场逼近

中图法分类号: P223

由于小波分析具有时频局部化和多分辨率的能力, 因此它已经在众多科学领域得到了广泛的应用。20 世纪 90 年代初, 小波概念被引入大地测量并逐渐受到重视。Benciolini、Barthelmes 等是较早研究小波应用的学者, 他们初步展望了小波分析在大地测量中可能的应用^[1, 2]。随后, 大地测量学界掀起了小波应用研究的热潮, IUGG/IAIG 先后成立了以小波应用为主题的专门研究组 SSG4. 169 (1995 ~ 1999) 和 SSG4. 187, 该研究组致力于应用小波分析方法解决大地测量学中的相关问题。在短短 10 年内, 小波分析已经应用到大地测量学的各个领域, 并取得了大量的研究成果。本文主要对小波在重力场逼近、滤波与预测、数值计算和数据解释等方面的应用研究进展作了简要的回顾和评述。

1 重力场逼近

地球重力场的研究始终是大地测量科学研究的核心问题, 也是现代大地测量发展中最活跃的领域之一。重力场模型通常采用球谐函数展开式来表示, 由于球谐函数缺乏空域局部性, 任何局部的变化都会导致所有的球谐系数发生改变, 这对模型的更新极为不便, 也给局部重力场逼近和重力场时变的研究带来极大困难。另外, 对于球谐模型来说, 增加分辨率的惟一办法就是增加球谐级数的阶数, 而阶数增加将引起未知数急剧增加,

同时导致解的不稳定, 所以, 利用球谐模型难以对高频重力场进行有效逼近。

为了克服球谐模型的缺陷, 许多学者对重力场的小波表示进行了研究。其中最重要的一个进展是 Freedon 和他领导的研究小组发展了球面小波理论, 他们利用球面奇异积分工具提出了球面连续小波变换及其尺度离散形式, 并给出了构造具有 m 阶消失矩的球面小波的方法^[3, 4]。球面小波理论把传统的小波理论从无限域转移到球面有限域上, 不仅丰富了小波分析理论, 也为球面函数的逼近和分析提供了有力工具。杨强文对球面小波理论进行了较为系统的总结^[5]。球面小波理论的建立为重力场逼近开辟了新的途径, 许多学者对此作了许多有益的尝试。Kusche 等人将球面小波技术用于局部重力场的恢复^[6]; 王东明对重力位函数的球面小波展开进行了初步的探讨^[7]; Salamonowicz 的研究表明, 重力场的小波模型可以用于快速计算大地水准面起伏, 而且当有新数据加入时, 重力场模型和大地水准面起伏均可快速更新^[8]; Freedon 等人对重力场的小波表示也作了较深入的研究, 考虑到球谐展开式在低阶已经非常准确, 他们提出了联合球谐级数和小波级数来表示重力场, 即重力场的低频部分采用球谐级数表示, 而高频部分采用小波级数表示^[4, 9]。这种组合模型结合了球谐分析和小波分析的优点, 是发展高精度高分辨率重力场的优选模式, 具有良好的发展前景。

小波多分辨分析思想在重力场逼近中也得到了很好的利用。实际上,对地球重力场的认识就是一个不断从粗略到精细的多分辨分析过程,而且重力场逼近所用的数据也具有不同的分辨率。因此,多分辨分析思想可以应用到重力场的建模、估计和数据融合等诸多方面。Li以离散小波变换为工具,提出了重力场多尺度逼近方法,该方法的优点是可以融合不同分辨率的数据得到重力场信号在不同尺度上的最优估计^[10];Schmidt等利用滤波器组原理研究了重力场的球面小波分析和综合,探讨了局部重力场的多尺度表示^[11]。Gregory和Robert利用现有的球谐模型推导了几个局部重力场的多分辨模型,并提出了直接利用重力观测数据估计多分辨模型的问题^[12];Jekeli和Li采用第二代球面小波技术计算了EGM96重力异常的多尺度模型,并评估了不同数据压缩比情况下多尺度模型用于处理大地测量边值问题的可行性^[13]。

大地测量边值问题是重力场逼近的理论基础,所以研究重力场逼近就不能不研究边值问题。Freeden最早提出应用小波技术求解大地测量边值问题的思想^[14],并在这方面做了大量工作。他利用尺度离散的调和和小波对Neumann问题和Stokes问题的Runge-Walsh逼近解进行了研究,指出如果小波的生成函数具有紧支撑,那么边值问题的解可以由有限个小波系数确定。利用这些理论,Freeden进一步讨论了卫星跟踪卫星和卫星重力梯度的重力场逼近问题^[9]。尽管这些研究没有给出具体的数值结果,但仍然展示了小波在重力场逼近中的巨大潜力。

2 滤波与估计

小波变换可看作是可变带宽的带通滤波,小波分解把信号分解到尺度空间和细节空间,即将信号分解为若干个互不重叠的频带。尺度空间的信息为信号的低频成分,而细节空间的信息对应信号的高频成分,噪声主要集中在高频部分,通过对小波系数的修改可以实现滤波和去噪。利用小波进行滤波具有快速灵活、自适应强的优点,在大地测量的数据处理中得到了成功的应用。

柳林涛利用紧支集连续小波滤波函数取代Venedikov方法中的离散滤波器进行调和分析,提出了重力潮汐的小波分析新方法,该方法在武汉超导重力仪观测数据调和和分析中取得了良好的效果。此外,他还利用快速小波变换来确定潮汐

重力数据中的零漂,预示了小波变换将在航空重力测量垂直扰动加速度的滤波处理中发挥重要作用^[15]。Bruton和Schwarz应用小波工具对GPS/INS组合系统的误差进行了分析和处理^[16]。由于小波变换提供了信号的时频刻画,在分析不同频率上的误差特性时具有独特能力,很容易确定误差在时域或空域中的位置。小波分析的这些特性对于动态大地测量系统的误差分析和处理极为有用。

最小二乘配置是大地测量数据处理中常用的估计方法,特别在重力场逼近中得到了广泛应用。由于用于重力场逼近的数据种类越来越多,而且不同的数据具有不同的分辨率,因此,许多学者从多分辨分析的角度对配置法进行了重新认识。Li认为最小二乘配置本身没有顾及数据分辨率的问题,因此,他通过最小二乘配置的最优准则和小波的相互结合,使最小二乘配置同数据分辨率联系起来^[10]。而Keller则采用了另一种方法,他将具有再生核的Hilbert空间中的配置法(即最小范数逼近)直接应用于各个尺度空间,选择合适的正交尺度函数可以得到一个稀疏的甚至对角型的配置矩阵^[17]。一直以来,配置法都是在稳态假设的前提下进行的,Kotsakis的研究成果突破了这个前提^[18]。他从理论上指出了统计(非随机)配置与信号的小波多尺度逼近之间的联系,在最小均方误差准则下导出最优配置核函数不仅与空间协方差有关,还与数据的分辨率密切相关,整个推导过程没有用到稳态假设。这项研究成果使非稳态重力场的逼近成为可能。由于Fourier分析对非稳态情况无能为力,Keller基于Haar小波框架提出了非稳态配置的小波解法^[19],使非稳态配置向实用方面迈进了一步。

3 数值方法改进

同Fourier变换一样,小波变换也有高效的快速算法,而小波变换在处理异常和数据压缩方面的能力却是Fourier变换无法比拟的,因此,小波在改善数值计算的速度和稳定性方面有着重要的应用价值。

在物理大地测量中,奇异积分的计算是个重要问题,如Stokes公式、Vening-Meinesz公式、地形改正公式等都是某种形式的奇异积分。众多研究表明,小波变换是计算大地测量奇异积分的有力工具^[20-23]。由于大地测量中的奇异积分通常在奇异点附近衰减速度很快,奇异核的小波变换

系数大部分为零或可以忽略, 而只有一小部分系数有较大的量值。舍弃小于给定阈值的小波系数可以极大地压缩积分核, 这可以有效地提高计算速度, 节约内存。试验显示, 计算精度也有所改善。同 Fourier 变换法相比, 小波方法计算量小, 而且还可用于计算非卷积型奇异积分。

不适定问题在物理大地测量中普遍存在, 有关重力场的反问题几乎都是不适定的, 如利用观测数据确定重力场、密度反演、向下延拓等都是典型的不适定问题。对于不适定问题, 当观测值中包含噪声时, 将会导致解的不稳定, 解决此类问题常用的方法是正则化。杨强文等利用球面小波多尺度逼近导出了一种球面小波正则化新方法, 并在由卫星重力梯度数据求解重力场和航空重力数据向下延拓等问题中得到应用^[5, 24]。这种方法保留了经典正则化方法的优点, 同时利用多尺度逼近思想可以在已有解的基础上直接获得逼近效果更佳的解。汪海洪等针对向下延拓问题提出了多尺度边缘约束的方法, 与正则化方法引入一个附加条件不同, 该方法根据重力场的自相似性, 利用观测数据隐含的特征作为约束条件, 在一定程度上增强了延拓结果的稳定性^[25]。对于反卷积型病态问题的求解, Gilbert 和 Keller 提出了 Wavelets-Vaguelettes 解法, 该方法速度快于 FFT 方法, 但是对于不同的卷积核需要构造不同的 Vaguelettes 基函数^[26]。

随着现代测量技术的发展, 大量数据可用于大地测量, 这些数据的分析通常都涉及大型线性方程组的求解, 大型数据的处理已是当前大地测量急需解决的问题。Barthelmes 等利用小波变换研究了大型线性系统的求解问题^[2, 27]。小波变换在数据压缩方面有极强的能力, 它可以把大型的矩阵化为类对角阵或稀疏矩阵, 从而简化大型方程组的求解。因此, 小波变换在今后卫星数据的处理中将发挥重要作用。

4 数据解释

在现代大地测量技术的推动下, 现代大地测量的发展方向将主要面向和深入到地球科学, 大地测量学的任务已不仅仅是监测和描述各种地球动力学现象, 更重要的是解释其发生的机制和预测其演变过程。近年来, 借助小波变换这一强大的分析工具, 在大地测量数据的地球物理解释和反演方面涌现了大量的研究成果。

许多地球物理现象存在明显的周期性或准周

期性, 时频分析对揭示这些现象的激发机制具有重要意义, 因此, 小波分析在此有了很好的应用。Chao 和 Naito 将小波分析用于地球自转研究, 通过小波谱揭示了日长变化和大气角动量的联系^[28]。Gibert 等人分析了 Chandler 摆动瞬时频率与地核磁爆发的相关性, 给出了通过小波分析定量检测 Chandler 摆动周期变化的方法^[29]。柳林涛提出了小波振周谱(WAPS)分析方法, 也对地球极移中 Chandler 摆动、周年摆动的周期和振幅变化进行了分析, 得到了许多新的发现和结论。此外, 他还利用 WAPS 方法发现了 ENSO 循环与日长变化在年际尺度上的时频结构具有相似性^[15]。周永宏、郑大伟等也作了类似的研究工作^[30]。在卫星测高数据分析方面也有很多成功应用, 如海面变化的时频分析、海水质量变化对重力场时变的贡献研究和黑潮的时空变化等^[15, 31~33]。

重力位场数据的解释是小波分析的另一重要应用。Moreau 等和 Hornby 等提出了位场数据的小波分析方法, 该方法对反演异常场源具有较好的效果^[34, 35]。传统的反卷积方法只能确定场源的深度, 而小波分析法可以同时反演出场源的深度和形状。连续小波变换可以探测和刻画函数的奇异性, 异常体所产生的位场的小波谱中含有一些截断的锥状结构, 这些锥的顶点指明了出现异常的位置, 同时, 小波系数随尺度的变化反映了场源的 Lipschitz 正则性, 所以对重力位场数据进行小波变换可以确定场源的位置和性质。然而, 与其他传统反演方法一样, 小波方法也存在反演结果的不惟一性问题, 为了解决这一问题, 仍需加入一定的先验约束。

5 结 语

小波分析是继 Fourier 分析之后的又一强大数学工具, 它在理论研究和数值计算中都有广泛的应用。本文分析和总结了小波分析在大地测量中的主要应用成果, 但由于有关小波分析在大地测量中应用的文献数以百计, 试图进行全面的总结是非常困难的, 因此, 仍有许多应用不能一一列举。尽管如此, 已足以表明小波分析已经成为大地测量理论研究和数据处理的重要工具, 而且具有极大的潜力。

针对小波分析在重力场中应用的研究现状, 本文就未来需要努力的方向给出一些建议供同行参考。可用于重力场逼近的数据越来越多, 如地

面数据、航空重力数据和卫星重力数据等,而且这些数据具有不同的分辨率,对重力场的感应各不相同,因此,只有联合各种类型的数据才能更好地逼近重力场。小波分析是多分辨率数据处理的重要方法,应利用小波分析研究不同类型、不同分辨率的重力数据融合方法。基于小波的大地测量边值问题的解法仍有许多问题需进一步研究,如小波基的选取对收敛性的影响、小波解的逼近误差、混叠误差以及边界效应等。目前,许多应用仍局限于理论研究,今后应着重于数值试验,并与传统方法的结果进行比较。另外,应将现有的一维、二维算法向二维、三维或更高维扩展。

参 考 文 献

- Benciolini B. A Note on Some Possible Geodetic Applications of Wavelets. Section IV Bulletin. International Association of Geodesy, 1994, 17~21
- Barthelmes F, Ballani L, Klees R. On the Application of Wavelets in Geodesy. In: Sanso F ed. Proceedings of III Hotine-Marussi Symposium on Mathematical Geodesy. Berlin: Springer-Verlag, 1994, 394~403
- Freeden W, Windheuser U. Spherical Wavelet Transform and Its Discretization. Advances in Computational Mathematics, 1996, 5(1): 51~94
- Freeden W, Windheuser U. Combined Spherical Harmonic and Wavelet Expansion—A Future Concept in Earth's Gravitational Determination. Applied and Computational Harmonic Analysis, 1997(4): 1~37
- 杨强文. 地球重力场球面小波展开及其应用:[博士论文]. 郑州: 郑州信息工程大学, 2001
- Kusche J, Ilk K H, Rudolph S et al. Application of Spherical Wavelets for Regional Gravity Field Recovery—A Comparative Study. In: Forsberg R. Geodesy on Move. IAG Symposia. Berlin: Springer-Verlag, 1998
- 王东明. 地球重力场的球面小波分析研究. 地学前缘, 2000, 7(增刊): 171~178
- Salamonowicz P H. A Wavelet Based Gravity Model with an Application to the Evaluation of Stokes' Integral. In: Sideris M G ed. Gravity, Geoid and Geodynamics. IAG Symposia. Berlin: Springer-Verlag, 2000
- Freeden W, Schneider F. An Intergrated Wavelet Concept of Physical Geodesy. Journal of Geodesy, 1998, 72: 259~281
- Li Z F. Multiresolution Approximation of the Gravity Field. Journal of Geodesy, 1996, 70: 731~739
- Schmidt M, Fabert O, Shum C K. Multi-resolution Representation of the Gravity Field Using Spherical Wavelet. The Heiskanen Symposium in Geodesy, Ohio, 2002
- Gregory B, Robert C. Toward Multiresolution and Efficient Representation of Gravitational Fields. Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, 2002, 84(1): 87~104
- Jekeli C, Li X P. Using Second-Generation Wavelets on a Sphere to Generate a Multiresolution of Gravity Anomalies. The 23rd General Assembly of IUGG, Sapporo, Japan, 2003
- Freeden W. Wavelet-Methods for Resolution of Boundary Value Problem. Symposium on Mathematical and Physical Foundations of Geodesy, Stuttgart, 1993
- 柳林涛. 小波基本理论及其在大地测量等领域中的应用:[博士论文]. 武汉: 中国科学院测量与地球物理研究所, 1999
- Bruton A M, Schwarz K P. The Use of Wavelets for the Analysis and De-noising of Kinematic Geodetic Measurements. In: Schwarz K P ed. Geodesy Beyond 2000—The Challenges of the First Decade. IAG Symposia. Berlin: Springer-Verlag, 2000
- Keller W. Geoid Computation by Collocation in Scaling Spaces. In: Forsberg R ed. Geodesy on Move. IAG Symposia. Berlin: Springer-Verlag, 1998
- Kotsakis C. The Multiresolution Character of Collocation. Journal of Geodesy, 2000, 74: 275~290
- Keller W. A Wavelet Approach to Non-stationary Collocation. In: Schwarz K P ed. Geodesy Beyond 2000—The Challenges of the First Decade. IAG Symposia. Berlin: Springer-Verlag, 2000
- Keller W. Harmonic Downward Continuation Using a Haar Wavelet Frames. In: Schwarz K P ed. Proceedings of the IAG Symposium on Airborne Gravity Field Determination, Colorado, 1995
- 于锦海, 朱灼文, 郭建峰. 利用小波理论计算物理大地测量中的奇异积分. 武汉测绘科技大学学报, 1999, 24(1): 36~39
- 于锦海, 朱灼文, 彭富清. Molodensky 边值问题中解析延拓法 g_1 项的小波算法. 地球物理学报, 2001, 44(1): 112~119
- Sideris M G, Liu Q W. Wavelet Evaluation of Some Singular Geodetic Integrals. The 23rd General Assembly of IUGG, Sapporo, Japan, 2003
- Freeden W, Pereverzev S. Spherical Tikhonov Regularization Wavelets in Satellite Gravity Gradiometry with Random Noise. Journal of Geodesy, 2001, 74: 730~736
- 汪海洪, 罗志才, 宁津生. 多尺度边缘在重力场信号向下延拓中的应用. 两岸重力及水准面研讨会, 新竹, 2003
- Gilbert A, Keller W. Deconvolution with Wavelets and

- Vaguelettes. *Journal of Geodesy*, 2000, 74: 306~320
- 27 Keller W. A Wavelet Approach for the Construction of Multi-grid Solvers for Large Linear System. The IAG 2001 Scientific Assembly, Budapest, 2001
- 28 Chao B F, Baito I. Wavelet Analysis Provides a New Tool for Studying Earth's Rotation. *Eos. Trans. Amer. Geophy. Union*, 1995, 76(6): 161~165
- 29 Gibert D, Holschneider M, LeMouél J L. Wavelet Analysis of the Chandler Wobble. *J. Geophys. Res.*, 1998, 103(B11): 27 069~27 089
- 30 周永宏, 郑大伟, 廖新浩. 日长变化、大气角动量和 ENSO: 1997~1998 厄尔尼诺和 1998~1999 拉尼娜信号. *测绘学报*, 2001, 30(4): 288~292
- 31 Wen H J. On the Use of Wavelets and Multiscale Model in Altimetry: [Ph. D Dissertation]. Graz: Graz University of Technology, 1999
- 32 Cheinway H, Ricky K. Topex/Poseidon-Derived Space-Time Variations of Kuroshio Current: Applications of a Gravimetric Geoid and Wavelet Analysis. *Geophysical Journal International* 2002, 151 (3): 835~847
- 33 黄金维, 高豫麒. 海水质量变化对重力场时变之贡献. 两岸重力及水准面研讨会, 新竹, 2003
- 34 Moreau F, Gibert D, Holschneider M, Saracco G. Wavelet Analysis of Potential Fields. *Inverse Problem*, 1997(3): 165~178
- 35 Hornby P, Boschetti F, Horowitz F G. Analysis of Potential Field Data in the Wavelet Domain. *Geophysical Journal International*, 1999, 137(1): 175~196
- 第一作者简介: 宁津生, 教授, 博士生导师, 中国工程院院士。主要从事物理大地测量研究。代表成果: 我国地球重力场模型研制和大地水准面的精化等。
E-mail: jsning@wtusm.edu.cn

Applications of Wavelet Analysis in Geodesy and Its Progress

NING Jinsheng^{1, 2} WANG Haihong^{1, 2} LUO Zhicai^{1, 2}

(1 School of Geodesy and Geomatics, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan 430079, China)

(2 Key Laboratory of Geospace Environment and Geodesy, Ministry of Education, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan 430079, China)

Abstract: Wavelet analysis is another powerful mathematical tool after Fourier analysis. Due to the ability in time-frequency localization and the multi-resolution analysis theory, wavelet analysis has numerous useful applications in geodesy. The main progress of these applications made in is last ten years is reviewed in this paper, and then some suggestions for the applications of wavelet to gravity field are presented.

Key words: wavelet analysis; geodesy; gravity field approximation

About the first author: NING Jinsheng, professor, Ph. D supervisor, academician of Chinese Academy of Engineering. His research field is physical geodesy. His typical achievements are the development of the earth gravity field model and geoid refining of China, etc.
E-mail: jsning@wtusm.edu.cn

(责任编辑: 涓涓)

欢迎订阅《地球空间信息科学学报》

《地球空间信息科学学报》为我国唯一的英文版测绘专业学术期刊。其宗旨是: 立足国内, 面向国际, 通过发表具有创新性和重大研究价值的测绘理论成果, 促进国内外学术交流。本刊内容包括综述与展望、学术论文与研究报告、本领域重大科技新闻, 涉及测绘研究的主要方面, 尤其是数字摄影测量与遥感、全球定位系统、地理信息系统及其集成等。本刊为国际性期刊, 按国际惯例运作, 作者和读者均面向国内外测量界。

本刊国内外公开发行人, 读者对象为测绘及相关专业高级研究人员。本刊为季刊, A4 开本, 80 面, 逢季末月 5 日出版, 定价 10 元/册, 邮购价加 20%。本刊为自办发行, 欢迎广大读者直接向本刊编辑部索取订单, 踊跃订阅。